SHOUT
SHARE
IT

59

5F5140
Smith. Inst
/

BULLETINS

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES,

DES

LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

506.493
.A16

94
CANCELLED

BULLETINS

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS

DE BELGIQUE.

VINGT-HUITIÈME ANNÉE. — 2^{me} SÉRIE, TOME VI.

SMITHSONIAN INSTITUTION
295080
NOV 15 1933
E
NATIONAL MUSEUM

WITHDRAWN FROM W. B. LIBRARY

BRUXELLES,
M. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE.

1859.

By Transfer
U. S. Weather Bureau

APR 5 - 1932

LIBRARY OF CONGRESS
DUPLICATE
EXCHANGE

BULLETIN

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES,

DES

LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

1859. — N° 1.

CLASSE DES SCIENCES.

Séance du 8 janvier 1859.

M. D'OMALIUS D'HALLOY, directeur.
M. AD. QUETELET, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Sauveur, Wesmael, Martens, Kickx, Stas, De Koninck, Van Beneden, Ad. De Vaux, Gluge, Melsens, Schaar, Liagre, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres ;* Lamarle, *associé ;* Ern. Quetelet, d'Udekem, Montigny, Candèze, *correspondants.*

M. Éd. Fétis, *membre de la classe des beaux-arts,* assiste à la séance.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'intérieur fait connaître qu'un arrêté royal a désigné M. Fétis père, directeur de la classe des beaux-arts en 1859, pour remplir les fonctions de président de l'Académie pendant la même année.

Le même Ministre fait parvenir, de la part de M. le colonel Henri James, les résultats de la triangulation de la Grande-Bretagne et de l'Irlande.

— M. W. Haidinger écrit de Vienne, pour remercier l'Académie de son élection d'associé.

MM. Candèze et Chapuis adressent également des remercîments pour leur élection de correspondants.

— Le secrétaire perpétuel fait connaître qu'il a reçu de M^{me} Morren une lettre annonçant la mort de son époux, M. C.-F.-A. Morren, membre de la classe, décédé à Liége, le 17 décembre dernier.

M. Spring a bien voulu, lors des funérailles, prendre la parole, au nom de la classe, et son discours sera inséré dans l'*Annuaire*, de même que celui de M. Lacordaire, qui a bien voulu rendre également un dernier hommage à son ancien confrère à l'université de Liége et à l'Académie.

Une autre perte non moins regrettable a été faite par la classe dans la personne de M. le docteur A.-L.-S. Lejeune, de Verviers, décédé le 28 décembre dernier, dans sa 80^{me} année. On imprimera également dans l'*Annuaire* le discours prononcé sur sa tombe, par M. de Selys-Longchamps, au nom de l'Académie.

— M. Kickx fait connaître qu'il rédigera une notice sur la vie et les travaux de M. Lejeune : l'Académie le prie de recevoir d'avance à cet égard ses remercîments.

— M. le prince de Ligne, président du Sénat, et M. Thiéfry, questeur de la Chambre des Représentants, remercient l'Académie pour l'envoi de ses dernières publications.

— La Société helvétique des sciences naturelles de Neuchâtel et la Société du canton de Vaud remercient également l'Académie de l'envoi de ses publications.

— La Société impériale géographique de Russie fait parvenir les procès-verbaux de ses dernières séances.

— L'Académie royale de Munich annonce que, le 28 mars prochain, elle célébrera la fête séculaire de sa fondation. M. De Koninck fait connaître qu'il assistera à cette solennité, ainsi que ses collègues, MM. Stas et Spring, et qu'ils pourront y représenter l'Académie. Ces offres sont acceptées.

— M. le secrétaire perpétuel est chargé de répondre à M. William Sharswood, membre honoraire de la Société géographique de Philadelphie, qui doit faire partie de l'expédition chargée d'explorer les régions arctiques : « Le commandeur Hayes, est-il dit dans la lettre, a fait connaître, dans un mémoire lu à l'Association américaine pour l'avancement des sciences, les raisons qu'il a de croire à la possibilité d'atteindre jusqu'au pôle nord. »

— MM. H. Parmentier et Th. Elewaut prient l'Académie de recevoir un billet cacheté qu'ils lui adressent. — Ce dépôt est accepté.

— M. Quetelet dépose les observations faites à l'Observatoire royal de Bruxelles sur la météorologie et les phénomènes périodiques des plantes pendant l'année 1858; M. Dewalque fait un envoi semblable pour la ville de Stavelot, renfermant les observations de M. son père et celles qu'il a recueillies lui-même, pour ce qui concerne les règnes végétal et animal ; M. D. Leclercq communique ses observations météorologiques pour Liége, et M. Aug. Bellynck pour Namur, en y joignant les phénomènes périodiques des plantes et des animaux ; MM. le professeur Bernardin, de Melle, près de Gand, et Édouard Landsweert, pharmacien à Ostende, envoient également les résultats de leurs observations sur les phénomènes périodiques pendant l'année 1858.

— M. Wartmann père, de Genève, communique les renseignements suivants, recueillis à Genève sur les phases particulières qu'a présentées la comète de Donati, vers la fin de l'année dernière :

« La brillante comète de Donati, qui a pu être observée pendant près de cinq mois dans les divers observatoires d'Europe et qu'on observe encore actuellement dans l'hémisphère austral, a été ici distinctement visible à l'œil nu pour la première fois, le 3 septembre. M. Plantamour, directeur actuel de notre observatoire, l'a suivie avec assiduité du 22 août au 18 octobre et en a observé les positions à l'équatorial. Les changements physiques si remarquables et si variés qu'a subis le noyau de cette comète ont aussi appelé l'attention de M. Plantamour, qui en a suivi et dessiné les phases avec une scrupuleuse exactitude. Une note que cet astronome a insérée dans le cahier de décembre de la *Bibliothèque universelle*, qui vient de paraître, donne les positions de la comète en ascension droite et en déclinaison, telles qu'elles ont été observées à Genève, et, de plus, neuf figures représentant les divers aspects sous lesquels s'est montré le noyau de cet astre le 26 septembre, le 3, le 5, le 6, le 7, le 9, le 13, le 14 et le 15 octobre.

Le 4 septembre, la comète, encore très-petite et très-pâle, laissait apercevoir un vestige de queue d'environ 2° de longueur, le 3 octobre la queue avait déjà 28° d'étendue, le 5 octobre elle en avait 32, et les 7, 8, 9 et 10 du même mois elle embrassait 40° : c'est la plus grande longueur qu'elle nous ait paru atteindre. A ces quatre dernières dates, la largeur de la queue, mesurée vers l'extrémité terminale qui s'épanouissait en éventail, avait 7°. Pendant vingt-deux jours, du 4 au 26 septembre, la queue était rectiligne, le 27 septembre et les jours suivants elle est devenue sensiblement arquée, et l'on remarquait alors sur tout son prolongement que le bord convexe était plus lumineux que le bord concave; le milieu même de la queue, dans la direction de l'axe, paraissait plus sombre et moins éclairé que les bords.

Le 5 octobre, à 7 heures du soir, la comète s'étant projetée en plein devant *Arcturus*, cette brillante étoile a traversé la queue à 15′ de degré seulement de distance du noyau, vers un point bien voisin de la chevelure, sans que son éclat ordinaire et sa rutilante scintillation en aient paru affaiblis. Les expériences sur la polarisation de la lumière de cette comète, faites avec beaucoup de soin et plusieurs fois répétées, soit par M. Govi à Florence, soit par M. Chacornac à Paris, ont mis en parfaite évidence que la lumière de cet astre est une lumière réfléchie, empruntée au soleil, sinon en totalité du moins en grande partie. Ce résultat est tout à fait concordant avec celui qu'Arago, procédant de la même manière, avait déjà obtenu en 1835 sur la lumière de la comète de Halley.

Une circonstance surprenante, relative à la comète de Donati, est celle que signale M. Gould, dans le *Journal astronomique* qu'il publie à Albany, aux États-Unis d'Amérique. Il rapporte que plusieurs observateurs ont distingué, le 9 octobre 1858, *quatre queues séparées* à cette comète. Toutefois, ce fait étrange, qui paraît avoir échappé à la plupart des observateurs européens, aurait aussi été aperçu en Angleterre, à l'observatoire de Dudley. Ces singularités, dans les apparences dissemblables du même astre, n'auraient-elles pas une sorte d'analogie avec celles qu'a présentées la comète de Halley, lors de son retour en 1759? Cette comète, suivant le rapport de Lalande, apparut à Paris, par un ciel pur et serein, vers le crépuscule du soir, presque sans queue et si vague qu'on avait beaucoup de peine à en distinguer une légère trace d'un ou de deux degrés, tandis qu'à Montpellier, suivant M. de Ratte, la queue avait 25° d'étendue le 29 avril; qu'à Genève, à la même date, la queue avait à peu près la même longueur qu'à Montpellier, et qu'à l'Ile Bourbon, M. de La Nux, correspondant de l'Académie de France, la vit de 47°.

Les quatre queues de la comète de Donati, si réellement elle en a eu quatre, ce dont nous ne nous sommes nullement aperçu ici ni le 9 octobre ni plus tard, lui donneraient une grande analogie avec la comète de 1744, non sous le rapport de l'éclat, car celle-ci était si brillante que Cassini, Loïs de Cheseaux, Calandrini et d'autres observateurs l'ont vue et suivie facilement à l'œil nu de jour en présence du soleil, mais bien sous le rapport d'une queue multiple. En effet, la comète de 1744 (si bien observée par Loïs de Cheseaux, qui en a donné une figure dans son *Traité de la comète de 1744,* un volume in-8° de 308 pages, Lausanne et Genève 1744), n'avait pas moins de *six queues* séparées, divergeant en forme d'éventail et symétriquement espacées, lesquelles, vers leur point d'origine, près de la tête de la comète, se confondaient ensemble et formaient une queue unique.

L'année 1859 verra s'accomplir deux phénomènes célestes intéressantes : le 8 mai, la *lune* occultera *Saturne,* vers 8 heures et demie du soir, et le 21 juillet, il y aura, vers 4 heures du matin, un peu avant le lever du soleil, une *conjonction* très-approchée de *Vénus* et *Jupiter*, que la *Connaissance des temps* passe sous silence. Cette conjonction ne sera pas tout à fait complète pour Paris ni pour Genève; néanmoins elle amènera les deux brillantes planètes à une telle proximité qu'elles pourront être vues ensemble dans le champ des lunettes astronomiques, puisque le plus grand rapprochement des limbes sera d'environ 15″ de degré. Ce phénomène curieux, d'ailleurs très-rare, permettra de faire plusieurs observations importantes, entre autres celle de mesurer photométriquement l'éclat intrinsèque des deux astres.

— M. Ad. Quetelet présente ensuite l'*Annuaire de l'Observatoire royal pour l'année* 1859, en même temps que des exemplaires particuliers de différentes notes qui y ont été insérées par M. Mailly, aide calculateur de cet établissement.— Remercîments.

Discours adressé à Sa Majesté, le premier jour de l'an, par le président de l'Académie, M. d'Omalius d'Halloy.

Sire,

L'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique est heureuse de pouvoir présenter ses hommages à son auguste protecteur; elle reconnaît que c'est au règne prospère de Votre Majesté qu'elle doit sa position actuelle dans le monde savant; aussi fait-elle les vœux les plus sincères pour que la Providence permette que Votre Majesté protége encore, pendant de longues années, les travaux entrepris par l'Académie pour le développement intellectuel de la nation belge.

PROGRAMME DE CONCOURS POUR 1859.

La classe admet pour le concours de cette année les cinq questions suivantes :

PREMIÈRE QUESTION.

Ramener la théorie de la torsion des corps élastiques à des termes aussi simples et aussi élémentaires qu'on l'a fait pour la théorie de la flexion.

DEUXIÈME QUESTION.

Déterminer, par des recherches à la fois anatomiques et chimiques, la cause des changements de couleur que subit la chair des bolets en général et de plusieurs russules, quand on la brise ou qu'on la comprime.

TROISIÈME QUESTION.

Établir, par des observations détaillées, le mode de développement, soit du Petromyzon marinus, *soit du* Petromyzon fluviatilis, *ou de l'*Amphioxus lanceolatus.

QUATRIÈME QUESTION.

Faire un exposé historique de la théorie du tonus musculaire, *et rechercher, pour les phénomènes expliqués autrefois à l'aide de cette théorie, une interprétation conforme aux faits établis par la physiologie expérimentale.*

CINQUIÈME QUESTION.

Les belles recherches de R. Bunsen, sur les coefficients d'ab-

sorption des gaz simples et composés par des liquides, ont été faites sous des pressions peu considérables; l'Académie désire qu'on institue une série d'expériences pour déterminer l'influence que pourraient exercer de fortes pressions sur ces coefficients d'absorption et sur l'exactitude de la loi que Bunsen a déduite de ses recherches.

Le prix de chacune de ces questions sera une médaille d'or de la valeur de six cents francs. Les mémoires devront être écrits lisiblement en latin, français ou flamand, et ils seront adressés, francs de port, à M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel, avant le 20 septembre 1859.

L'Académie exige la plus grande exactitude dans les citations; à cet effet, les auteurs auront soin d'indiquer les éditions et les pages des ouvrages cités. On n'admettra que des planches manuscrites.

Les auteurs ne mettront point leur nom à leur ouvrage, mais seulement une devise, qu'ils répéteront sur un billet cacheté, renfermant leur nom et leur adresse. Les mémoires remis après le terme prescrit, ou ceux dont les auteurs se feront connaître de quelque manière que ce soit, seront exclus du concours.

L'Académie croit devoir rappeler aux concurrents que, dès que les mémoires ont été soumis à son jugement, ils sont déposés dans ses archives comme étant devenus sa propriété. Toutefois, les intéressés peuvent en faire prendre des copies à leurs frais, en s'adressant, à cet effet, au secrétaire perpétuel.

Les questions pour le concours de 1860 seront formulées dans une des séances suivantes.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Théorie géométrique des rayons et centres de courbure; par M. Lamarle, associé de l'Académie.

APPLICATION AUX SECTIONS CONIQUES ET A LEURS DÉVELOPPÉES.

1. L'objet de cette note est d'établir, en ce qui concerne la courbure des sections coniques et de leurs développées, des résultats que nous croyons en partie nouveaux et qui, dans tous les cas, nous paraissent mériter quelque attention, soit à raison de leur simplicité, soit aussi parce que la voie suivie pour y parvenir est tout à fait directe, purement géométrique et entièrement dégagée de toute notion transcendante ou infinitésimale.

Soient m un point d'une section conique; f, f' les foyers; s le point où la normale en m vient couper l'axe passant par les foyers; θ l'angle de cette même normale avec les rayons vecteurs $fm, f'm$; ρ le rayon de courbure au point m; les résultats obtenus peuvent se résumer comme il suit :

La projection de la normale ms *sur les rayons vecteurs* fm, f'm *est constante* (*). *Elle est égale au plus petit rayon de courbure de la section conique considérée.*

En désignant par ρ_0 *ce plus petit rayon de courbure, on*

(*) On sait que, dans la parabole, la sous-normale est constante. Cette propriété n'est qu'une forme particulière et exceptionnelle de la propriété générale énoncée ci-dessus et appartenant aux trois sections coniques.

a généralement

$$\rho = \frac{\rho_0}{\cos^3 \beta}.$$

On a de même, en désignant par ρ' *le rayon de courbure de la développée, par* r, r' *les deux rayons vecteurs* fm, f'm, et par λ *la partie de la normale à la développée comprise entre l'un ou l'autre de ces rayons vecteurs et la droite* ms ;

$$\rho' = 3\rho \operatorname{tang} \beta = 3\lambda,$$

ou bien :

$$\rho' = 3\rho \operatorname{tang} \beta \frac{r - r'}{r + r'} = 3\lambda \frac{r - r'}{r + r'},$$

ou bien encore :

$$\rho' = 3\rho \operatorname{tang} \beta \frac{r + r'}{r - r'} = 3\lambda \cdot \frac{r + r'}{r - r'},$$

selon qu'il s'agit d'une parabole, d'une ellipse ou d'une hyperbole.

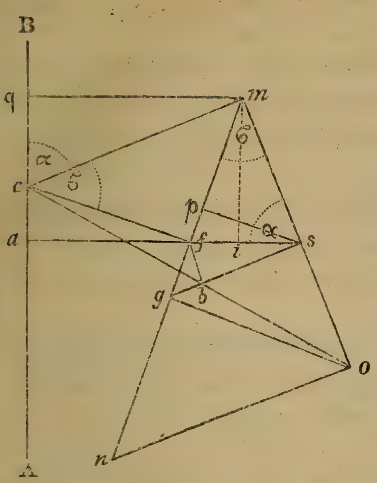
Cela dit, entrons en matière.

2. Soit *m* un point dont les distances à un point fixe *f* et à une droite fixe AB conservent entre elles un rapport invariable. Selon que ce rapport est inférieur, supérieur ou égal à l'unité, le lieu des positions que le point *m* peut occuper est une ellipse, une hyperbole ou une parabole.

Considérons une position quelconque déterminée du point *m*, et proposons-nous de rechercher quels sont, pour cette position, les rayons de courbure de la section conique correspondante et de sa développée.

Du point *m* abaissons sur AB la perpendiculaire *mq*, et tirons la droite *mf*. On a, par hypothèse :

$$\frac{mf}{mq} = \text{constante} = \mu.$$



Lorsque le point *m* sort de la position qu'il occupe en restant sur la section conique que détermine la valeur assignée à la constante μ, les longueurs *mf*, *mq* conservent entre elles un rapport invariable. Il en résulte que ce même rapport existe entre les vitesses simultanées qui animent le point *m*, l'une suivant *mf*, l'autre suivant *mq*. Concluons que, si la première est représentée par *mf*, la seconde l'est en même temps par *mq*.

S'agit-il maintenant de la vitesse totale que le point *m* possède suivant sa trajectoire? Elle est représentée par une droite qui part de *m* et dont l'extrémité se trouve à la fois sur les deux droites AB, *fc* (*), la droite *fc* étant la perpen-

---

(*) Considéré comme appartenant à la droite *fm*, supposée mobile autour du point *f*, le point *m* a pour vitesse totale la résultante de deux vitesses, l'une dite *de glissement* et dirigée suivant *mf*, l'autre dite *de circulation* et perpendiculaire à la précédente.

Considéré comme appartenant à la droite *qm*, supposée mobile par translation du point *q* sur AB, le point *m* a pour vitesse totale la résultante de deux vitesses, l'une dite *de glissement* et dirigée suivant *mq*, l'autre dite *de circulation* et perpendiculaire à la précédente.

On a d'ailleurs comme conséquence du parallélogramme des vitesses la règle suivante :

Étant données l'une des deux composantes de la vitesse d'un point et la direction de l'autre composante, si l'on trace à partir du point la diculaire élevée en f sur mf, de même que la droite AB est la perpendiculaire élevée en q sur mq.

Soit c le point d'intersection des droites AB, fc. Tangente en m à la courbe décrite, la droite mc représente en direction, sens et grandeur, la vitesse actuelle du point m sur sa trajectoire.

mso étant la normale en m et afs la perpendiculaire abaissée du point f sur AB, désignons par s le point d'intersection de ces deux droites et par α, β les angles fsm, fms.

Il est visible que les angles qcm, fcm sont respectivement égaux, le premier à l'angle $fsm = \alpha$, le second à l'angle $fms = \beta$. De là résulte immédiatement :

$$\frac{fs}{fm} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{fm}{mq} = \mu = \text{constante.}$$

La conséquence est, comme tout à l'heure, que la vitesse du point m suivant mf étant représentée par mf, celle du point s suivant sa, l'est en même temps par sf.

En s élevons sur ms la perpendiculaire sbg et par le point f menons fb parallèle à ms. Les composantes de la vitesse sf sont respectivement, l'une, sb, perpendiculaire à ms, l'autre, fb, parallèle à ms.

Les vitesses simultanées mc, sb sont, pour les deux points m et s de la normale mso, leurs vitesses respectives de circulation autour du centre de courbure situé sur cette

---

composante connue, et que, par son extrémité, on mène une parallèle à l'autre composante, l'extrémité de la résultante est située sur cette parallèle.

De là résulte la construction indiquée pour obtenir, au moyen des deux composantes mf, mq, la vitesse totale du point m.

normale. Concluons que *la droite* cb, *menée par les extrémités de ces vitesses, contient le centre de courbure cherché pour le point* m, *et, conséquemment, que ce centre de courbure est en* o *au point d'intersection de la normale* ms *avec le prolongement de la droite* cb.

Désignons par ρ le rayon de courbure *mo* et par *r* le rayon vecteur *mf*. Le triangle *mcf* donne d'abord

$$mc = \frac{r}{\sin \beta},$$

et comme *sb* est la projection de *mf*, on a en même temps

$$sb = r \sin \beta.$$

Ces valeurs, substituées dans la relation fournie par la comparaison des triangles semblables *obs*, *ocm*,

$$\rho = \frac{mc \,.\, ms}{mc - sb},$$

donnent immédiatement le résultat très-simple :

$$(1) \ldots\ldots\ldots \quad \rho = \frac{ms}{\cos^2 \beta}.$$

3. Veut-on parvenir directement à ce même résultat? Il suffit d'observer que si l'on prolonge la droite *sb* jusqu'à sa rencontre en *g* avec le rayon vecteur *mf*, et qu'on prenne *sg*, au lieu de *sb*, pour vitesse de circulation du point *s*, il faut en même temps prendre *mg*, au lieu de *mf*, pour vitesse du point *m* suivant *mf*, et, par conséquent, substituer à *mc*, pris d'abord pour vitesse de circulation du point *m*, la longueur interceptée sur la tangente *mc* entre le point *m* et la perpendiculaire élevée en *g* sur *mg*. Il suit de là que cette perpendiculaire contient à la fois les extré-

mités des vitesses de circulation des points *m* et *s* et, par suite, le centre *o*. On voit ainsi que, pour déterminer ce centre, il suffit d'élever deux perpendiculaires, l'une en *s* sur *ms*, l'autre en *g* sur *ms*. Le point où cette seconde perpendiculaire vient rencontrer la normale *ms*, est précisément le centre de courbure cherché pour le point *m* : c'est à ce mode de construction que correspond directement la relation précédente :

$$\rho = \frac{ms}{\cos^2 \varepsilon}.$$

4. Du point *s* abaissons sur *mf* la perpendiculaire *sp* et proposons-nous de déterminer la vitesse du point *p* sur *mf*, la vitesse totale du point *m* restant représentée, comme d'abord, par les deux composantes *mf*, *fc*, l'une parallèle, l'autre perpendiculaire à *mf*.

Si la droite *sp* se mouvait uniquement par simple translation avec la vitesse du point *s* sur *sa*, cette vitesse étant représentée par *sf*, *celle du point* p *sur* mf *se réduirait à* pf. Mais en même temps que le point *s* se meut suivant *sf*, la droite *sp* tourne autour de ce point et, comme l'angle en *p* reste droit, cette rotation est la même que celle de la droite *fm* autour du point *f*. De là, et eu égard à la similitude des triangles *cfm*, *mps*, résulte la déduction suivante :

De même que dans la rotation de la droite fm *autour du point* f, *la vitesse du point* m *perpendiculaire à* fm *est représentée par* fc, *de même aussi, dans la rotation de la droite* sp *autour du point* s *la vitesse du point* p *perpendiculaire à* sp *est représentée par* mp.

Concluons que la vitesse *totale* du point *p* sur *mf* est la somme des deux vitesses pf et fp, ou, ce qui revient au même, qu'elle est représentée en direction, sens et grandeur par la longueur mf.

Ce résultat exprime que les vitesses simultanées des points m et p, suivant mf, sont égales et, conséquemment, que la distance mp demeure invariable.

Veut-on démontrer cette propriété d'une manière directe, on y parvient très-aisément comme il suit :

Du point m abaissons sur fs la perpendiculaire mi. Les triangles semblables fps, fim donnent

$$fp = fi.\,\frac{fs}{fm} = \mu.\,fi.$$

On a d'ailleurs

$$mf = \mu.\,mq. = \mu.\,ai.$$

De là résulte, en soustrayant membre à membre la première équation de la seconde,

$$mp = \mu.\,af,$$

ou, désignant par l la longueur constante af,

$$mp = \mu.\,l = \text{constante}.$$

De là le théorème suivant :

Dans les sections coniques, la projection de la normale ms *sur le rayon vecteur* fm *est constante.*

Désignons par ρ_0 cette projection constante représentée par mp. On a dans le triangle rectangle mps :

$$\rho_0 = mp = ms.\cos \text{ϐ} = \mu l.$$

Il vient donc, en tirant la valeur de ms et la substituant dans l'équation (1),

$$(2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \rho = \frac{\rho_0}{\cos^3 \beta} = \frac{\mu l}{\cos^3 \beta}.$$

L'équation (2) montre que la longueur constante $mp = \rho_0$ est le plus petit rayon de courbure de la section conique considérée. Elle montre aussi que ce plus petit rayon correspond aux points placés sur l'axe mené par les foyers. Ajoutons qu'elle traduit, sous sa forme la plus directe et la plus simple, la dépendance remarquable qui existe entre les deux points p et o, l'un pris sur le rayon vecteur fm, à une distance constante du point m, l'autre situé sur la normale ms, au centre même du cercle osculateur. Cette dépendance consiste en ce que ces deux points se déterminent l'un par l'autre au moyen d'une triple projection effectuée tour à tour de la normale sur le rayon vecteur et inversément.

5. Partant du résultat auquel nous venons de parvenir, il nous sera facile de déterminer, pour le point o, le rayon de courbure de la développée. Soit ρ' ce rayon de courbure, v' la vitesse du point o suivant ms, et w' la vitesse angulaire de la droite ms, normale à la développante et tangente en o à la développée. On a généralement (*)

$$\rho' = \frac{v'}{w'}.$$

Soit w la vitesse angulaire avec laquelle les droites mf, ms tournent, l'une par rapport à l'autre, autour du point

---

(*) Voir au besoin notre *Théorie géométrique des rayons et centres de courbure*. Paris, Victor Dalmont.

m. Dans la recherche de la vitesse v', on peut à volonté considérer comme fixe soit la droite mf, soit la droite ms. On peut, en outre, opérer d'abord comme si la vitesse w était égale à 1. Il suffit pour cela d'attribuer à celle des deux droites qu'on suppose mobile une vitesse angulaire égale à l'unité, puis ensuite de multiplier par w les résultats obtenus.

Considérons d'abord les droites mf, ps comme fixes et la droite ms comme tournant autour du point m avec la vitesse 1. La vitesse de circulation du point s autour du point m étant représentée en grandeur par ms, il est visible que la vitesse de ce même point suivant ms est représentée en grandeur par sg.

Si les droites ms, mg demeuraient fixes, la vitesse du point g sur mg, correspondant à la vitesse sg du point s sur ms, serait représentée en grandeur par go. Mais, comme tout à l'heure, go représente en grandeur la vitesse du point g sur mg, les droites ms, sg étant considérées comme fixes et la droite mg comme tournant autour du point m avec la vitesse 1. Concluons que la vitesse totale du point g sur mg est représentée en grandeur par $2go$.

En o élevons sur om une perpendiculaire et désignons par λ la partie on interceptée entre le point o et le rayon vecteur mf. En procédant comme tout à l'heure, on voit immédiatement que la vitesse totale du point o sur mo est représentée en grandeur par 3λ. De là résulte très-simplement :

$$v' = 3\lambda\, w.$$

Cela posé, on a pour vitesse angulaire de la normale ms

$$w' = \frac{mc}{\rho}.$$

On a de même pour vitesse angulaire du rayon vecteur fm

$$\frac{fc}{fm} = \frac{1}{\operatorname{tang} \beta}.$$

De là résulte d'abord

$$w = \frac{1}{\operatorname{tang} \beta} - \frac{mc}{\rho}$$

et par suite

$$\rho' = \frac{v'}{w'} = \frac{3\lambda}{\frac{mc}{\rho}} \left(\frac{1}{\operatorname{tang} \beta} - \frac{mc}{\rho} \right) = 3\lambda \left(\frac{\rho \cos \beta}{r} - 1 \right).$$

Le triangle rectangle ogm donnant

$$mg = \rho \cos \beta,$$

il vient

$$\rho \cos \beta - r = mg - fm = fg$$

et par suite, en substituant

$$(3) \quad \ldots\ldots \quad \rho' = 3\lambda \cdot \frac{fg}{r}.$$

Telle est l'expression très-simple du rayon de courbure des développées des sections coniques.

6. Dans le cas particulier de la parabole, les longueurs représentées respectivement par fg et r sont égales. L'expression du rayon ρ' se simplifie en conséquence et devient ainsi

$$(4) \quad \ldots\ldots \quad \rho' = 3\lambda:$$

c'est le résultat auquel nous étions déjà parvenu, dans notre premier travail sur la *Théorie géométrique des rayons et centres de courbure.*

Considérons l'ellipse. r' étant le rayon vecteur mené du second foyer au point m, désignons par ω, ω' les vitesses angulaires simultanées des rayons vecteurs conjugués r, r'. La normale ms divisant en deux parties égales l'angle que font entre eux ces rayons vecteurs, on a d'abord

$$w' = \frac{\omega + \omega'}{2}$$

et aussi

$$r\omega = r'\omega'.$$

De là résulte en premier lieu,

$$w' = \frac{r + r'}{2r'}\,\omega,$$

en second lieu,

$$w = \frac{\omega - \omega'}{2} = \frac{r - r'}{2r'}\,\omega,$$

et, par conséquent,

$$(5) \ldots\ldots \quad \rho' = 3\lambda\,\frac{r - r'}{r + r'}.$$

On trouverait de même pour l'hyperbole :

$$(6) \ldots\ldots \quad \rho' = 3\lambda\,\frac{r + r'}{r - r'}.$$

On peut donc écrire en général pour les trois sections coniques :

$$(7) \ldots\ldots \quad \rho' = 3\lambda\,\frac{r - r'}{r + r'},$$

r' changeant de signe lorsqu'on passe de l'ellipse à l'hyperbole, et le rapport $\frac{r}{r'}$ étant considéré comme nul lorsqu'il s'agit de la parabole.

7. En résumé, l'on a très-simplement

$$\rho_0 = \mu l.$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{\cos^3 \beta}$$

$$\rho' = 3\lambda \frac{fg}{r}.$$

On peut écrire aussi :

$$\rho' = 3\rho \operatorname{tang} \beta \left(\frac{\rho \cos \beta}{r} - 1\right) = 3\rho \operatorname{tang} \beta \frac{r - r'}{r + r'}.$$

Dans le cas de l'ellipse ou de l'hyperbole, l'axe qui contient les foyers étant représenté par $2a$, et l'autre par $2b$, on trouve aisément :

$$(8) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \rho_0 = \mu l = \frac{b^2}{a}.$$

La considération du triangle formé par le point m et les deux foyers conduit à la relation

$$rr' \cos^2 \beta = b^2.$$

Cette relation exprime que, dans l'ellipse et l'hyperbole, le produit des projections des rayons vecteurs sur la normale est constamment égal au carré du demi-axe b. En la combinant avec les équations (1), (2), (8), on en déduit successivement :

$$\rho = \frac{ms.\,rr'}{b^2} = \frac{\rho_0}{\cos \beta}\,\frac{rr'}{b^2} = \frac{rr'}{a \cos \beta} = \frac{2rr'}{(r + r')\cos \beta}.$$

La relation

$$\rho = \frac{2rr'}{(r + r')\cos \beta}$$

peut s'obtenir directement, comme nous l'avons fait ailleurs. Elle est générale, et, de même que l'équation (7), elle s'applique en même temps aux trois sections coniques.

Remarquons en terminant que, si, dans la parabole, la sous-normale est constante, cette propriété n'est qu'un cas particulier de celle qui appartient aux trois sections coniques et qui consiste en ce que la projection de la normale *ms* sur le rayon vecteur *fm* est elle-même constante.

Ajoutons que cette projection étant égale au rayon de courbure qui correspond au point de la courbe placé sur l'axe mené par les foyers, il en résulte immédiatement que ce rayon de courbure a pour longueur celle de l'ordonnée du foyer.

Théorie géométrique des centres et axes instantanés de rotation; par M. Lamarle, associé de l'Académie.

APPLICATIONS (*).

19. Nous avons dit, au début de ce travail, que la théorie des centres et axes instantanés de rotation pouvait servir à préciser et à résoudre les questions relatives à la courbure des lignes et des surfaces. Chemin faisant, nous avons indiqué comment elle s'applique à quelques cas particuliers où elle permet de dégager de toute notion trans-

---

(*) La première partie de ce travail est insérée dans le 11^{me} *Bulletin* de l'année 1858 (27^{me} année, 2^{me} série, t. V).

cendante les définitions et énoncés généralement admis. L'objet que nous nous proposons dans ce qui suit est de faire ressortir les avantages d'une méthode qui, sans cesser d'être élémentaire et purement géométrique, résout directement et avec la plus grande simplicité possible toute une série de questions réservées jusqu'ici à l'analyse infinitésimale.

En traitant de la courbure des surfaces, nous ramenons toute cette théorie au théorème fondamental des *tangentes réciproques*. Ce théorème, que nous croyons nouveau, comprend, comme cas particulier, une proposition démontrée par M. Bertrand et susceptible d'un énoncé très-simple. Nous donnons cet énoncé, où rien ne reste des notions transcendantes qui s'y trouvaient d'abord. Nous opérons de même en ce qui concerne deux théorèmes de M. Dupin sur les *tangentes conjuguées* et les *surfaces orthogonales*. Ces théorèmes, ainsi qu'on le verra, se démontrent aisément par voie géométrique.

Ces indications données, passons aux applications, et commençons par établir quelques théorèmes dont nous aurons besoin.

EXPOSÉ DES THÉORÈMES FONDAMENTAUX.

20. Théorème XI. — *Lorsque deux droites font entre elles un angle constant, elles ont en même temps mêmes rotations autour des mêmes axes.*

Soient A, B les deux droites données. Prenons dans l'espace un point quelconque O, et, par ce point, faisons passer deux droites A′, B′ assujetties à rester constamment parallèles, l'une à la droite A, l'autre à la droite B.

Les droites A′, B′ formant entre elles un système de forme invariable, leur état de mouvement consiste à chaque instant en une même rotation autour d'un seul et même axe passant par le point O. De là résulte évidemment la proposition énoncée pour les droites A, B, dont le mouvement angulaire ne diffère en rien de celui des droites A′, B′.

21. Théorème XII. — *Lorsque deux droites font entre elles un angle incessamment variable, si l'on désigne par* P *un plan parallèle à ces droites, leurs rotations simultanées se composent, pour chacune, à un même instant quelconque,*

1° *D'une même rotation autour d'un même axe situé dans le plan* P;

2° *D'une rotation différente autour d'un axe perpendiculaire au plan* P.

Soient A, C les deux droites données et P un plan parallèle à ces droites. Concevons une troisième droite B assujettie à rester parallèle au plan P et à faire un angle constant avec la droite A. Les droites A, B sont telles que leurs rotations simultanées se composent des mêmes rotations autour de deux axes, l'un parallèle, l'autre perpendiculaire au plan P. (*Théorème XI*). Cela posé, puisque la droite C reste parallèle au plan P, il est visible que sa rotation totale ne peut différer de celle des droites A, B que par la composante autour du second axe. Concluons que les rotations des droites A, C se composent chacune :

1° *D'une même rotation autour d'un même axe parallèle au plan* P;

2° *D'une rotation différente autour d'un axe perpendiculaire au plan* P.

22. Théorème XIII. — *Étant donné un plan* P *parallèle*

à deux droites mobiles A, B, *et, pour chacune de ces droites, sa rotation composante autour d'un axe situé dans le plan* P (*), *la rotation de la normale au plan* P *est complétement déterminée.*

Construction. — Soit *o* un point du plan P; *oa*, *ob* deux axes situés dans ce plan (**) et représentant les rotations composantes, données, l'une, pour la droite A, l'autre, pour la droite B. Par les points *a* et *b* menons les droites *an*, *bn*, respectivement parallèles, la première à la droite A, la deuxième à la droite B. *n* étant le point de rencontre des droites *an*, *bn*, la droite *on* représente en direction, sens, et grandeur la rotation de la normale au plan P.

Démonstration. — On sait que le système des droites A, B admet une même rotation composante autour d'un même axe situé dans le plan P (*Théorème XII*). Cette rotation est évidemment représentée par *on*. Cela résulte de ce que la rotation *on* équivaut, pour la droite A, à la rotation *oa*, pour la droite B, à la rotation *ob*. Il est clair, d'ailleurs, que, quelle que soit pour chacune des droites A, B sa rotation composante autour de la normale au plan P, ces rotations peuvent être considérées comme nulles, sans qu'il s'ensuive aucune modification dans le

---

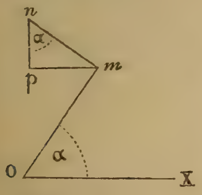
(*) Quelle que soit pour chacune des droites mobiles sa rotation totale, on peut toujours la décomposer en deux rotations simultanées, l'une autour d'un axe perpendiculaire au plan P, l'autre autour d'un axe situé dans ce plan. Ce sont ces dernières composantes qui sont données. Si, d'abord, elles paraissent n'admettre, ainsi que les premières, qu'une seule détermination pour chaque droite, il suffit de quelque attention pour reconnaître qu'elles comportent en réalité une infinité de déterminations différentes, toutes, d'ailleurs, équivalentes entre elles, en ce qui concerne la droite correspondante.

(**) Le lecteur est prié de faire la figure.

mouvement angulaire de cette même normale. La construction qui précède est ainsi justifiée.

23. **Problème.** — *Une droite* A *tourne autour de trois axes rectangulaires* OX, OY, OZ, *avec des vitesses simultanées exprimées respectivement par* ω_x, ω_y, ω_z. *On demande de déterminer les relations existantes entre ces vitesses et les vitesses angulaires des projections de la droite mobile dans trois plans menés parallèlement à cette droite par les axes* OX, OY, OZ.

Soit Om une droite menée par le point O parallèlement à la droite A. Le point m étant pris à la distance 1 de l'origine O, considérons d'abord ce qui se passe dans le plan mobile mOX mené par la droite Om et l'axe OX. Nous désignerons par α, β, γ les angles de la droite A avec les axes OX, OY, OZ.

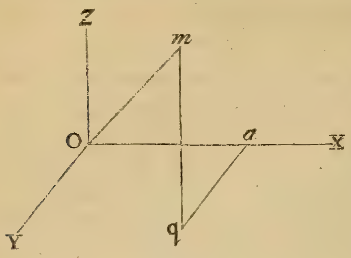


Cela posé, soit $\dot{\alpha}$ la vitesse angulaire actuelle de la droite Om dans le plan mOx. Cette vitesse est en même temps la vitesse de translation du point m; représentons-la par mn, la droite mn étant située dans le plan mOX et dirigée perpendiculairement à Om. Par le point m menons mp parallèle à OX, et du point n, abaissons sur mp la perpendiculaire np. La vitesse du point m a pour composante parallèle à OX la vitesse mp. On a d'ailleurs, comme conséquence immédiate de la construction,

$$mp = mn.\sin\alpha = \dot{\alpha}\sin\alpha.$$

D'un autre côté, il est visible que la vitesse mp dépend exclusivement des rotations ω_y, ω_z.

Considérons la rotation de la droite O*m* autour de l'axe OZ et, après avoir projeté le point *m*, en *q* sur le plan XOZ, en *a* sur l'axe OX, transportons cette rotation autour d'un axe parallèle à OZ et passant par le point *a*. Eu égard à ce déplacement, nous devons composer la rotation ω_z avec une translation perpendiculaire au plan XOZ. Remarquons que cette translation ne peut influer en rien sur la vitesse *mp* qui anime le point *m* parallèlement à OX. La conséquence est que la partie de la vitesse *mp* qui dépend de la rotation ω_z a pour expression



$$aq.\,\omega_z = \omega_z \cos \beta.$$

On trouverait de même pour la partie de cette vitesse qui dépend de la rotation ω_y,

$$-\ \omega_y \cos \gamma.$$

De là résulte immédiatement

$$\dot{\alpha} \sin \alpha = \omega_z \cos \beta - \omega_y \cos \gamma.$$

Une simple permutation tournante permet d'appliquer aux plans mobiles *m*OY, *m*OZ, le résultat qui vient d'être obtenu pour le plan *m*OX. On trouve ainsi

$$(1)\ \ldots\ \left\{\begin{array}{l} \dot{\alpha} \sin \alpha = \omega_z \cos \beta - \omega_y \cos \gamma \\ \dot{\beta} \sin \beta = \omega_x \cos \gamma - \omega_z \cos \alpha \\ \dot{\gamma} \sin \gamma = \omega_y \cos \alpha - \omega_x \cos \beta. \end{array}\right.$$

Le système de ces trois équations détermine chacune des trois vitesses $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\gamma}$ en fonction des rotations ω_x, ω_y, ω_z. On se tromperait si l'on croyait que réciproquement la détermination des vitesses ω_x, ω_y, ω_z est impliquée par celle des vitesses $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\gamma}$. On peut sans rien changer à celles-ci modifier les autres d'une infinité de manières. Il suffit pour cela d'introduire une rotation quelconque autour de la droite Om.

Veut-on appliquer les équations (1) à fixer la position angulaire de l'axe instantané de rotation? On y parvient très-simplement en considérant les angles α, β, γ comme étant ceux de cet axe avec les droites OX, OY, OZ et égalant à zéro chacune des trois quantités $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\gamma}$. On sait d'ailleurs que la rotation autour de l'axe instantané est représentée en direction, sens et grandeur par la diagonale du parallélipipède construit sur les trois rotations composantes ω_x, ω_y, ω_z.

COURBURE DES SURFACES.

Tangentes réciproques.

24. Soit P un plan tangent en O à une surface S; OX, OL les traces sur le plan P de deux sections normales NOX NOL.

Nous désignons, sous le nom de *tangentes réciproques*, deux tangentes respectivement assujetties, l'une à rester parallèle au plan de la section NOX, tandis que son point de contact glisse sur la section NOL, l'autre à rester parallèle au plan de la section NOL, tandis que son point de contact glisse sur la section NOX.

Cela posé, on démontre aisément, sans calcul et par simple voie géométrique, la proposition suivante (*) :

Théorème XIV. — *Lorsque deux tangentes réciproques sortent en même temps et avec une égale vitesse des sections normales qui les déterminent, leurs rotations autour des directions qu'elles suivent respectivement sont égales et de sens contraire.*

Cette proposition implique, comme cas particulier, un théorème exposé par M. Bertrand et dont voici l'énoncé, reproduit par M. Duhamel, dans ses *Éléments de calcul infinitésimal* (tome II, page 347) :

Si, en un point quelconque d'une surface, nous considérons deux directions rectangulaires sur lesquelles nous prenions des longueurs infiniment petites, égales, et que, par leurs extrémités, nous menions des normales à la surface, ces normales feront respectivement des angles égaux avec les plans menés par la normale au premier point et chacune des deux directions; et, de plus, elles seront toutes les deux comprises dans l'angle dièdre droit que forment les deux plans, ou toutes les deux en dehors.

En dégageant cet énoncé de toute notion transcendante ou infinitésimale, nous dirons, comme conséquence directe et immédiate du théorème XIV, dans le cas parti-

---

(*) Cette proposition peut être considérée comme une traduction directe de l'équation fondamentale :

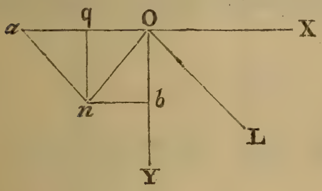
$$F''_{x,y}(x,y) = F''_{y,x}(x,y).$$

Lorsque nous disons qu'on peut l'établir sans calcul et par simple voie géométrique, il doit être entendu que c'est indépendamment de cette équation et sans y recourir directement ou indirectement.

culier où les sections normales considérées sont rectangulaires :

Lorsque deux droites, normales à une même surface, sortent en même temps d'une position commune, suivant deux directions rectangulaires et avec une égale vitesse, leurs rotations autour des directions qu'elles suivent respectivement sont égales et de sens contraire.

25. Prenons le cas général, et, pour chaque tangente à considérer, supposons que son point de contact se déplace, à partir du point O avec une vitesse v toujours la même en grandeur. Soit d'ailleurs ω la rotation correspondante de la tangente réciproque OL autour de l'axe OX, et W_x, W_l celles des tangentes aux sections normales NOX, NOL.



S'agit-il d'abord de la rotation du plan tangent, alors que le point de contact se déplace suivant la direction OX, nous connaissons les rotations composantes de deux droites situées dans ce plan et l'entraînant avec elles. L'une a pour axe la droite O*b* perpendiculaire à OX et égale à W_x; l'autre a pour axe la droite O*a*, dirigée suivant XO et égale à ω.

Soit *n* le point de rencontre des deux droites *bn*, *an* respectivement parallèles l'une à OX, l'autre à OL : la rotation de la normale est représentée en direction, sens et grandeur par la diagonale O*n* (*Théorème XIII*, n° 23). Projetons le point *n* en *q* sur la droite O*a*; O*q* représente en direction, sens et grandeur la rotation de la normale autour de la droite OX. De là résulte, en désignant cette rotation par N_x et l'angle XOL par θ.

(1). . . . $N_x = aO - aq = \omega - W_x \cot \theta$.

S'agit-il ensuite de la rotation du plan tangent, alors que le point de contact se déplace suivant OL, on peut opérer directement, comme nous venons de le faire, ou se borner à changer les signes de deux quantités ω et θ. Dans tous les cas, si l'on désigne par N_l la rotation de la normale autour de l'axe OL, on trouve :

(2). . . . . $N_l = W_l \cot \theta - \omega$.

Veut-on considérer en particulier le cas où il s'agit des deux sections rectangulaires OX, OY, la comparaison des équations (1) et (2), où l'on doit attribuer à θ la valeur $\frac{\pi}{2}$ et remplacer l'indice l par l'indice y, donne immédiatement

(3). . . . . $N_y = - N_x$.

C'est le résultat énoncé plus haut comme conséquence directe du théorème XIV.

26. La rotation N_l changeant de signe dans l'intervalle des deux sections rectangulaires OX, OY, il s'ensuit que ces deux sections comprennent, en général, une section intermédiaire pour laquelle la rotation N_l doit s'annuler. Cette conséquence peut ainsi s'établir sans démonstration. On peut aussi la déduire des équations (1), (2), (3).

Tirons de l'équation (1) la valeur de ω et transportons cette valeur dans l'équation (2). Il vient :

(4). . . . $N_l = (W_l - W_x) \cot \theta - N_x$.

On a de même, en substituant la section NOY à la section NOX et tenant compte de l'équation (3),

$$(5). \quad . \quad . \quad N_t = (W_y - W_t) \operatorname{tang} \beta + N_x \text{ (*)}.$$

La combinaison des équations (4) et (5) permet d'éliminer W_t et d'écrire, en conséquence,

$$(6). \quad . \quad N_t = \cos 2\beta \left[N_x - \frac{W_x - W_y}{2} \operatorname{tang} 2\beta\right].$$

L'équation (6) conduit aux déductions suivantes :

1° *En général,* N_x *n'étant pas nul et* W_x *n'étant pas égal à* W_y, *il existe entre les sections normales* NOX, NOY *une section intermédiaire pour laquelle on a*

$$N_t = 0.$$

L'angle β, *compris entre cette section et la section* NOX *est déterminé par l'équation de condition :*

$$(7). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \operatorname{Tang} 2\beta = \frac{2N_x}{W_x - W_y}.$$

2° N_x *n'étant pas nul et* W_x *étant égal à* W_y, *la section pour laquelle on a*

$$N_t = 0$$

est la section dirigée suivant la bissectrice de l'angle XOY.

3° N_x *étant nul, l'équation* (6) *devient :*

$$(8). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad N_t = \frac{W_y - W_x}{2} \sin 2\beta,$$

(*) Pour passer de l'équation (4) à l'équation (5), il suffit de remplacer l'indice x par l'indice y, et l'angle β par l'angle $\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$ changé de signe.

et, dès lors, selon que les rotations W_x, W_y *sont les mêmes ou différentes,* N_l *est nul pour toutes les sections intermédiaires ou ne l'est pour aucune.*

COURBURE DES SECTIONS NORMALES.

27. La section NOX pouvant être quelconque, supposons-la choisie d'après la condition

$$N_x = 0.$$

Dans cette hypothèse, si l'on égale les valeurs fournies pour N_l par les équations (4) et (5), on a :

$$(9). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad W_l = W_x \cos^2 \beta + W_y \sin^2 \beta.$$

Soit ρ le rayon de courbure de la section NOL et R, R′ ceux des sections rectangulaires NOX, NOY, on a, conformément à notre *Théorie géométrique des rayons et centres de courbure :*

$$W_l = \frac{v}{\rho} \qquad W_x = \frac{v}{R} \qquad W_y = \frac{v}{R'}$$

Il vient donc, par voie de simple substitution et après suppression du facteur commun v :

$$(10). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \frac{1}{\rho} = \frac{\cos^2 \beta}{R} + \frac{\sin^2 \beta}{R'}.$$

L'équation (10) est l'équation polaire d'une ellipse rapportée à son centre pris pour pôle, et ayant ses axes principaux dirigés suivant les droites OX, OY. Cette ellipse a reçu le nom d'*indicatrice*. Voici pourquoi. Soit r un quelconque de ses rayons vecteurs et ρ le rayon de courbure de la section normale dirigée suivant le rayon r. On a très-simplement :

$$\rho = r^2.$$

La discussion de l'équation (10) conduit directement aux déductions suivantes, rendues plus manifestes encore par la considération de l'indicatrice :

1° *Les sections rectangulaires* OX, OY *se distinguent des autres sections normales en ce que leur courbure est un maximum pour l'une, un minimum pour l'autre.*

Elles sont dites sections de plus petite et de plus grande courbure, *ou bien encore* sections principales;

2° *Soient ρ, ρ' les rayons de courbure de deux sections normales rectangulaires, choisies comme on voudra, la somme inverse des rayons ρ, ρ' est constante. On a ainsi :*

$$\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'}.$$

3° *Lorsqu'en un point d'une surface les sections principales ont même courbure, cette courbure est commune à toutes les sections normales passant par ce même point.*

On appelle ombilic *le point singulier où toutes les sections normales ont ainsi même courbure.*

COURBURE DES SECTIONS OBLIQUES.

28. Soit une section quelconque oblique ayant même tangente que la section normale NOL. Si l'on suppose que la normale à la surface S se déplace, à partir du point O, suivant la direction OL, il est visible que sa projection dans le plan de la section oblique considérée se confond avec la normale à cette même section. Soit φ

l'angle de ces deux normales et W la vitesse angulaire de la seconde, on a (*) :

$$W \cos \varphi = W_l = \frac{v}{\rho}.$$

De là résulte, en désignant par ρ_1 le rayon de courbure de la section oblique ayant même tangente que la section normale NOL :

$$\rho_1 = \frac{v}{W} = \rho \cos \varphi.$$

LIGNES DE COURBURE.

29. Nous avons vu n° 26 qu'il existe en général pour chaque point d'une surface deux directions uniques, rectangulaires entre elles et satisfaisant à la condition

$$N_l = 0.$$

Lorsque la normale se déplace suivant l'une ou l'autre de ces deux directions, les vitesses de ses différents points sont toutes dirigées dans le plan de la section normale correspondante. Il s'ensuit que l'un de ces points, celui qui coïncide avec le centre de courbure de cette même section, a une vitesse nulle. Les sections déterminées par les directions dont il s'agit sont dites *sections principales*. Voici d'ailleurs les conséquences :

(*) Soit n un point de la première normale, projeté en n' sur la seconde. Ces deux points ont même vitesse. Il s'ensuit qu'en désignant par nm la longueur de la première normale et par $n'm$ sa projection, l'on peut écrire

$$n'm.\, W = nm \cos \varphi.\, W = nm\, W_l.$$

La suppression du facteur commun nm donne immédiatement :

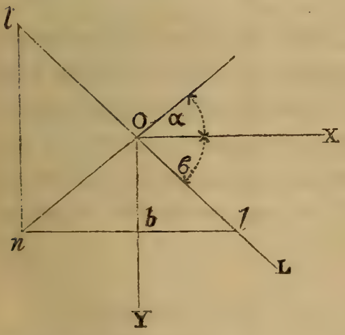
$$W \cos \varphi = W_l.$$

1° *Les sections principales sont les seules pour lesquelles il existe sur la normale un point dont la vitesse soit nulle à l'origine du déplacement de cette même normale. Elles déterminent sur la surface* S, *par la direction des tangentes qui leur correspondent, deux systèmes de lignes dites* lignes de courbure.

2° *Les lignes de courbure se coupent partout à angle droit. Elles sont les seules, parmi toutes les lignes tracées sur la surface, pour lesquelles le lieu géométrique des normales soit une surface développable.*

3° *Dans les surfaces de révolution, les lignes de courbure sont les méridiens et les parallèles.*

TANGENTES CONJUGUÉES.



30. Considérons dans chacun des systèmes LOX, LOY celle des deux tangentes réciproques dont le point de contact est assujetti à glisser sur la section normale NOL.

La rotation de l'une peut être représentée par Ol, pourvu qu'on ait égard à l'équation de condition $N_x = 0$ et que l'on prenne, en conséquence,

(1) . . . . . $Ol = \omega = W_x \cot. \beta$ (*).

La rotation de l'autre peut, de même, être représentée

(*) Voir n° 25, équation (1).

par Ol', en prenant

$$(2) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad Ol' = W_y \operatorname{tang} \beta$$

Ces deux rotations étant ainsi déterminées, celle de la normale en résulte : elle est représentée par On, le point n étant donné par l'intersection des droites ln, $l'n$ respectivement parallèles l'une à OX l'autre à OY (*Théorème XIII*, n° 22).

Soit α l'angle que la droite On fait avec l'axe OX, on a immédiatement

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{Ob}{bn} = \frac{Ol \sin \beta}{Ol' \cos \beta} = \frac{W_x}{W_y} \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \beta}.$$

De là résulte

$$(3) \; . \; . \; . \; . \; . \quad \operatorname{tang} \alpha . \operatorname{tang} \beta = \frac{W_x}{W_y} = \frac{R'}{R}.$$

Les tangentes OL, On, dont l'une fixe la direction du déplacement que l'on considère, et l'autre celle de l'axe instantané qui correspond, dans le plan tangent, à cette direction, sont dites *tangentes conjuguées*, d'après M. Dupin. L'équation (3) exprime que, relativement à l'indicatrice, elles forment entre elles un système de diamètres conjugués.

THÉORÈME DE M. DUPIN SUR LES SURFACES ORTHOGONALES.

31. Soient S, S′, S″ trois surfaces qui se coupent deux à deux et à angle droit, suivant trois lignes ayant un point commun O. Soient OX, OY, OZ les tangentes en O aux intersections des surfaces S, S′, S″. Soient, de plus, N, N′, N″ trois droites assujetties à sortir du point O avec une égale vitesse, et en restant, comme elles le sont en O, respecti-

vement normales, la droite N à la surface S, la droite N′ à la surface S′, la droite N″ à la surface S″.

Considérons la rotation de la droite N autour de la direction qu'elle suit à partir du point O, où elle coïncide avec la tangente OX, et, selon que cette direction est OY ou OZ, désignons par N_y ou N_z la rotation dont il s'agit.

Considérons de même la rotation de la droite N′ autour de la direction qu'elle suit à partir du point O, où elle coïncide avec la tangente OY, et, selon que cette direction est OZ ou OX, désignons par N'_z ou N'_x la rotation dont il s'agit.

Considérons enfin la rotation de la droite N″ autour de la direction qu'elle suit à partir du point O, où elle coïncide avec la tangente OZ, et, selon que cette direction est OX ou OY, désignons par N''_x ou N''_y la rotation dont il s'agit.

Cela posé, lorsque les normales N′, N″ se déplacent en même temps suivant la direction OX, elles ne cessent point d'être rectangulaires. La même observation s'applique aux normales N″, N dans leur déplacement, suivant OY, et aux normales N, N′, dans leur déplacement suivant OZ. De là résulte, conformément au *Théorème XI*:

$$(1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \begin{aligned} N'_x &= N''_x \\ N''_y &= N_y \\ N_z &= N'_z. \end{aligned}$$

D'un autre côté, s'il s'agit des déplacements d'une même normale, suivant les deux directions rectangulaires qui lui correspondent, l'on a, comme déduction du *théorème XIV* et conformément au dernier énoncé du n° 24 :

$$(2) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \begin{aligned} N''_x &= -N''_y \\ N_y &= -N_z \\ N'_z &= -N'_x. \end{aligned}$$

Le double système des équations (1) et (2) peut s'écrire comme il suit :

$$\begin{aligned} N'_x &= N''_x = -N''_y \\ N''_y &= N_y = -N_z \\ N_z &= N'_z = -N'_x. \end{aligned}$$

De là résulte immédiatement :

$$N'_x = N''_x = -N''_y = -N_y = N_z = N'_z = -N'_x,$$

et par suite :

$$\begin{aligned} N'_z &= 0 \\ N''_x &= 0 \\ N_y &= 0 \\ N''_y &= 0 \\ N_z &= 0 \\ N'_z &= 0. \end{aligned}$$

Nous avons vu au n° 29 que les sections principales sont les seules pour lesquelles on ait généralement

$$N_l = 0.$$

On a donc ce premier théorème :

Lorsque trois surfaces se coupent orthogonalement suivant trois lignes ayant un point commun, ces lignes sont, sur chacune des trois surfaces, tangentes aux lignes de courbure menées par le point commun aux trois intersections.

On a ensuite, comme conséquence, cet autre théorème qui est celui de M. Dupin.

Lorsque trois séries de surfaces se coupent orthogonalement, leurs intersections ne sont autre chose que leurs lignes de courbure respectives.

RAYONS ET CENTRES DE COURBURE DES SECTIONS PRINCIPALES DES SURFACES DE RÉVOLUTION.

32. Lorsqu'une droite se déplace, en restant normale à une surface, *selon qu'elle suit ou qu'elle ne suit pas la direction d'une section principale*, les vitesses de ses différents points sont ou non dirigées dans un seul et même plan. Supposons que la direction suivie soit celle d'une direction principale : les vitesses des différents points de la normale sont dirigées dans un seul et même plan; néanmoins elles peuvent être toutes les mêmes ou toutes différentes. Elles sont toutes les mêmes, dans le cas particulier d'une section principale dont la courbure est nulle à l'origine du déplacement considéré. Elles sont toutes différentes dans le cas général d'une courbure quelconque, et l'on peut appliquer à ce cas général la déduction suivante :

Lorsque la normale à une surface sort du lieu qu'elle occupe, suivant la direction d'une section principale, elle a un point dont la vitesse est nulle, et réciproquement. Ce point est le centre de courbure de la section principale qui correspond au déplacement considéré.

Cela posé, s'agit-il en particulier d'une surface de révolution? Il est visible que la section méridienne est une section principale. Il est visible aussi que la direction perpendiculaire à la section méridienne est fournie par le parallèle, et que, pour cette direction, le point de la normale dont la vitesse est nulle, est précisément celui où la normale vient couper l'axe de révolution. Concluons que, dans les surfaces de révolution, les rayons de courbure principaux sont respectivement, l'un celui de la section méridienne au point considéré, l'autre la partie de la normale comprise entre ce même point et l'axe de révolution.

Sur la théorie analytique des coniques; par M. Schaar, membre de l'Académie.

La plupart des propriétés générales de la théorie des coniques, même les plus belles et les plus considérables, n'entrent point dans les traités de géométrie analytique où l'on étudie aujourd'hui ces courbes, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la forme de ces ouvrages et à la longueur excessive des calculs auxquels entraîne l'emploi du système des coordonnées de Descartes. J'ai essayé de remplir cette lacune, et l'on trouvera peut-être que, dans cette théorie, l'analyse est aussi briève et aussi facile que la géométrie pure. La marche que j'ai suivie s'étend à la plupart des questions de géométrie qu'on traite d'ordinaire par l'analyse; elle constitue une méthode qui me paraît digne de fixer l'attention, à cause de la simplicité extrême des démonstrations et des calculs.

I.

Soient AM, AN (*fig.* 1) deux droites fixes qui se coupent en A et désignons par M et N les perpendiculaires ED, EC abaissées d'un point quelconque E sur ces deux droites : M et N seront les *coordonnées* du point E par rapport aux *axes* AM et AN; coordonnées qui suffisent évidemment pour en fixer la position, lorsque le sens suivant lequel on prend les coordonnées positives est déterminé.

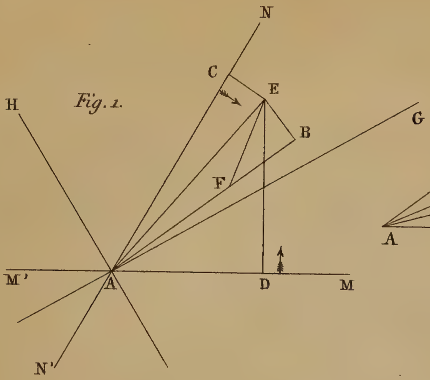


Fig. 1.
N
C
E
H
B
G
F
M'
A
D
M
N'

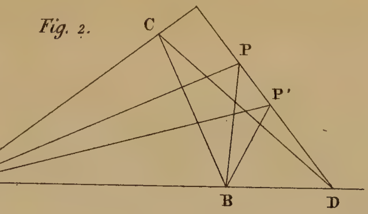


Fig. 2.

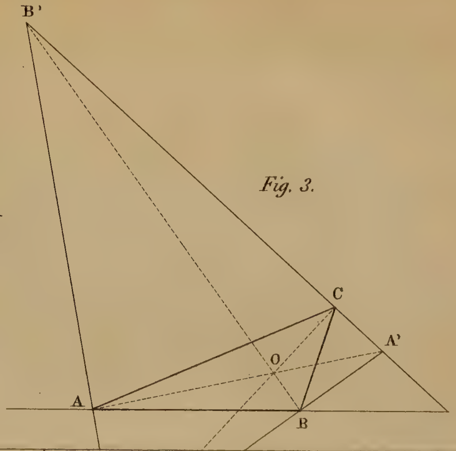


Fig. 3.

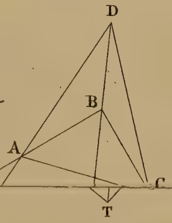
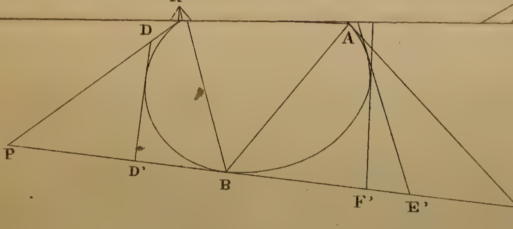


Fig. 5



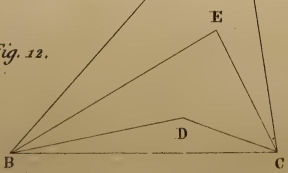
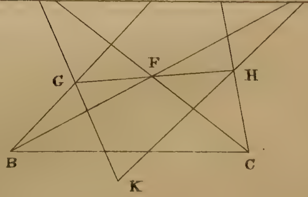


Fig. 12.



Imp. Simonau & Toovey, Bruxelles.

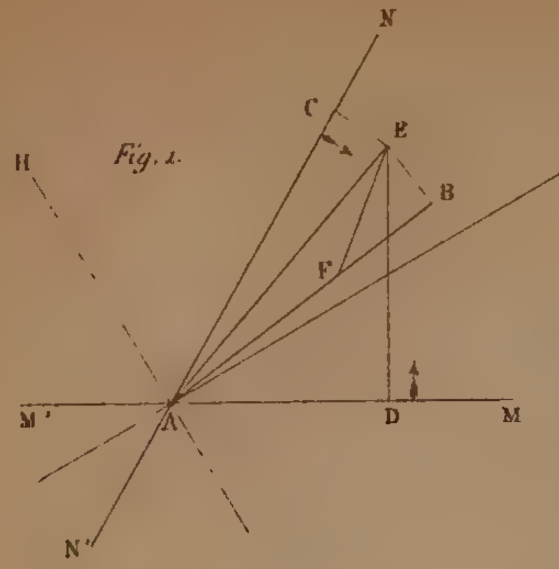


Fig. 1.

N
H
C
E
B
G
F
M'
A
D
M
N''

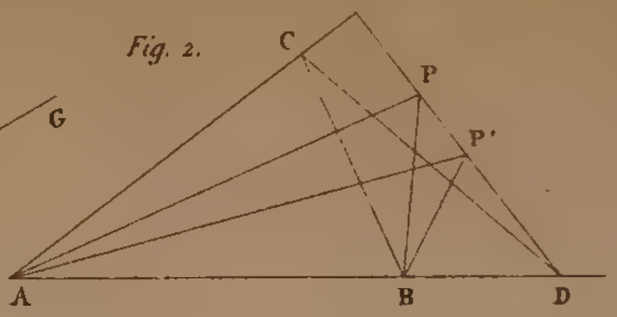


Fig. 2.

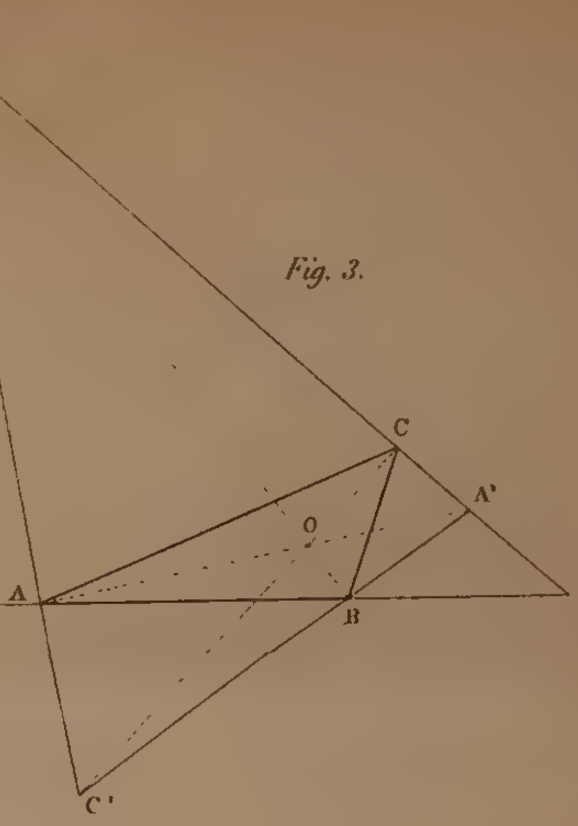


Fig. 3.

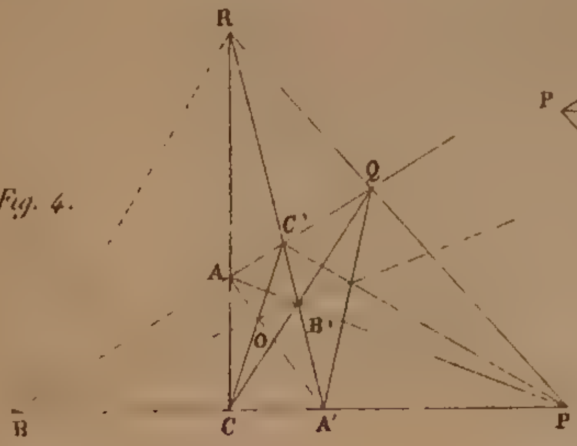


Fig. 4.

R
Q
C'
A
B'
O
B
C
A'
P

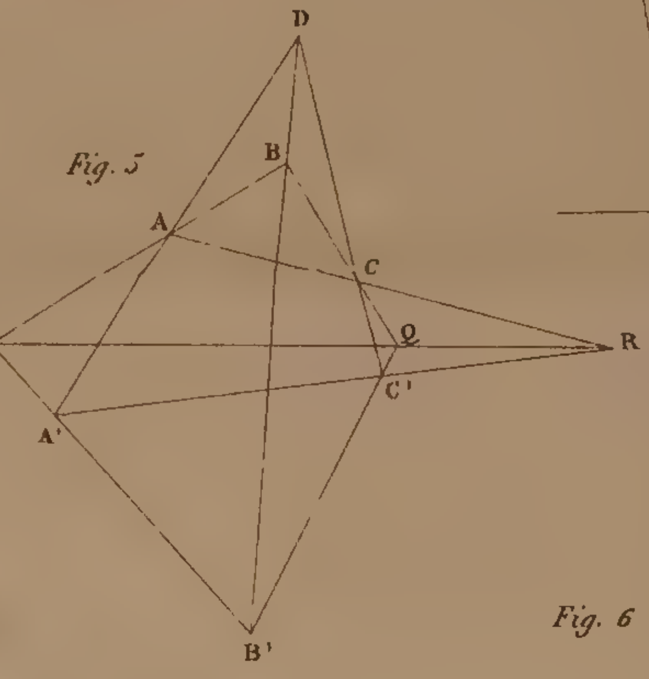


Fig. 5

D
B
A
C
P
Q
R
C'
A'
B'

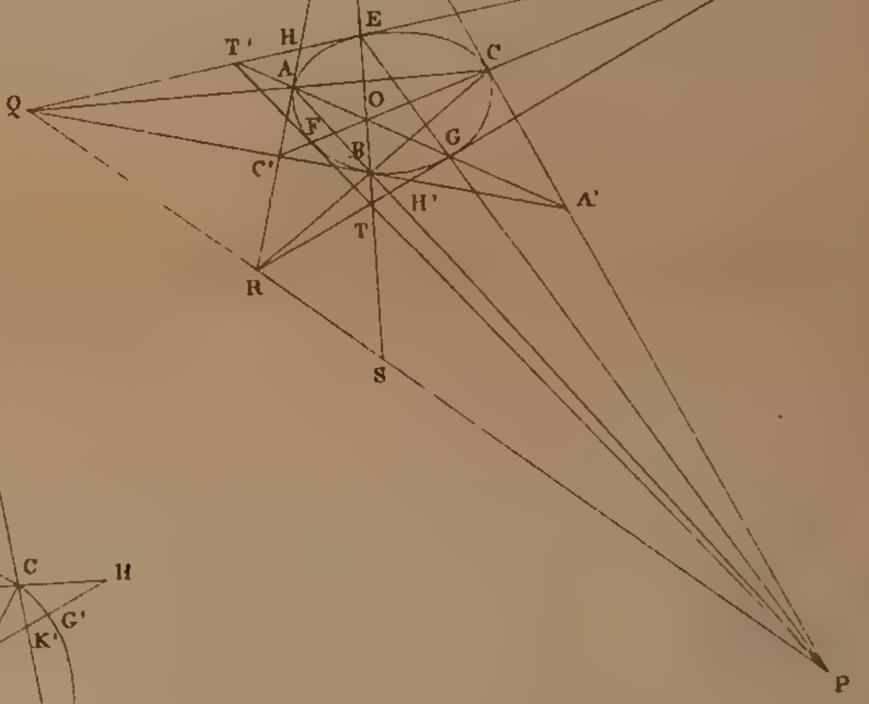


Fig. 6

B'
T''
T'
H
E
C
A
O
Q
F
B
G
C'
H'
A'
T
R
S
P

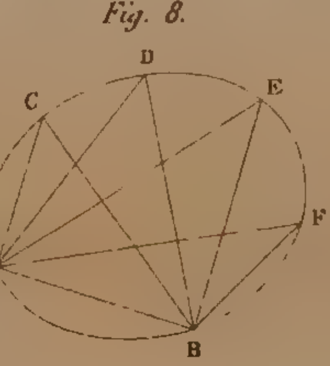


Fig. 8.

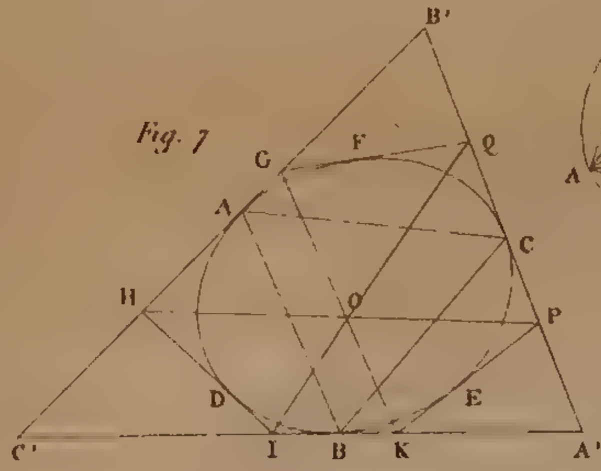


Fig. 7

B'
G
F
Q
A
C
H
O
P
D
E
C'
I
B
K
A'

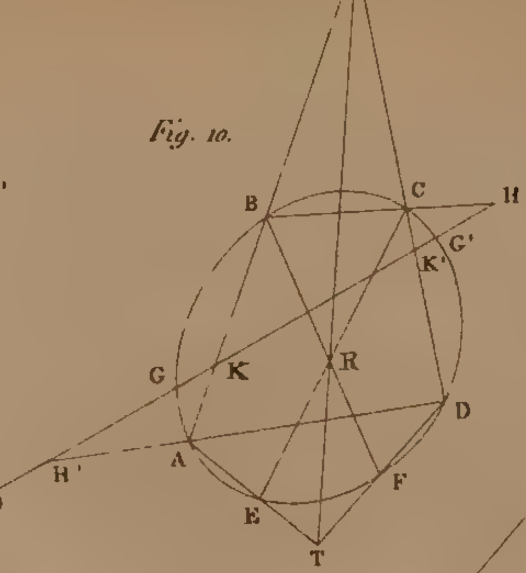


Fig. 10.

S
B
C
H
G'
K'
G
K
R
D
O
H'
A
F
E
T

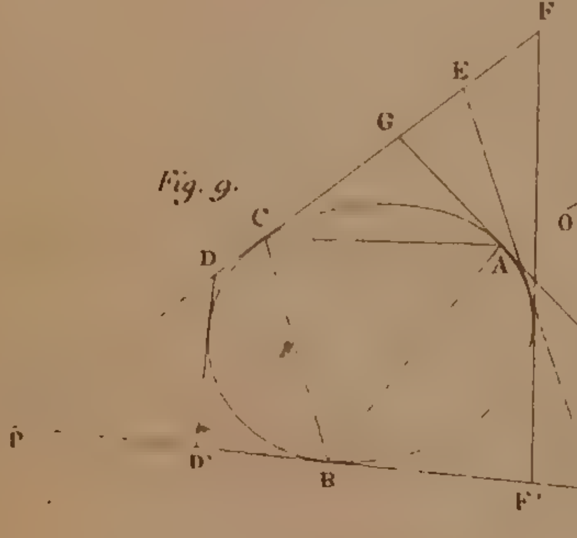


Fig. 9.

F
E
G
C
D
A
P
D'
B
F'
E'
G'

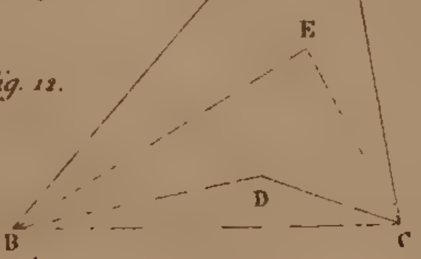


Fig. 12.

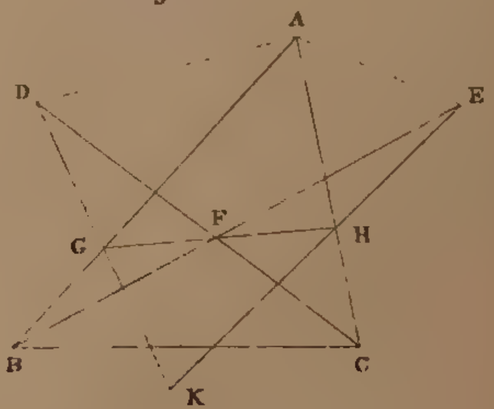


Fig. 11.

Nous conviendrons de porter les coordonnées positives vers l'intérieur de l'angle, comme l'indiquent les deux flèches; on en verra la raison plus bas. Les coordonnées négatives seront nécessairement portées en sens contraire. Il suit de là que les coordonnées de tous les points situés dans l'angle MAN sont toutes les deux positives; celles des points situés dans l'angle M′AN′, opposé par le sommet au premier, sont négatives, et enfin, tous les points situés dans l'un des deux angles M′AM, N′AN ont une de leurs coordonnées positives et l'autre négative, absolument comme dans le système des coordonnées de Descartes.

Lorsque le point E se trouve sur la droite M, on a $ED = o$, ou

$$M = o.$$

Cette équation est donc celle de la droite AM; on aura de même $N = o$ pour celle de la droite AN.

Désignons par α, β et θ les angles DAB, DAE et DAC, et par ρ la distance AE; les triangles rectangles EAD, EAC donneront ED ou $M = \rho \sin \beta$ et $N = \rho \sin (\theta - \beta)$. Ajoutons membre à membre ces deux équations, après avoir multiplié la première par $\sin (\theta - \alpha)$ et la seconde par $- \sin \alpha$, nous aurons, après quelques réductions évidentes,

$$M \sin (\theta - \alpha) - N \sin \alpha = \rho \sin (\beta - \alpha) \sin \theta,$$

ou bien, à cause de $BE = \rho \sin (\beta - \alpha)$,

$$BE \sin \theta = M \sin (\theta - \alpha) - N \sin \alpha.$$

Donc, si l'on représente par δ la distance BE, on aura

$$\delta = \frac{\sin (\theta - \alpha)}{\sin \theta} \left[M - \frac{\sin \alpha}{\sin (\theta - \alpha)} N \right].$$

Lorsque le point E est situé sur la droite AB, on a

$\delta = o$; on a donc pour l'équation de cette droite

$$M - \frac{\sin\alpha}{\sin(\theta - \alpha)} N = o.$$

Si l'on fait pour abréger

$$\lambda = -\frac{\sin\alpha}{\sin(\theta - \alpha)},$$

elle deviendra $M + \lambda N = o$, et la distance du point dont les coordonnées sont M et N à cette droite sera donnée par la formule

$$\delta = \frac{\sin(\theta - \alpha)}{\sin\theta} (M + \lambda N).$$

Il est évident que la distance du point E à un point F de la droite AB, située sur une droite EF faisant avec AB un angle ε, sera

$$\delta = \frac{\sin(\theta - \alpha)}{\sin\varepsilon \sin\theta} (M + \lambda N).$$

Donc, en général, lorsqu'une droite AB, dont l'équation est $M + \lambda N$, est coupée par une droite EF, la distance *en grandeur absolue* d'un point de cette dernière, dont les coordonnées sont M et N au point d'intersection, est donnée par la formule

$$\delta = \pm a (M + \lambda N),$$

a étant un coefficient constant pour tous les points de la droite EF. Il est visible que, pour tous les points situés d'un même côté de la droite AB, il faudra prendre le second membre avec le même signe, et que, pour deux points situés de part et d'autre de cette droite, on devra prendre ce second membre avec des signes différents.

On peut remarquer que le coefficient $-\lambda$ exprime le rapport des sinus des angles que la droite AB fait avec AM et AN. Rien n'est donc plus facile que de déterminer la position d'une droite passant par l'origine A, lorsqu'on a son équation sous la forme précédente, puisqu'on en tire

$$\operatorname{tang} \alpha = -\frac{\lambda \sin \theta}{1 - \lambda \cos \theta}.$$

Lorsque $\alpha = \frac{\theta}{2}$, on a $\lambda = -1$, donc $M - N = o$ est l'équation de la bissectrice de l'angle A, ce qui est du reste évident.

Si l'on fait $\alpha = 90^\circ + \frac{\theta}{2}$, on aura $\lambda = 1$ et par suite $M + N = o$ pour l'équation de la droite AG perpendiculaire à AF ou la bissectrice de l'angle M'AN, supplément de MAN.

Soit $M + \lambda' N = o$ l'équation d'une droite AB' faisant avec AM l'angle α', on aura

$$\operatorname{tang} \alpha' = -\frac{\lambda' \cos \theta}{1 - \lambda' \sin \theta}$$

et, par conséquent, en faisant $\alpha - \alpha' = v$,

$$\operatorname{tang} v = \frac{(\lambda' - \lambda) \sin \theta}{1 - (\lambda' + \lambda) \cos \theta + \lambda' \lambda}$$

pour l'angle que font entre elles ces deux droites.

Lorsque $v = 90^\circ$, les deux droites sont perpendiculaires et l'on a alors, en général, la condition

$$1 - (\lambda' + \lambda) \cos \theta + \lambda' \lambda = o.$$

Je dis *en général*, car il est aisé de s'assurer que la valeur de v devient infinie lorsque $\lambda = \cos. \theta$ et $\lambda' = \infty$, ou bien $\lambda = \infty$ et $\lambda' = \cos. \theta$.

Lorsque $\theta = 90^\circ$, l'équation précédente devient

$$1 + \lambda' \lambda = o.$$

On aura sans doute déjà remarqué l'analogie qui existe entre les équations précédentes et les relations que l'on a, dans les mêmes cas, entre les coefficients angulaires de l'abscisse dans les équations des droites rapportées à des coordonnées ordinaires.

On peut aussi tirer de l'équation précédente, qui donne la valeur tang v, celle de λ' en fonction de λ et tang v.

On trouve

$$\lambda' = \frac{\sin v + \lambda \sin(\theta - v)}{\sin(\theta + v) - \lambda}.$$

Donc, si les deux droites AB, AB' tournent autour du point A de manière que l'angle v reste constant, on aura entre les coefficients λ, λ' qui déterminent leur direction, la relation

$$\lambda' = \frac{1 + a\lambda}{b - \lambda},$$

où l'on a

$$a = \frac{\sin(\theta - v)}{\sin v}, \quad b = \frac{\sin(\theta + v)}{\sin v}.$$

II.

Considérons maintenant les trois droites A, B, C (*fig.* 2), qui déterminent par leur intersection le triangle ABC; désignons par L, M, N les perpendiculaires abaissées d'un point quelconque sur ces trois droites. Ce point sera déterminé par l'un quelconque des trois systèmes de coordonnées (M et N), (L et M) et (L, N), suivant que l'on prendra pour axes AB et AC, BA et BC ou CA et CB.

Lorsque le point D est situé dans le triangle ABC, les trois coordonnées L, M et N sont positives; lorsqu'il est, comme le point P, situé dans l'angle A, mais en dehors du triangle, les coordonnées M et N sont toujours positives, et la coordonnée L négative, quel que soit celui des trois systèmes d'axes auquel on rapporte la position de ce point.

Lorsque enfin, le point D est dans l'angle opposé par le sommet à l'angle BAC, les deux coordonnées M et N seront négatives et la coordonnée L positive pour ces mêmes systèmes d'axes. On peut donc représenter par les mêmes lettres L, M, N les coordonnées d'un point quelconque, quel que soit celui des systèmes d'axes auquel on le rapporte, ce qui n'aurait pas eu lieu si nous avions adopté une convention différente relativement à la direction des coordonnées positives (*).

Menons par les points A et B deux droites qui se rencontrent en P; les équations de ces droites seront de la forme

$$M + \lambda N = o \quad \text{et} \quad L + \lambda' N = o,$$

et les coefficients angulaires λ, λ' détermineront la position de leur point d'intersection. On aura donc, d'après le paragraphe précédent,

$$M + \lambda N + \lambda'' (L + \lambda' N) = o$$

pour l'équation d'une droite quelconque passant par le point P; et la distance d'un point E, dont les coordonnées sont L, M, N, à cette droite, prise dans un sens déterminé EP, sera donnée par la formule

$$\delta = a\,[\,M + \lambda N + \lambda'' (L + \lambda' N)\,]$$

(*) L'emploi des trois coordonnées L, M, N revient au fond au calcul barycentrique de M. Möbius.

n étant un coefficient constant dépendant de la direction de la droite EP.

Si $M + \mu N = o$, $L + \mu' N = o$ sont les équations des deux droites AP′, BP′, on aura pour l'équation d'une droite passant par le point P′,

$$M + \mu N + \mu''(L + \mu' N) = o;$$

mais on peut disposer des deux coefficients λ'', μ'' de manière que les deux équations précédentes deviennent identiques ; on a pour cela les équations

$$\lambda + \lambda'\lambda'' = \mu + \mu'\mu'' \text{ et } \lambda'' = \mu'' \text{ d'où } \lambda'' = \frac{\lambda - \mu}{\mu' - \lambda'}.$$

On a donc pour l'équation de la droite PP′

$$(M + \lambda N)(\mu' - \lambda') + (L + \lambda' N)(\lambda - \mu) = o,$$

ou, en réduisant,

$$(\lambda - \mu) L - (\lambda' - \mu') M + (\lambda\mu' - \lambda'\mu) N = o.$$

Donc l'équation d'une droite quelconque est de la forme

$$L + aM + bN = o,$$

et réciproquement, toute équation de cette forme a pour représentation géométrique une ligne droite.

Si l'on y fait successivement $L = O$, $M = o$, $N = o$, on aura les intersections de cette droite avec les trois axes : soit, par exemple, $N = o$, l'équation devient $L + aM = o$, c'est-à-dire que le point D se trouve à l'intersection du côté AB et de la droite CD dont l'équation est $L + aM = o$.

Il résulte évidemment de ce qui précède qu'une équation de la forme

$$L + aM + bN + \lambda(L + a'M + b'N) = o,$$

passe par l'intersection des deux droites qui ont pour équations

$$L + aM + bN = o, \quad L + a'M + b'N = o.$$

Nous n'insisterons pas davantage sur ces principes presque évidents et nous allons faire voir tout le parti qu'on peut tirer de leur emploi.

III.

On a vu, § 1, que les équations des bissectrices des trois angles A, B, C (*fig.* 5) sont (1) $M - N = o$, $L - M = o$, $N - L = o$, et celles des droites B'C', A'B' et A'C', qui leur sont perpendiculaires (2) $M + N = o$, $L + M = o$, $N + L = o$.

Mais l'une quelconque des équations (1) est une conséquence des deux autres; donc les coordonnées du point d'intersection de deux de ces droites satisfont à l'équation de la troisième, et les bissectrices des trois angles du triangle se coupent en un même point *o*.

Si l'on retranche membre à membre les deux premières équations (2), qui sont celles des droites B'C', A'B', on trouve $N - L = o$, qui est celle de la bissectrice BO; l'équation de cette dernière droite est donc satisfaite par les coordonnées du point B', et l'on en conclut que les trois points BOB' sont en ligne droite; il en est de même des points A, O, A' et C, O, C'. De là résulte aussi que les trois hauteurs du triangle A'B'C' se coupent en un même point.

Les distances d'un point de la droite AE, dont les coordonnées sont L et M aux points D et E, sont données par les formules

$$\delta = a\,(L - M), \quad \delta' = a'\,(L + M).$$

En y substituant successivement les coordonnées des points A et B, qui sont

$$M = o,\ L = L' \text{ et } L = o,\ M = M',$$

on aura

$$AD = aL',\ BD = aM',\ AE = a'L',\ BE = aM',$$

et par suite

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{BE}.$$

Donc les points B et E divisent harmoniquement la droite AB.

Soient $L = o$, $M = o$, $N = o$ les équations des côtés du triangle ABC (*fig.* 4) et $L + \lambda N = o$ l'équation de la droite BR. L'équation d'une droite A′R passant par le point d'intersection R des droites BR et AC sera évidemment $L + \lambda N + \lambda' M = o$. Il est facile de voir aussi que $L + \lambda' M = o$, $\lambda N + \lambda' M = o$ seront celle des droites CC′, AA′, puisque les coordonnées des points C et C′ satisfont à la première et celles des points A et A′ à la seconde. La droite dont l'équation est $L + \lambda' M - (\lambda N + \lambda' M) = L - \lambda N = o$ passe à la fois par le point B et par le point O, intersection des droites AA′, CC′; elle représente donc la droite BB′; mais, comme elle ne contient pas λ', qui détermine la direction de la droite A′R′, il en résulte que *si, par un point* R, *on mène les droites quelconques* RA′, RC, RP, *les points d'intersection des droites* AA′ et CC′, AP et PQ *se trouveront sur une même droite passant par le point* B.

Menons les droites A′B′, C′B′ qui coupent en Q et en P les côtés AB et BC du triangle ABC; les points P,Q,R sont, d'après la proposition précédente, en ligne droite : donc *si l'on mène par les sommets d'un triangle* A B C *trois droites* AA', BB', CC' *qui se coupent en un même point* O, *les côtés du triangle* A'B'C' *rencontreront les côtés correspondants du triangle* ABC *en trois points* P, Q, R *situés en ligne droite.*

Les équations des droites BR, BB' étant $L + \lambda N = o$, $L - \lambda N = o$, les distances d'un point de la droite CR aux points R et B' seront $\delta = a\,(L + \lambda N)$, $\delta = a'\,(L - \lambda N)$, et si l'on y substitue successivement pour L et N les coordonnées des points A et C, qui sont $N = o$, $L = L'$ et $L = o$, $N = N'$, on aura $AR = aL'$, $CR = a\lambda N'$, $AB' = a'L'$, $CB' = a'\lambda N'$ et, par conséquent,

$$\frac{AR}{CR} = \frac{AB'}{CB'};$$

mais AC, A'C' et AO sont les trois diagonales du quadrilatère complet BAOC; donc *deux de ces diagonales divisent la troisième harmoniquement.*

Soient $M + \lambda N = o$ et $L + \gamma N = o$ (*fig.* 5), les équations des droites AD et BD; celle de la droite CD sera évidemment

$$(L + \mu N)\,\lambda - (M + \lambda N)\,\mu = \lambda L - \mu M = o,$$

puisque cette équation est satisfaite par les coordonnées des points B et C. L'équation de la droite B'C' sera de la forme $L + aM + bN = o$; nous la représenterons, pour abréger, par $L' = o$, et l'on trouvera, comme ci-dessus, $L' + \mu' N = o$ et $\lambda L' - \mu' N = o$ pour les équations des droites B'D' et C'D'. L'équation $\mu' L - \mu L' = o$ est celle de la droite qui passe par les points P et Q; car on a identiquement

$$(L + \mu N)\,\mu' - (L' + \mu' N)\,\mu = \mu' L - \mu L',$$
$$(\lambda L - \mu N)\,\mu' - (\lambda L' - \mu' N)\,\mu = \lambda\,(\mu' L - \mu L')$$

et les coordonnées des points P et Q rendent nuls les premiers membres de ces équations et satisfont, par conséquent, à l'équation $\mu' L - \mu L' = o$; mais cette dernière représente une droite passant par le point P : donc, lorsque deux triangles ont leurs sommets sur trois droites qui passent par un même point, leurs côtés correspondants se coupent deux à deux sur une même droite. L'on a ainsi une démonstration analytique aussi simple qu'élémentaire de ce beau théorème de Desargues.

IV.

Considérons maintenant une courbe du second ordre circonscrite au triangle ABC (*fig.* 6), dont les côtés sont pris pour axes coordonnés. L'équation d'une conique quelconque circonscrite à ce triangle sera de la forme

$$LM + \lambda LN + \lambda' MN = o.$$

En effet, on sait que la distance d'un point à une droite s'exprime en fonction rationnelle du premier degré des coordonnées de ce point; donc l'équation précédente représente une courbe du second ordre passant par les points A, B et C, puisqu'elle est satisfaite lorsqu'on pose $M = N = o$, ou $M = L = o$, ou $L = N = o$. De plus, on peut disposer des deux coefficients λ, λ' de manière que cette courbe passe par deux points quelconques, pourvu que ces points ne soient pas situés sur l'un des côtés du triangle ABC.

Cette équation peut donc représenter une conique quelconque passant par les trois points A, B, C.

Par les points A et B menons les droites AD, BD qui se coupent sur la courbe, leurs équations seront $M + \alpha N = o$,

$L + \beta N = o$. Ces équations et celle de la courbe devant être satisfaites par les coordonnées du point D, on aura, en substituant dans cette dernière les valeurs de M et de L tirées des deux premières, la relation

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1,$$

qui exprime que les deux droites se coupent en un point situé sur la conique.

On a donc cette proposition remarquable :

Lorsque deux droites $M + \alpha N = 0$, $L + \beta N = 0$, *tournent autour des deux points* B *et* A *de manière que l'on ait entre les coefficients angulaires* α *et* β *une relation de la forme*

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1,$$

leur point d'intersection décrira une conique passant par les points A *et* B.

L'équation précédente donne

$$\beta = \frac{\alpha\lambda'}{\lambda - \alpha}$$

et, par conséquent, $(\lambda - \alpha) L - \alpha\lambda' N = o$ pour l'équation de la corde BD; lorsque $\lambda = \alpha$, elle devient $-\lambda\lambda' N = o$, qui est celle de la droite AB. Le point D coïncide alors avec le point A, et la droite AD devient la tangente à la courbe au point A, dont l'équation est, par conséquent, $M + \lambda N = o$. On trouverait de même pour celles des tangentes aux points B et C, $L + \lambda' N = o$, $\lambda L + \lambda' M = o$.

On peut déterminer sans peine l'équation de la tangente en un point quelconque de la conique; car on a pour l'équation d'une droite passant par le point D,

$$(\lambda - \alpha)\,L - \lambda'\alpha N + \gamma(M + \alpha N = o,$$

ou bien

$$(\lambda - \alpha)\,L + \gamma M + \alpha\,(\gamma - \lambda')\,N = o.$$

On aura de même pour celle d'une droite passant par un autre point D' :

$$(\lambda - \alpha')\,L + \gamma' M + \alpha'\,(\gamma' - \lambda')\,N = o;$$

et si l'on détermine γ et γ' de manière que ces deux équations soient identiques, ce qui donne les équations

$$\frac{\lambda - \alpha}{\lambda - \alpha'} = \frac{\alpha\,(\gamma - \lambda')}{\alpha'\,(\gamma' - \lambda')} = \frac{\gamma}{\gamma'},$$

d'où l'on tire

$$\gamma = \frac{\lambda\lambda'}{\lambda - \alpha'}, \quad \gamma' = \frac{\lambda\lambda'}{\lambda - \alpha},$$

on aura pour l'équation de la sécante DD' :

$$(\lambda - \alpha)\,(\lambda - \alpha')\,L + \lambda\lambda' M + \lambda'\alpha\alpha' N = o.$$

Si l'on y fait $\alpha' = \alpha$, le point D' coïncidera avec le point D, et l'on aura pour l'équation de la tangente à la conique en ce point :

$$(t) \quad (\lambda - \alpha)^2\,L + \lambda\lambda' M + \alpha^2\lambda' N = o,$$

à laquelle on peut donner cette autre forme :

$$(t') \; \alpha\,(\lambda - \alpha)\,(L + \lambda' N) - \lambda'\alpha\,(M + \lambda N) - (\lambda - \alpha)\,(\lambda L + \lambda' M) = o.$$

Si l'on y fait successivement $\alpha = o$, ∞ et λ, on retrouve les équations des tangentes aux trois sommets du triangle ABC.

Cela posé, menons aux sommets A, B et C les trois tangentes, et prolongeons-les jusqu'à leur rencontre en A′, B′, C′, on formera ainsi le triangle circonscrit A′B′C′. La droite, dont l'équation est

$$\lambda L + \lambda' M - \lambda (L + \lambda' N) = \lambda' (M - \lambda N),$$

passe évidemment par le point de rencontre A′ des deux tangentes à la courbe aux points B et C, puisque les équations de ces tangentes sont $L + \lambda' N = o$, $\lambda L + \lambda' M = o$; mais elle passe aussi par le point A; donc $M - \lambda N$ est l'équation de la droite AA′. On aura de même $L - \lambda' N = o$ et $\lambda L - \lambda' M = o$ pour celles des deux droites BB′ et CC′; mais l'une quelconque de ces trois équations est une conséquence des deux autres; donc les droites AA′, BB′, CC′, se coupent en un même point O, et l'on a la proposition suivante :

Les droites qui joignent les sommets d'un triangle circonscrit à une conique aux points de contact, se rencontrent en un même point.

Prolongeons les côtés du triangle ABC jusqu'à leur rencontre en P, Q et R avec les tangentes à la conique aux sommets opposés, ces trois points seront situés sur une même droite dont l'équation est de $\lambda L + \lambda' M + \lambda\lambda' N = o$; car le point R étant situé à l'intersection des deux droites $L = o$, $M + \lambda N = o$, ses coordonnées satisfont évidemment à cette équation : il en est de même des cordonnées des points P et Q.

Puisque l'équation de la droite AG est $M - \lambda N + o$, on aura l'équation de la tangente au point G, en faisant, dans l'équation (t), $\alpha = -\lambda$, et l'on aura

$$4\lambda L + \lambda' (M + \lambda N) = o;$$

donc cette tangente passe par le point R, qui est l'intersection des deux droites BC et B'C' dont les équations sont $L = o$ et $M + \lambda N = o$. On démontrera de même que les droites PF et QE sont tangentes à la courbe, et par suite que la droite PQR est la polaire du point O. On conclut de là que les *tangentes menées aux extrémités d'une corde quelconque passant par un point* O, *se coupent sur une même ligne droite* PQ, qui est la polaire du point O.

Prolongeons BB' jusqu'en S; les distances d'un point quelconque de la droite BB', dont les coordonnées sont L,M,N, aux deux points S et O des deux droites PQ et CC', sont données par les formules $\delta = a(\lambda L + \lambda' M + \lambda\lambda' N)$ et $\delta' = a'(\lambda L - \lambda' M)$. On aura donc $BS = a\lambda M$ et $BO = a'\lambda M$, puisqu'au point B on a $L = o$, $N = o$.

Le point E est situé à l'intersection des droites QE et BB'; en désignant donc par L', M', N' ses coordonnées, on aura $\lambda L' + 4\lambda' M' + \lambda\lambda' N' = o$ et $L' - \lambda' N' = o$, d'où $2\lambda' M + \lambda\lambda' N = o$ et par suite $ES = a(\lambda L' - \lambda' M)$, $EO = a'(\lambda L' - \lambda' M')$. On a donc

$$\frac{BS}{ES} = \frac{BO}{EO}$$

et, par conséquent, *toute corde qui passe par le pôle* O *est divisé harmoniquement par ce point et sa polaire.*

Nous avons trouvé $4\lambda L + \lambda' M + \lambda\lambda' N = o$ pour l'équation de la tangente RG; on a de même $\lambda L + 4\lambda' M + \lambda\lambda' N$ pour la tangente QE. Les équations de deux droites passant l'une par le point G et l'autre par le point E, seront donc $4\lambda L + \lambda' M + \lambda\lambda' N + \beta(M - \lambda N) = o$ et $\lambda L + 4\lambda' M + \lambda\lambda' N + \gamma(L - \lambda' N) = o$, qui deviennent identiques lorsqu'on fait $\beta = 3\lambda'$ et $\gamma = 3\lambda$; elles prennent alors toutes les deux la forme $2(\lambda L + \lambda' M) - \lambda\lambda' N = o$, qui est l'équation de la corde GE et qui passe, par conséquent, par le point P, puisque cette équation est satisfaite par $N = o$ et $\lambda L + \lambda' M = o$. *Donc si par le pôle* O *on mène deux droites quelconques* AG *et* BE, *les droites qui joignent leurs extrémités se coupent sous la polaire du point* O.

L'équation $\lambda L + \lambda' M + 4\lambda\lambda' N = o$, qui est celle de la tangente PF, peut prendre les deux formes suivantes :

$$4\lambda L + \lambda' M + \lambda\lambda' N - 3\lambda(L - \lambda' N) = o$$

et

$$\lambda L + 4\lambda' M + \lambda\lambda' N - 3\lambda'(M - \lambda N) = o;$$

donc les *tangentes* RG *et* QE *coupent les diagonales* BE *et* AG *en deux points* T *et* T′ *situés sur la tangente* PF. On démontrerait avec la même facilité une foule d'autres alignements dont quelques-uns sont indiqués sur la figure. Ainsi, par exemple, le premier membre de l'équation

$$\lambda L + \lambda' M - 2\lambda\lambda' N = o$$

peut prendre les trois formes suivantes :

$$\lambda L + \lambda' M + \lambda\lambda' N - 3\lambda\lambda' N, = o,$$
$$4\lambda M + \lambda' M + \lambda\lambda' N - 3\lambda(L + \lambda' N) = o,$$
$$\lambda L + 4\lambda' M + \lambda\lambda' N - 3\lambda'(M + \lambda N) = o;$$

donc elle est satisfaite par les coordonnées du point P et celles des points d'intersection H, H′ des tangentes menées, des points Q et R, à la courbe; les trois points P, H, H′ sont donc en ligne droite.

V.

On peut donner à l'équation de la tangente plusieurs formes remarquables. Si l'on substitue dans l'équation (t)

la valeur de

$$\alpha - \lambda = \frac{\alpha\lambda'}{\beta}$$

tirée de l'équation

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1,$$

elle prendra la forme

$$\alpha^2\lambda'\mathrm{L} + \beta^2\lambda\mathrm{M} + \alpha^2\beta^2\mathrm{N} = o,$$

et si l'on fait, en outre,

$$\mathrm{M} + \lambda\mathrm{N} = \mathrm{R},\quad \mathrm{L} + \lambda'\mathrm{N} = \mathrm{S} \quad \text{et} \quad \lambda\mathrm{L} + \lambda'\mathrm{M} = \mathrm{T},$$

l'équation (t') deviendra

$$\alpha\mathrm{R} + \beta\mathrm{S} + \mathrm{T} = o.$$

On a donc ce théorème général :

Lorsqu'on a entre les coefficients α, β *la relation*

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1,$$

la droite mobile dont l'équation est $\alpha\mathrm{R} + \beta\mathrm{S} + \mathrm{T} = o$, *roulera sur une conique inscrite dans le triangle dont les côtés ont pour équation* $\mathrm{R} = o$, $\mathrm{S} = o$, $\mathrm{T} = o$.

Et il est aisé de voir qu'en général, l'équation $\alpha\mathrm{R} + \beta\mathrm{S} + \mathrm{T} = o$ est celle de la polaire du point d'intersection des droites $\mathrm{M} + \alpha\mathrm{N} = o$, $\mathrm{L} + \beta\mathrm{N} = o$.

Si $\mathrm{M} + \alpha\mathrm{N} = o$ et $\mathrm{L} + \beta\mathrm{N} = o$ (*fig.* 8) sont les équations de deux droites AD, BD, qui se coupent sur une conique passant par les points A et B, on aura

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1.$$

Si α', β', α'', β'', sont les coefficients qui déterminent les directions des droites AD, BE, AF, BF qui se coupent sur la même conique, on aura également

$$\frac{\lambda}{\alpha'}+\frac{\lambda'}{\beta'}=1,\quad \frac{\lambda}{\alpha''}+\frac{\lambda'}{\beta''}=1.$$

En éliminant λ et λ' entre les trois équations précédentes, il vient

$$\frac{\dfrac{1}{\alpha}-\dfrac{1}{\alpha'}}{\dfrac{1}{\alpha}-\dfrac{1}{\alpha''}}=\frac{\dfrac{1}{\beta}-\dfrac{1}{\beta'}}{\dfrac{1}{\beta}-\dfrac{1}{\beta''}}.$$

Désignons par θ l'angle BAC et par a, a', a'' les angles CAD, CAE et CAF, on aura

$$\alpha=\frac{\sin a}{\sin(\theta-a)},\quad \alpha'=\frac{\sin a'}{\sin(\theta-a')},\quad \alpha''=\frac{\sin a''}{\sin(\theta-a'')}$$

et par suite

$$\frac{\dfrac{1}{\alpha}-\dfrac{1}{\alpha'}}{\dfrac{1}{\alpha}-\dfrac{1}{\alpha''}}=\frac{\sin(a'-a)}{\sin(a''-a)}:\frac{\sin a'}{\sin a''}.$$

En désignant par b, b', b'' les angles FBC, FBD, FBE, on aura de même

$$\frac{\dfrac{1}{\beta}-\dfrac{1}{\beta'}}{\dfrac{1}{\beta}-\dfrac{1}{\beta''}}=\frac{\sin(b'-b)}{\sin(b''-b)}:\frac{\sin b'}{\sin b''}$$

et, par conséquent,

$$\frac{\sin(a'-a)}{\sin(a''-a)}:\frac{\sin a'}{\sin a''}=\frac{\sin(b'-b)}{\sin(b''-b)}:\frac{\sin b'}{\sin b''}.$$

On a donc ce théorème :

Quand on a deux faisceaux de quatre droites qui se coupent deux à deux sur une conique passant par les centres des deux faisceaux, le rapport enharmonique des quatre premières est égal au rapport enharmonique des quatre autres.

Réciproquement, quand les rapports enharmoniques de deux faisceaux de quatre droites qui se correspondent une à une sont égaux, les droites d'un faisceau coupent les droites correspondantes de l'autre en quatre points situés sur une conique passant par les centres de ces faisceaux.

Car l'égalité précédente donne

$$\frac{\sin(a'-a)}{\sin a' \sin a} : \frac{\sin(b'-b)}{\sin b' \sin b} = \frac{\sin(a''-a)}{\sin a'' \sin a} : \frac{\sin(b''-b)}{\sin b'' \sin b}$$

En désignant les angles BAC et ABC respectivement par θ et θ' et en représentant par

$$-\frac{\lambda' \sin \theta'}{\lambda \sin \theta}$$

le rapport précédent, on aura

$$\frac{\lambda \sin \theta}{\tang a} + \frac{\lambda' \sin \theta'}{\tang b} = \frac{\lambda \sin \theta}{\tang a'} + \frac{\lambda' \sin \theta'}{\tang b'} = \frac{\lambda \sin \theta}{\tang a''} + \frac{\lambda' \sin \theta'}{\tang b''}$$

On peut déterminer les constantes λ, λ' au moyen de l'équation

$$\frac{\lambda \sin \theta}{\tang a} + \frac{\lambda' \sin \theta'}{\tang b} - \lambda \cos \theta - \lambda' \cos \theta' = 1$$

que l'on peut écrire de la manière suivante :

$$\frac{\lambda \sin(\theta - a)}{\sin a} + \frac{\lambda' \sin(\theta' - b)}{\sin b} = 1.$$

ou bien

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1,$$

et comme on a évidemment deux relations analogues entre les coefficients α', β', α'', β'', le théorème se trouve démontré.

(*Fig.* 9). Soient $R = o$, $S = o$, $T = o$ les équations des tangentes menées aux points A, B, C d'une conique, et $\alpha R + \beta S - T = o$, $\alpha' R + \beta' S - T = o$, $\alpha'' R + \beta'' S - T = o$, celles des tangentes DD', EE' et FF'. La distance d'un point de la droite OB au point D' sera donnée par la formule $\delta = a\,(\alpha R + \beta S - T)$. Au point F', on a $S = o$ et $\alpha'' R - T = o$; donc $D'F' = a\,(\alpha - \alpha'')\,R'$. R' étant la valeur de R au point F', au point G', on a $R = o$, $S = o$, ce qui donne $D'G' = -aT'$ et par suite

$$\frac{D'F'}{D'G'} = -(\alpha - \alpha')\,\frac{R'}{T'}.$$

En changeant α en α', on aura,

$$\frac{E'F'}{E'G'} = (\alpha' - \alpha'')\,\frac{R'}{T'};$$

donc

$$\frac{D'F'}{D'G'} : \frac{E'F'}{E'G'} = -\,\frac{\alpha - \alpha''}{\alpha' - \alpha''}.$$

On trouve de même

$$\frac{DF}{DG} : \frac{EF}{EG} = -\,\frac{(\alpha\beta'' - \alpha''\beta)\,\beta'}{(\alpha'\beta'' - \alpha''\beta')\,\beta}.$$

Mais en combinant l'équation

$$\frac{\lambda}{\alpha''} + \frac{\lambda'}{\beta''} = 1,$$

avec chacune des deux autres :

$$\frac{\lambda}{\alpha'} + \frac{\lambda'}{\beta'} = 1, \qquad \frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1,$$

pour en tirer la valeur de λ', on trouve

$$\lambda' = \frac{\beta\beta''(\alpha'-\alpha'')}{\alpha\beta''-\alpha''\beta} = \frac{\beta'\beta''(\alpha'-\alpha'')}{\alpha'\beta''-\alpha''\beta'},$$

donc les deux rapports précédents sont égaux, et l'on a

$$\frac{\mathrm{DF}}{\mathrm{DG}} : \frac{\mathrm{EF}}{\mathrm{EG}} = \frac{\mathrm{D'F'}}{\mathrm{D'G'}} : \frac{\mathrm{E'F'}}{\mathrm{E'G'}}.$$

On a donc ce théorème :

Quand six droites sont tangentes à une conique, quatre de ces droites coupent les deux autres en quatre points qui se correspondent un à un, de manière que le rapport enharmonique des quatre points d'une de ces droites est égal au rapport enharmonique des points correspondants de l'autre.

Réciproquement, quand deux droites sont coupées par quatre droites de manière que les rapports enharmoniques des quatre points d'intersection situés sur chacune des deux premières sont égaux, toutes ces droites seront six tangentes à une même conique. La démonstration est la même que celle de la réciproque de la proposition précédente.

Soient $\alpha R + \beta S - T = o$, $\alpha' R + \beta' S - T = o$, $\alpha'' R + \beta'' S - T = o$ les équations des trois tangentes PK, GQ, IH et cherchons celles des trois diagonales IQ, CH et GK. Les équations de deux droites quelconques passant par les points K et G sont $\alpha R + \beta S - T + mR = o$,

$\alpha'R + \beta'S - T + nS = o$, et si l'on prend $\alpha + m = \alpha'$, $\beta' + n = \beta$, ces deux équations seront identiques, et l'on aura $\alpha'R + \beta S - T = o$ pour l'équation de KG. On trouvera de la même manière :

$$\alpha\alpha''R + \alpha''\beta S - \alpha T = o, \quad \alpha'\beta''R + \beta'\beta''S - \beta' T = o$$

pour celles des diagonales CH et IQ. Mais si l'on multiplie la première par $-\alpha\alpha''\beta'\beta''$, la seconde par $\lambda\beta'\beta''$ et la troisième par $\lambda'\alpha\alpha''$, et si on les ajoute ensuite membre à membre, on trouve, à cause de

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1, \quad \frac{\lambda}{\alpha'} + \frac{\lambda'}{\beta'} = 1, \quad \frac{\lambda}{\alpha''} + \frac{\lambda'}{\beta''} = 1,$$

que l'équation résultante se réduit à une identité. Donc une de ces équations est une conséquence des deux autres, et l'on en conclut que *les trois diagonales d'un hexagone circonscrit à une conique se coupent en un même point.*

VI.

Soient $L = o$, $M = o$, $N = o$ et $P = o$ les équations des quatre côtés du quadrilatère ABCD (*fig.* 10). L'équation d'une conique quelconque circonscrite à ce quadrilatère sera de la forme

$$MP + \lambda LN = o,$$

Car si l'on rapporte les côtés du quadrilatère à deux axes quelconques, les coordonnées L, M, N, P qui déterminent la position d'un point de la courbe par rapport aux côtés de ce quadrilatère, seront des fonctions du premier degré des coordonnées ordinaires du même point. Donc l'équation précédente est celle d'une conique passant par les quatre points A, B, C, D, puisqu'elle est satisfaite par les coordonnées de l'un quelconque de ces points, et que l'on peut faire passer par un cinquième point quelconque non situé sur les côtés du quadrilatère en donnant à λ une valeur convenable. Cette propriété peut d'ailleurs se déduire immédiatement des principes précédents. Cette équation donne

$$\frac{MN}{PQ} = -\frac{1}{\lambda}.$$

Donc, si d'un point quelconque d'une conique on abaisse des perpendiculaires sur les quatre côtés d'un quadrilatère inscrit, le produit des perpendiculaires abaissées sur deux côtés opposés est au produit des deux autres dans un rapport constant.

Cette propriété est le théorème *ad quatuor lineas* de Pappus.

Soient $L + \alpha P = o$, $M + \beta N = o$ les équations des deux droites AE, CE (*fig.* 10). Pour qu'elles se coupent sur la conique, les coordonnées du point E, tirées de ces équations, devront satisfaire à l'équation de la courbe, ce qui donnera $\beta = -\alpha\lambda$ et, par conséquent, $M - \alpha\lambda N = o$ pour l'équation de CE. On trouvera de même $N + \alpha' P = o$ et $M - \lambda\alpha' L = o$ pour les équations des droites DF et BF.

L'équation de la droite ST est évidemment

$$(L + \alpha P)\alpha' - (N + \alpha' P)\alpha = \alpha' L - \alpha N = o,$$

puisque les coordonnées des points S et T y satisfont.

L'équation de la droite SR est $M - \alpha\lambda N - (M - \lambda\alpha' L) = \lambda(\alpha' L - \alpha N) = o$. Mais ces deux équations sont identiques, donc *les trois points d'intersection* R, S, T *des côtés* *opposés de l'hexagone* ABFDCEA *circonscrit à la conique sont situés sur une même ligne droite;* ce qui est le théorème de Pascal.

Menons la droite quelconque OH qui coupe la conique aux points G, G'; en désignant par L, M, N, P les coordonnées du point G, par a, a', b, b' les distances OH, OH', OK, OK' d'un point O de cette droite à ses points d'intersection avec les côtés du quadrilatère ABCD et par ρ la distance OG, on aura

$$\rho = a + m\text{M}, \quad \rho = a' + m'\text{P}, \quad \rho = b + n\text{L}, \quad \rho = b' + n'\text{N};$$

Mais, comme le point G est situé sur la courbe, ses coordonnées tirées des équations précédentes satisferont à celle de la courbe, et l'on aura l'équation

$$\frac{(\rho - a)(\rho - a')}{mm'} + \lambda \frac{(\rho - b)(\rho - b')}{nn'} = 0,$$

d'où

$$(nn' + \lambda mm')\rho^2 - [nn'(a + a') + \lambda mm'(b + b')]\rho$$
$$+ aa'nn' + \lambda bb'mm' = 0.$$

Les racines de cette équation sont OG et OG', on a donc

$$\text{OG}.\,\text{OG}' = \frac{aa'nn' + \lambda bb'mm'}{nn' + \lambda mm'}.$$

Or, si l'on prend le point O de manière que $aa' = bb'$, on aura aussi OG. OG' $= aa'$, et l'on en conclut les propositions suivantes :

Quand un quadrilatère est inscrit dans une conique, les points de rencontre d'une transversale quelconque avec les quatre côtés du quadrilatère et de la courbe, sont en involution.

Quand deux coniques sont circonscrites à un quadrilatère, une transversale coupe ces deux courbes et deux côtés opposés du quadrilatère en six points qui sont en involution.

Les six points de rencontre d'une transversale avec trois coniques circonscrites au même quadrilatère, sont en involution.

VII.

Les trois côtés du triangle mobile KGH (*fig.* 11) tournent autour des trois points fixes D, E, F, et deux des sommets parcourent deux droites fixes AB, AC; on demande le lieu géométrique engendré par le troisième sommet K. Soient $L = o$, $M = o$, $N = o$ les équations des trois côtés BC, AC, AB, on aura pour celles des droites fixes BF, CF, AD et AE, $L+\alpha M = o$, $L+\beta N = o$, $M+\gamma N = o$, $M+\delta N = o$, dans lesquels α, β, γ, δ sont des constantes. Si l'on représente par $L+\alpha M+\lambda\,(L+\beta N)$, l'équation de la droite GH, on trouvera sans peine pour celles des droites EH et DK,

$$(1 + \lambda)\,L + \alpha M - \alpha\lambda N = o$$

et

$$\gamma(1 + \lambda)\,L - \beta M + \beta\gamma\lambda N = o,$$

et, en éliminant λ entre ces deux équations, on aura pour l'équation du lieu géométrique :

$$(\alpha\gamma + \beta)\,LM + \gamma(\beta + \alpha\delta)\,LN + \alpha\beta\,(\gamma - \delta)\,MN = o,$$

qui est donc une conique passant par les trois points A, B et C. Cette proposition est, sous une autre forme, le théorème de Pascal sur l'hexagone inscrit.

La courbe se réduit à deux droites dans l'une quelconque des trois hypothèses :

$$\alpha\gamma + \beta = o,\quad \beta + \alpha\delta = o,\quad \gamma - \delta = o.$$

Supposons que les deux angles constants ECD, EBD tournent autour des points B et C, et que le point d'intersection des deux côtés BD, CD parcoure une conique passant par les points B et C; cherchons le lieu géométrique décrit par l'intersection E de leurs autres côtés.

Supposons que la conique donnée passe par un troisième point A et soient $L + \alpha M = o$, $L + \beta N = o$ les équations des deux droites CD, BD, on aura

$$\frac{\lambda}{\alpha} + \frac{\lambda'}{\beta} = 1;$$

si l'on représente par $L + \alpha' M = o$, $L + \beta' N$ les équations des deux droites CE, BE, on aura les relations

$$\alpha = \frac{b\alpha' - 1}{a + \alpha'}, \quad \beta = \frac{b'\beta' - 1}{a' + \beta'}$$

qui expriment que les angles EBD, ECD restent constants. On en tire

$$\frac{\lambda(a + \alpha')}{b\alpha' - 1} + \frac{\lambda'(a' + \beta')}{b'\beta' - 1} = 1,$$

et en y substituant par α', β' leurs valeurs

$$-\frac{L}{M}, \quad -\frac{L}{N},$$

on aura

$$\lambda(aM - L)(N + b'L) + \lambda'(aN - L)(M + bL) + (M + bL)(N + b'L) = o,$$

qui est celle d'une conique passant par les points B et C. Ce théorème est une généralisation du théorème de Newton sur la description organique des courbes du second ordre.

On voit par ce qui précède tout le parti qu'on peut tirer de cette manière d'appliquer l'analyse à la géométrie. Toutes ces démonstrations des principales propositions de la théorie des courbes du second ordre, déduites de l'équation même de ces courbes, ne le cèdent ni en élégance ni en simplicité à aucune démonstration purement géométrique.

Sur les observations météorologiques faites à Gand, en 1858; par M. Duprez, membre de l'Académie.

L'année 1858 a été aussi remarquable, sous le rapport de la sécheresse, que l'année qui l'a précédée. On a vu, par une note insérée dans les *Bulletins de l'Académie* (1), que la quantité d'eau recueillie à Gand, en 1857, ne s'est élevée qu'à 428^{mm},5 ; celle qui est tombée en 1858 a été de 514^{mm},6 et ne surpasse le premier nombre que de 86^{mm},1.

Pour qu'on puisse mieux juger des résultats ci-dessus et se faire une idée plus juste de la manière dont l'eau mesurée pendant les deux années dont il s'agit s'est répartie suivant les saisons, j'ai rapporté ici les hauteurs de l'eau correspondantes aux différents mois, et je les ai comparées aux moyennes des années antérieures; j'y ai joint, pour chaque mois, le nombre de jours où l'on a recueilli de l'eau (2).

---

(1) 2^{me} série, t. IV, n° 1.

(2) L'eau recueillie a été mesurée d'un midi à l'autre et comprend aussi celle qui provient de la fusion de la neige et de la grêle.

MOIS.	**Hauteur** moyenne de l'eau tombée, de 1839 à 1856.	**Hauteur** de l'eau tombée		**Nombre** moyen de jours où l'on a recueilli de L'EAU, de 1839 à 1856.	**Nombre** de jours où l'on a recueilli de l'eau,	
		en 1857.	en 1858.		en 1857.	en 1858.
	mm.	mm.	mm.			
Janvier	59,2	75,5	58,7	14	25	11
Février	52,1	12,5	8,4	15	4	7
Mars	45,5	25,6	55,4	12	10	8
Avril	49,5	46,1	51,0	12	17	6
Mai	61,7	36,1	37,3	13	6	12
Juin	71,0	29,7	31,5	12	9	3
Juillet	77,8	33,8	78,9	14	11	17
Août	81,5	10,9	100,2	13	5	13
Septembre	68,1	85,7	22,0	12	12	10
Octobre	78,0	41,1	45,9	15	9	13
Novembre	66,6	24,1	17,2	15	6	8
Décembre	60,3	7,4	72,1	14	4	18
Année	771,3	428,5	514,6	159	116	126

Il résulte des nombres contenus dans le tableau précédent que la hauteur de l'eau tombée, en 1857, n'a atteint qu'environ les 55 centièmes de la hauteur moyenne, et que celle qui correspond à 1858, n'en a été que les 67 centièmes. On voit aussi que, pour la dernière année, ce sont les mois de juillet, d'août et de décembre qui ont produit le plus d'eau : ces trois mois ont fourni à eux seuls 251^{mm},2, c'est-à-dire presque la moitié de l'eau recueillie pendant toute l'année.

Les observations faites au psychromètre et au baromètre donnent, en moyenne, 67,9 pour l'humidité de l'air à l'heure de midi, et 760^{mm},58 pour la pression atmosphérique relative à la même heure. Ces valeurs se rapprochent beaucoup des nombres 69,5 et 760^{mm},46, qui sont les moyennes de 1857 ; mais elles s'éloignent assez des moyennes générales 75,9 et 758^{mm},86 correspondantes aux années antérieures.

On peut donc dire que, pour ce qui concerne la quantité d'eau tombée, le degré d'humidité de l'air et la hauteur de la pression atmosphérique, les résultats de 1858 diffèrent peu de ceux de 1857. Il n'en est plus de même lorsqu'on compare ces deux années sous le rapport de leurs températures moyennes : ces dernières ont été notablement différentes et se sont élevées respectivement à 10°,0 et 11°,4 centigrades.

M. Quetelet fait remarquer qu'il peut être intéressant pour le météorologiste de comparer les résultats obtenus à Gand avec les observations faites à Bruxelles, et qui tendent, en effet, à mettre en évidence le peu d'eau tombée pendant l'année 1858 et surtout en 1857. Les voici :

MOIS.	**Hauteur** moyenne de l'eau tombée, de 1833 à 1852.	**Hauteur** de l'eau tombée		**Nombre** moyen de jours où l'on a recueilli de l'eau, de 1833 à 1852.	**Nombre** de jours où l'on a recueilli de l'eau,	
		en 1857.	en 1858.		en 1857.	en 1858.
	mm.	mm.	mm.			
Janvier. . .	56,2	68,4	44,0	16	25	18
Février. . .	52,0	15,1	8,7	16	7	6
Mars	54,9	31,0	35,7	17	16	14
Avril	50,3	46,7	25,7	15	19	7
Mai.	52,1	50,0	51,8	14	11	16
Juin	61,4	34,8	22,9	15	10	5
Juillet . . .	68,8	32,8	86,1	16	11	20
Août	80,0	17,8	90,9	16	10	13
Septembre .	60,2	77,1	32,8	15	14	15
Octobre. . .	69,1	52,8	29,0	18	12	13
Novembre .	66,2	19,5	19,3	18	7	10
Décembre .	55,6	12,5	59,0	17	12	20
MOYENNE. .	726,8	458,5	505,9	193	154	157

La Tortue franche (Chelonia midas) *dans la mer du Nord, ses commensaux et ses parasites;* par P.-J. Van Beneden, membre de l'Académie.

A quelques années d'intervalle, les pêcheurs d'Ostende ont pris, non loin de nos côtes, deux tortues franches vivantes, l'une au mois de novembre, l'autre au mois de mai; toutes les deux nous ont été envoyées à Louvain, et ce sont les observations qu'elles nous ont permis de faire qui font le sujet de cette communication.

Notre but est moins de signaler la présence d'une tortue marine dans la mer du Nord que de faire connaître les parasites que ces curieux reptiles logent et nourrissent dans leur intérieur ou à la surface de leur carapace. Notre savant confrère M. de Selys-Longchamps a signalé, depuis plusieurs années, dans sa *Faune belge*, la *Chélonée caouanne* pêchée deux fois à Blankenberghe (1).

Une de ces tortues franches a été jetée à la côte à Klemskerke, à une lieue à l'ouest d'Ostende, après un fort mauvais temps qui avait causé beaucoup de sinistres.

L'animal lui-même ne nous a offert de particulier que la présence d'un grand nombre d'opercules de *Buccinum undatum* dans l'estomac et l'intestin, ainsi qu'un certain nombre de pattes de *Pagurus bernhardus*.

Nous avons exploré avec tout le soin possible les yeux, les fosses nasales, la cavité de la bouche, l'intestin, les poumons, la trachée-artère, les reins, la vessie, la cavité abdominale et les muscles, sans trouver d'autres parasites que deux espèces de monostomes, dont l'une nous paraît nouvelle pour la science. Elles habitaient toutes les deux la cavité de l'intestin. Il y avait six individus de l'espèce nouvelle et trois de l'autre.

---

(1) Jos. Van Iperen a signalé aussi la présence d'une grande tortue marine sur la côte de la Zélande, dans les *Verhandelingen van het zeeuwsch Genootschap*, t. VI, p. 620.

Après avoir exploré les viscères, nous avons visité la surface de la carapace, et là nous avons trouvé des touffes d'algues, et dans ces touffes des milliers de chevrettes à tous les degrés de développement. Si nous avions reçu l'animal 24 heures plus tôt, nous aurions pu faire toute l'embryologie de ces crustacés remarquables, puisque plusieurs femelles portaient des œufs dans leurs poches d'incubation, et que d'autres contenaient des embryons en voie de développement (1). Nous y reviendrons plus loin.

La carapace porte, en outre, des traces de parasites assez grands qui ont été enlevés et que nous supposons être des balanes.

Enfin, dans des excavations de la largeur d'un dé à coudre dont le fond est régulièrement uni, et au milieu de quelques grains de sable, logent plusieurs autres crustacés très-remarquables, appartenant au genre Tanaïs, que nous n'avons encore jamais vus dans la mer du Nord.

Les tortues marines se nourrissent principalement de plantes marines; mais, comme nous venons de le voir, elles ne dédaignent aucunement la chair des mollusques et des crustacés, et c'est avec raison que MM. Duméril et Bibron font remarquer, dans leur Erpétologie générale, que quelques-unes d'entre elles, comme le *caret* et la *caouanne*, font entrer dans leur nourriture la chair de crustacés et des mollusques, et la tortue franche nous montre que la chair ne doit même pas exhaler une odeur de musc. C'est probablement le besoin qui les rend carnassiers.

---

(1) Les douaniers ont fait de grandes difficultés avant de laisser emporter cette tortue, sous le prétexte que c'était une épave. Il a fallu attendre l'autorisation de Bruges.

Les parasites que M. Duméril et Bibron signalent sur la carapace des individus très-âgés sont : les flustres, les serpules, les balanes et des annélides qui se fixent sur l'origine ou à la base des membres où les mouvements de la tortue ne peuvent les atteindre. On n'a probablement jugé de ces parasites que d'après des carapaces sèches sorties depuis longtemps de la mer.

Nous supposons qu'il y a là une étude intéressante à faire sur les animaux vivants.

M. Diesing ne cite pour tout parasite, dans la *Chelonia midas*, qu'une *Ascaris cheloniae* enkystée dans l'œsophage. Kuhl et Van Hasselt ont signalé deux monostomes (*Monostoma rubrum* et *album*), ainsi qu'un *Polystoma midae* dans les fosses nasales (1).

Nous ne devons pas considérer la mer du Nord comme la patrie de ces tortues, et celles que l'on y trouve de temps en temps ne sont peut-être que des individus égarés ou enlevés, pendant le gros temps, au pont des navires. Elles n'y trouveraient sans doute pas une pâture végétale suffisante.

Genre TANAIS.

Le genre Tanaïs, créé d'abord par M. Edwards (2), tout en présentant de la ressemblance avec le genre *Rhoé*, s'en distingue par les antennes, qui sont courtes et non terminées par une tige multi-articulée.

---

(1) Kuhl et Van Hasselt, *Kunst en letterbode*, 1822, p. 82, nº 6.

(2) *Précis d'entomologie*, t. I, p. 29, fig. 1.

Aux deux espèces connues de M. Edwards (1), le *Tanaïs Cavolinii* et le *Tanaïs Dulongii,* l'une du golfe de Naples, l'autre des côtes d'Égypte, M. Kroyer en a ajouté deux nouvelles de l'île de Madère, *Tanaïs Edwardsii* et *Tanaïs Savignyi,* une de Bahia, *Tanaïs dubius,* une du Spitzberg, *Tanaïs gracilis,* une de la côte de Norwége, *Tanaïs tomentosus,* et enfin deux du détroit d'Oeresund, *Tanaïs Oerstedii* et *Tanaïs curculio* (2).

Ce genre est donc répandu dans la Méditerranée, l'Atlantique, la mer du Nord et la mer Boréale.

Si nous nous en rapportons aux descriptions des auteurs, c'est du *Tanaïs Dulongii* que notre espèce se rapproche le plus, comme nous allons le voir par l'analyse que nous donnons de ce singulier crustacé.

Nous ferons remarquer aussi, en passant, que le *Tanaïs Edwardsii* ayant les tentacules supérieurs terminés par une tige multi-articulée, cette espèce ne nous semble pas, du moins d'après l'étendue que M. Edwards lui a donnée, devoir rester dans ce genre.

TANAÏS DULONGII, Sav.

C'est de cette espèce que ce crustacé se rapproche le plus. Les différences légères que l'on observe pourraient s'expliquer par la situation des organes en les dessinant, et par les différences de sexe. Il y a, en effet, une notable différence, surtout sous le rapport de la taille et des pinces, entre les mâles et les femelles.

---

(1) *Hist. nat. crust.,* vol. 3, p. 141, pl. XXXI, fig. 6.

(2) Kroyer, *Tidskrift,* vol. 4 (1842-1843), pag. 167, pl. XI; *Tids.* 1849, p. 1.

La carapace est terminée en pointe aiguë; sur le côté, elle est échancrée pour loger les yeux. Elle est assez solide comme tout le corps et brunâtre. Le corps est plutôt gros que linéaire, et il n'est pas sans ressemblance, en petit surtout, avec la taupe-grillon. Toute la peau est lisse; on ne distingue que quelques soies, et encore faut-il un fort grossissement pour les observer.

Trouvé sur une carapace de *Chelonia midas*, échoué sur la côte, à Klemskerke (près d'Ostende), au mois de novembre.

Sur six individus, il n'y avait qu'un seul mâle.

Le mâle a sept millimètres de longueur et les pinces sont beaucoup plus fortes. La femelle n'a que cinq millimètres, et les pinces sont relativement petites.

Deux des femelles portaient, sous le quatrième et le cinquième segment, un grand feuillet membraneux sous-abdominal pour loger les œufs. Ces feuillets sont très-grands. Nous avons trouvé dans leur intérieur des œufs sphériques, très-volumineux et à coque mince de couleur jaune.

Tout l'animal est brunâtre; au microscope, par la lumière réfléchie, cette coloration fait l'effet d'une mosaïque. La couleur est uniforme sur tout le corps.

L'acide acétique attaque la carapace, particulièrement dans les pièces de la bouche.

La carapace est triangulaire. Elle se termine en avant en pointe aiguë, puis présente deux échancrures pour loger le pédicule oculaire. Elle est large et arrondie en arrière.

Les anneaux s'élargissent insensiblement du premier jusqu'au cinquième, puis ils diminuent. Les trois anneaux abdominaux sont étroits, surtout l'avant-dernier. Le dernier est le plus large de la région abdominale. N'est-ce pas le segment caudal?

Ce segment se termine en arrière par deux lobes que recouvre une lamelle médiane armée de deux fortes soies symétriquement disposées. L'anus est terminal.

Il y a deux paires d'antennes : les supérieures sont composées de trois articles, dont la pièce basilaire forme plus de la moitié de la longueur, tandis que la pièce terminale est la plus courte et se couvre à son sommet de soies serrées en forme de brosse.

Les antennes supérieures sont un peu plus longues que les inférieures, et, en même temps, un peu plus délicates. On voit sur les unes comme sur les autres des soies éparpillées sur tous les articles.

Les yeux sont très-remarquables : sans être pédiculés, comme dans les décapodes, ils sont portés cependant sur une tige courte, mais complétement immobile. Ce pédicule est toutefois logé dans une échancrure de la carapace.

Les autres appendices sont ceux de la bouche et ceux qui constituent les pattes. Il n'est pas sans intérêt de faire connaître les uns et les autres.

On voit d'abord une paire de mandibules très-fortes portant un talon, et dont la surface tronquée est couverte de soies courtes et roides qui la font ressembler à une carde.

Puis on aperçoit une paire de mâchoires très-fortes, qui se terminent par une forte dent courbée et dont le bord externe porte un palpe couvert de soies courtes et flexibles.

Une seconde paire de mâchoires succède à la première et diffère surtout de celle-ci par un long palpe qui porte quatre ou cinq filaments très-grêles et flexibles, et par ce qu'elle est terminée par une couronne de piquants légèrement crochus au bout. A côté de ces piquants, on voit quelques soies flexibles disposées en faisceau.

Toutes ces pièces de la bouche sont protégées par une lèvre double très-large et mince bordée de soies très-courtes et fines.

Enfin, en dehors de la lèvre, on reconnaît encore une dernière paire d'appendices, beaucoup plus développée que les autres, garnie d'un fort long palpe multi-articulé et dont les articles, gros et forts, constituent plusieurs étages garnis de piquants soyeux serrés les uns contre les autres: ce sont des pattes-mâchoires qui recouvrent et protégent les pièces de la bouche.

Les Tanaïs portent sept paires de pattes véritables parfaitement développées.

La première paire, qui est la plus forte, surtout chez le mâle, et qui, à cause de la pince qui la termine, donne à ce crustacé quelque ressemblance avec un décapode, est logée en partie sous le céphalothorax et se compose de cinq articles tous très-développés. La pièce terminale fait la pince avec le pénultième article, comme chez le homard, et se courbe assez brusquement, de manière que la pointe donne sur un talon formé par un prolongement épineux qui est couvert de petites dents.

Les six paires de pattes qui suivent sont à peu près d'une longueur égale; les trois premières sont terminées par un onglet allongé; les trois autres portent au bout un crochet plus fort dont la concavité est dentelée. Tous les articles portent des soies. Les dentelures dont nous venons de parler manquent aux premières paires de pattes.

L'abdomen, qui est peu développé, porte trois paires de pattes biramées et soyeuses ou plumeuses servant évidemment à la nage. La troisième paire est la moins grande.

Pendant le repos, ces trois paires d'appendices se recouvrent les unes et les autres.

La quatrième et dernière paire diffère notablement des autres; elle est simple, non biramée, garnie de soies non plumeuses et formée de quatre articles qui diminuent insensiblement en grosseur et en longueur de la base au sommet. Cette quatrième paire d'appendices dépasse la longueur de l'abdomen et correspond au segment caudal.

GENRE CAPRELLA.

Nous avons trouvé déjà plusieurs espèces de ce genre dans les parages d'Ostende, les unes au milieu des touffes de polypes, les autres au milieu de crustacés parasites vivant sur le *Scimnus glacialis*, et enfin celle que nous avons découverte sur la carapace des chélonées. Nous avons eu aussi l'occasion de nous assurer que le genre *Naupredia* ne repose pas sur des individus mutilés, comme on l'a cru, et qu'il doit être conservé pour une espèce qui n'est pas rare sur nos côtes.

Les *Caprella* nous semblent parasites au même titre que les cyames et tant d'autres crustacés qui vivent en commensal sur un hôte quelconque qui leur fournit le logis et les héberge sans leur donner la nourriture. Ils voyagent ensemble et cherchent leur propre nourriture, comme le chameau de la caravane.

CAPRELLA ACUTIFRONS. Desmar.

Ces crustacés ont de 12 à 15 millimètres de longueur. Le corps est gros d'un millimètre.

Nous l'avons trouvé en abondance au milieu de touffes de conferves.

Il y a presque autant de femelles que de mâles, et parmi les premières on en trouve plusieurs dont la poche incubatrice est pleine d'embryons en voie de développement. Autour des mâles et des femelles adultes, on en trouve des jeunes de toutes les grandeurs.

Il n'existe guère de différence de taille entre les sexes.

C'est de la *Caprella acutifrons* que notre crustacé semble se rapprocher le plus. Privé de ressources bibliographiques, nous n'osons cependant garantir la certitude de cette détermination.

La tête n'est pas allongée; elle est à peu près aussi large que longue, presque de forme ovale. Il s'élève en avant, à commencer des yeux, une légère proéminence qui dépasse à peine le bord libre du segment céphalique et dont la pointe est un peu émoussée. A un premier examen, on peut supposer que cette pointe forme le bord libre du premier anneau : c'est au contraire un rostre rudimentaire. Ce segment céphalique est plus ou moins confondu avec le premier segment thoracique qui porte les pattes antérieures.

La tête, comme tout le squelette tégumentaire, y compris même les pattes, est couverte de petites taches de pigment, placées à des distances fort régulières et disposées comme des souillures de mouche. Ces points donnent à ce crustacé une couleur d'un brun légèrement rougeâtre.

Les yeux sont grands et allongés d'avant en arrière.

Les trois premiers anneaux qui suivent sont assez grands et un peu plus longs que celui de la tête. Les trois derniers sont très-courts et à peine plus longs que larges.

L'anneau abdominal est à peine distinct.

Dans la femelle, les deux segments thoraciques qui portent les feuillets respiratoires, sont les mêmes qui portent les feuillets incubateurs. Ces feuillets sont insérés en dedans des précédents et ont leurs bords libres régulièrement frangés. Ces feuillets sont à peu près deux fois aussi grands que les segments dont ils dépendent.

On peut voir les œufs à travers ces enveloppes.

Les antennes supérieures sont un peu plus fortes et plus longues que les autres. Elles sont formées du premier article, assez fort et large, qui est suivi de neuf articles qui diminuent insensiblement de longueur et de diamètre. Comparativement, les trois premiers sont un peu plus forts que les autres. Ils portent tous des soies proportionnées au volume de leurs articles respectifs.

Les antennes inférieures sont formées de six articles : les deux basilaires très-gros et courts, les trois suivants sont presque d'égale longueur, mais diminuant de calibre; le dernier, au contraire, est très-petit. Ces trois articles portent de fortes soies placées en rang vers le bord inférieur et dont les dernières sont moins dentelées. Il y a de toutes petites soies du côté opposé. Les longues soies ont, à peu près, la longueur de l'article qui les porte.

L'article terminal porte des soies très-fortes, dentelées également sur le bord, au milieu de soies plus fines et qui méritent à peine de conserver ce nom.

Les antennes des embryons diffèrent notablement de celles des adultes, et elles se ressemblent assez entre elles pour les confondre.

Les articles terminaux des antennes supérieures n'apparaissent qu'après les dernières mues.

Les mandibules sont à double étage dentelé et sont suivies de deux paires de mâchoires.

Les pieds-mâchoires sont grands et recouvrent toutes les autres pièces de la bouche. L'article terminal est une forte dent logée au milieu de nombreuses et fortes soies.

La première paire de pattes est un peu plus faible que la seconde.

Les trois dernières vont en augmentant un peu, et la dernière à une pince plus forte que les autres.

Il y a six articles qui se suivent. Le basilaire et le pénultième l'emportent sur les autres. Ce dernier porte de nombreuses et fortes soies dentées assez courtes et disposées sur deux rangs formant une réunion pour loger l'onglet terminal. Les deux basilaires sont les plus grands.

Les deux vers suivants sont de véritables parasites que nous avons trouvés dans les intestins.

MONOSTOMA TRIGONOCEPHALUM, Rud.

Syn. MONOSTOMA TRIGONOCEPHALUM. Rudolphi, *Ent. histor.*, vol. 11, pag. 336; *Synopsis*, p. 86 et 349.
— — Du Jardin, *hist. nat. de Helm.*, p. 359.
— — Diesing, vol. 1, p. 325.

Cette espèce ne paraît avoir été observée que par Rudolphi. MM. Du Jardin et Diesing en font mention, sans toutefois rien ajouter aux quelques mots que Rudolphi en a dits. Ce qui la fait aisément reconnaître, c'est l'étranglement que l'on observe en avant et qui lui a valu son nom spécifique.

Van Hasselt et Kuhl ont découvert deux espèces nouvelles (*Monost.*) sur la *Chelonia midas*, dit Cuvier, *Règn. anim.*, vol. III, p. 262. Voy. *Bulletin de Férussac*, 1824, tom. II,

p. 311; *Konst en letterbode*, 1822, n° 6, p. 82. L'une de ces espèces est le *Monostoma rubrum,* l'autre le *Monostoma album* de ces auteurs. C'est avec la première espèce de ces auteurs que celle-ci a le plus d'affinité; toutefois le *Monostoma rubrum* de ces naturalistes n'a que 2 à 3 lignes de longueur, tandis que le *trigonocephalum* en a jusqu'à 6 de long, et sur aucun de nos exemplaires, nous n'avons remarqué cette couleur rouge qui lui a valu son nom spécifique. Du reste, il est probable que s'ils avaient eu cette espèce de Rudolphi sous les yeux, ils l'eussent reconnue à ce singulier repli en avant qui rend le corps concave en dessous et en fait une longue ventouse.

J'ai trouvé six ou sept individus dans l'intestin grêle de la *Chelonia midas*, prise dans la mer du Nord par nos pêcheurs.

Ce ver est enroulé sur lui-même, quand il est frais; plus tard, il s'étend comme une planaire en s'aplatissant dans les trois quarts de sa longueur.

Les individus chargés d'œufs me semblent arrondis, tandis que les autres montrent tout le milieu du corps excavé comme un canot. Il n'y a à proprement parler qu'une seule ventouse; elle est située à la partie antérieure du corps et s'ouvre sur le bord libre. A peu de distance de cette ventouse, à l'endroit qui donne naissance à la ventouse postérieure dans les distomes, il y a un repli plus ou moins développé, selon des individus, qui semble faire fonction de seconde ventouse : c'est ainsi que certains individus ont tout à fait l'aspect d'un distome.

En somme donc, le corps est convexe en dessus, concave en dessous avec une échancrure en forme de ventouse vers la partie antérieure du corps : c'est ce qui distingue ce monostome de tous les autres.

Les appareils sont conformés d'après le même plan que le monostome verruqueux.

Le bulbe buccal est suivi d'un œsophage assez étroit qui se divise, comme dans tous ces vers, en deux tubes qui s'étendent dans la longueur du corps. Il y a quelques anfractuosités à l'origine des tubes : on les distingue à travers l'épaisseur de la peau.

Deux testicules arrondis sont placés tout au fond du corps et se touchent par leur bord interne. Je n'ai pas vu le canal déférent dans toute sa longueur; vers sa terminaison, il est accolé au vagin. J'ignore au juste l'orifice de cet appareil. Dans un individu distendu par des œufs, j'ai remarqué un tubercule au-dessous du repli en forme de ventouse.

Je n'ai pas vu de pénis.

L'appareil femelle se compose d'une série de glandules régulièrement disposées en chapelet, à la suite les unes des autres, à droite et à gauche de l'animal, vers la partie postérieure du corps : c'est le vitellogène. De chaque glandule naît un court canal excréteur qui s'ouvre bientôt dans un vitelloducte situé le long de ces organes. Ce canal se rend en arrière vers celui du côté opposé, au-dessus de l'organe que je considère comme le *germigène*. Je n'ai pu voir cependant les vésicules germinatives; j'ignore si c'est le peu de fraîcheur de mes vers qui en est cause. C'est donc par analogie que je détermine ainsi cette glande.

A la hauteur du germigène naît l'oviducte. Il forme d'abord plusieurs circonvolutions assez irrégulières, puis il marche en zigzag jusque vers le tiers antérieur du corps, où il se renfle en une poche assez volumineuse. Cette poche et presque tout le canal en zigzag sont remplis d'œufs : c'est autant une matrice qu'un oviducte.

On voit distinctement ces anses de l'oviducte à travers la peau, sans même exercer une pression sur le ver.

Les œufs sont très-petits, de forme ovale, comme dans les distomes, et sans appendices.

On voit des fibres musculaires qui se croisent à angle droit et qui présentent l'aspect d'une grosse toile, quand on emploie un grossissement de 300 fois.

MONOSTOMA RETICULARE, Van Ben.

J'ai trouvé trois individus de cette espèce dans l'intestin grêle de la *Chelonia midas*, mêlés avec le *Monostoma trigonocephalum.*

La position des testicules qui sont dans les trois individus placés l'un derrière l'autre, la forme différente du vitellogène, l'absence de l'échancrure antérieure et surtout des canaux anastomosés en forme de filets qui tapissent la peau dans toute sa longueur, distinguent suffisamment cette espèce, sans parler des autres caractères fournis par les organes internes.

Ce ver a aussi six lignes de longueur. Si nous le comparons avec le *Monostoma album* décrit par Kuhl et Van Hasselt, nous voyons que ce dernier n'a qu'une ligne de longueur, qu'il est plane en dessous, comme l'espèce précédente; du reste, nos deux Monostomes diffèrent également de ceux observés sur la côte des îles Cocos, par l'absence des papilles dont semble être terminé en arrière le corps de ceux obtenus par ces voyageurs.

Le corps est allongé, un peu effilé vers les deux bouts et aplati dans toute sa longueur.

Il est formé aussi d'un œsophage assez long, suivi de deux tubes sans anfractuosités que l'on peut suivre jusqu'à la hauteur du testicule postérieur. Il est incolore.

Il y a deux testicules situés sur la ligne médiane, à une petite distance l'un de l'autre. Ils ont une forme sphérique.

Je n'ai vu le canal déférent que vers sa terminaison, où l'on observe distinctement une vésicule séminale à plusieurs lobes. Je crois que l'orifice sexuel est situé non loin de la bouche, un peu au-devant du point où le canal digestif se bifurque.

Le vitellogène se présente sous l'aspect d'un ruban qui longe de chaque côté le corps, vers le tiers postérieur de sa longueur.

Si ce filet, que j'ai représenté dans sa partie postérieure seulement, ne s'étendait pas sur toute la longueur du ver, je le prendrais pour le vitelloducte.

Le vitellosac existe vers le bout : j'en ai fait sortir les globules par la pression.

Au-dessous du vitellosac, il y a, sur la ligne médiane, un organe bosselé qui a aussi un aspect lactescent et qui est peut-être le germigène.

L'oviducte naît évidemment en arrière, à la hauteur du vitellosac. J'ai pu le reconnaître par la présence des œufs. Plus haut, je l'ai retrouvé de nouveau, mais sans découvrir la continuation de l'un ni de l'autre. Je n'ai pas vu de renflement en avant, comme dans le *Monostoma trigonocephalum*.

Je n'ai pu découvrir, au même grossissement, les fibres musculaires croisées de l'espèce précédente.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Tanaïs Dulongii, *Savigny.*

Fig. 1. Un mâle, vu sur le côté, légèrement grossi. On aperçoit les deux paires de tentacules, la première paire de pattes, les 6 paires suivantes et les quatre paires sous-abdominales.

2. La tête d'une femelle, vue du côté supérieur. On voit les yeux, qui font saillie, les tentacules supérieurs et les tentacules inférieurs.

3. La première paire de pattes, vue en dessous, dans ses rapports avec les pièces de la bouche.

4. Le bout d'une pince isolée, fortement grossi.

5. Une patte postérieure isolée.

6. Une nageoire biramée sous-abdominale.

7. La partie postérieure du corps, vue du côté du dos, avec l'appendice terminal non branchial.

8. Les pièces de la bouche, vues en dedans, dans leur situation respective; on voit d'abord les mandibules, une paire de mâchoires avec un fouet; une lèvre repliée et bordée de soies sur le bord, puis une paire de pieds-mâchoires à plusieurs étages.

Caprella acutifrons.

Fig. 9. L'animal, vu de profil, légèrement grossi.

10. Les principales pièces de la bouche dans leur situation respective.

11. Le dernier segment du corps, vu de face, montrant l'article basilaire de la dernière patte.

PLANCHE II.

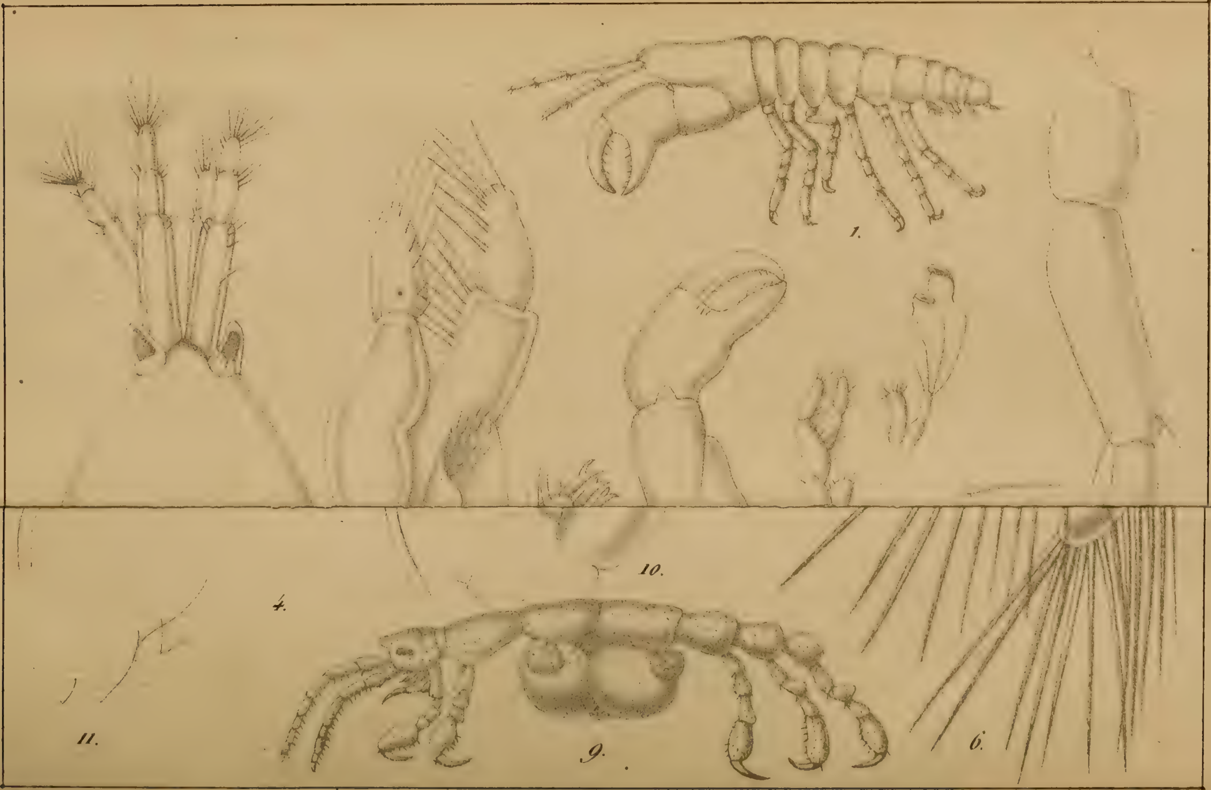
Monostoma trigonocephalum, *Rud.*

Fig. 1. Ver de grandeur naturelle.

2. Le même, un peu plus grossi, vu obliquement.

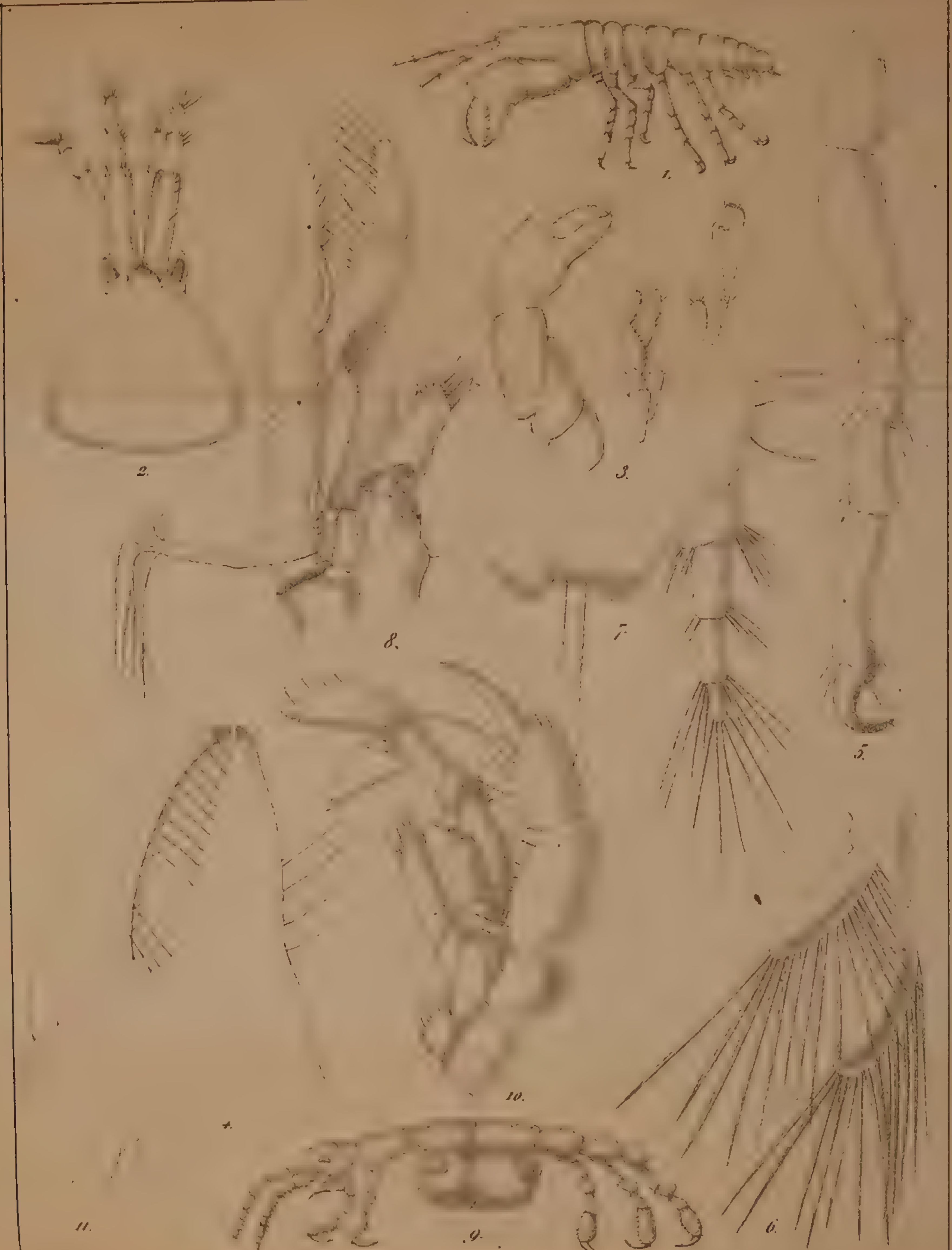
3. Le ver tel qu'il se présente dans une demi-contraction, de grandeur naturelle.

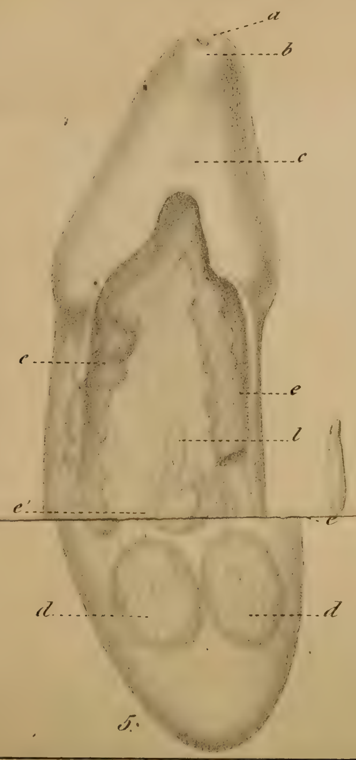
4. Le même, arrondi et renflé par les œufs.



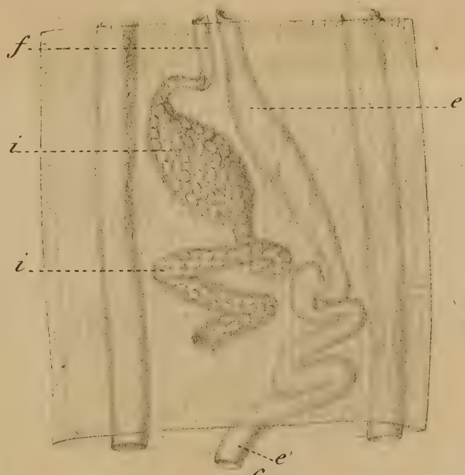
P. J. Van Beneden ad nat. del.

Lith par G. Severeyns lith. de l'Acad.

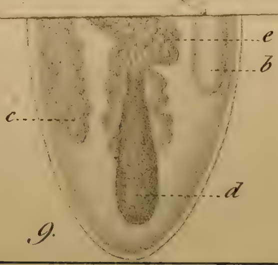

1.
2.
3.
5.
7.
8.
10.
4.
11.
9.
6.


a
b
c
e
e
l
e'
e
d
d

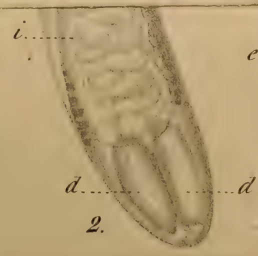
5.



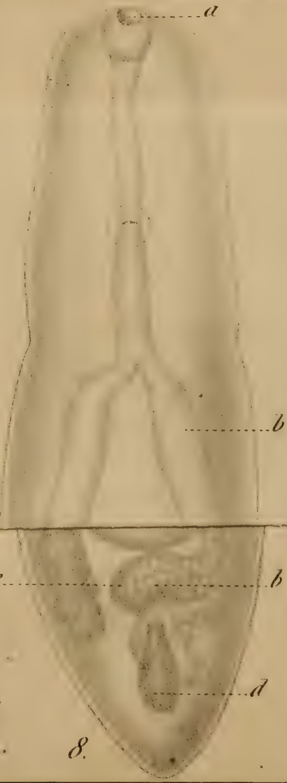
6.



9.



2.



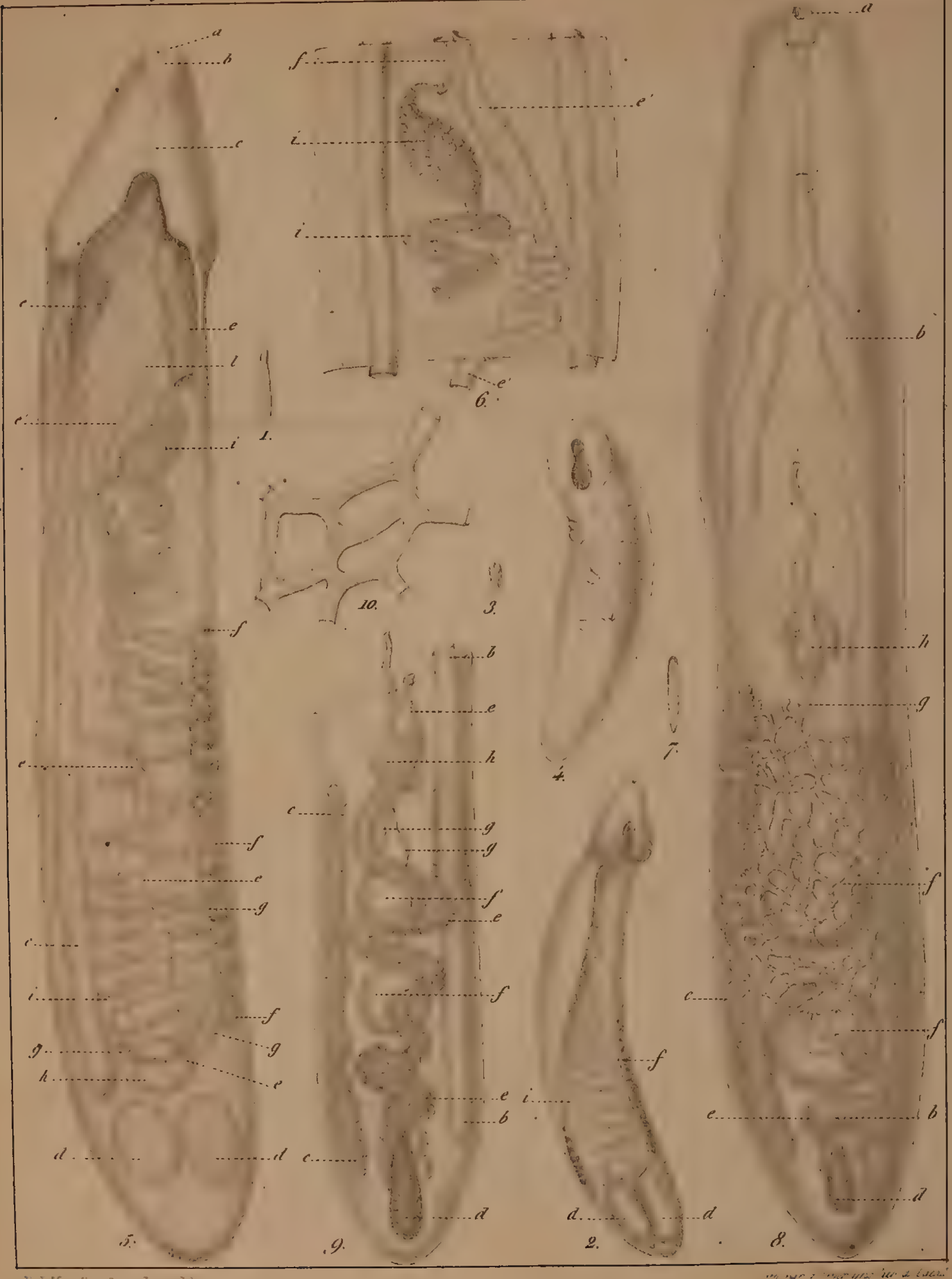
8.

P. J. Van Beneden ad nat. del.

Lith. par G. Severeyns lith. de l'acad.

Bull. de l'Acad. Royale.

Tom. VI, 2me série, page 86, pl. II.


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
a
b
c
d
e
e'
f
g
h
i
l

P. J. Van Beneden ad nat. del.

Fig. 5. Le ver plus fortement grossi, vu du côté du ventre.
- *a.* Bouche.
- *b.* Ventouse antérieure.
- *c.* Œsophage et tubes digestifs.
- *d.* Testicules.
- *e.* Canal déférent.
- *e'.* Vésicule séminale externe.
- *f.* Vitellogène.
- *g.* Vitelloducte.
- *h.* Germigène.
- *i.* Oviducte et matrice.
- *l.* Vagin.

6. Une portion du ver, vue à un plus fort grossissement, prise à la hauteur de la matrice, montrant sur le côté les tubes digestifs, au milieu la matrice et le canal déférent.

Les mêmes lettres désignent les mêmes organes que dans la figure précédente.

MONOSTOMA RETICULARE, *Van Ben.*

Fig. 7. Le ver de grandeur naturelle.

8. Le même, grossi, vu du côté du ventre, montrant les principaux organes entourés d'un réseau contenant des globules dans ses canaux.
- *a.* Bouche.
- *b.* Tubes digestifs.
- *c.* Vitellogène.
- *d.* Vitellosac.
- *e.* Oviducte et matrice.
- *f.* Testicule.
- *g.* Canal déférent.
- *h.* Vésicule séminale externe.

9. La partie postérieure du corps, montrant plus distinctement, d'un côté, le tube digestif avec son cul-de-sac; de l'autre côté, le vitellogène et au milieu l'appareil mâle à côté de la matrice remplie d'œufs.

Les mêmes lettres désignent les mêmes organes que dans la figure précédente.

10. Le réseau sous-cutané qui lui a valu son nom spécifique.

M. Montigny, correspondant de l'Académie, donne lecture d'une notice sur l'ébranlement qu'éprouve le mercure dans le tube barométrique, pendant le son des cloches. Il dit avoir vu la mention, dans un recueil étranger, d'un fait semblable observé sur la tour de Sainte-Gudule, à Bruxelles.

M. Ad. Quetelet dit que le fait est signalé dans le *Course of lectures on natural philosophy* du docteur Young et dans l'*Annuaire de l'Observatoire de Bruxelles, pour l'année* 1835. L'expérience a été faite par M. Englefield, avec la coopération de M. Pigott, ancien membre de notre Académie. M. Montigny reproduira sa note dans une prochaine séance.

ÉLECTIONS.

La commission spéciale des finances, nommée en 1858, est maintenue pour l'année 1859; elle se compose de MM. De Vaux, le vicomte B. Du Bus, Nerenburger, Van Beneden et Wesmael.

La classe a procédé ensuite à l'élection de son directeur pour l'année 1860; M. Van Beneden a été désigné par la majorité des suffrages.

M. Melsens, directeur pour 1859, propose de voter des remercîments à M. d'Omalius d'Halloy, le directeur sortant. Des applaudissements accueillent cette proposition.

CLASSE DES LETTRES.

Séance du 10 janvier 1859.

M. M.-N.-J. **Leclercq**, directeur.
M. Ad. **Quetelet**, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. le baron de Gerlache, De Smet, de Ram, Gachard, Borgnet, David, De Decker, Snellaert, Haus, Bormans, Polain, Baguet, Ch. Faider, Arendt, *membres;* Nolet de Brauwere Van Steeland, *associé;* Serrure, Mathieu, Kervyn de Lettenhove, Chalon, Defacqz, *correspondants.*

MM. Alvin et Éd. Fétis, *membres de la classe des beaux-arts,* assistent à la séance.

CORRESPONDANCE.

M. le secrétaire perpétuel fait connaître que la classe vient de faire une perte sensible dans la personne de M. Schayes, l'un de ses membres, mort le 8 de ce mois, dans sa cinquante et unième année.

M. Kervyn de Lettenhove a bien voulu se charger d'exprimer les regrets de l'Académie sur la tombe du défunt.

La classe a fait une autre perte par le décès de M. Daniel Van Ewyck, ministre d'État et associé de l'Académie, mort à Utrecht, le 22 décembre dernier.

— M. le Ministre de l'intérieur fait connaître qu'il est question d'ériger, sur une des places publiques de la ville de Wavre, une statue symbolique de l'Histoire, inscrivant dans ses annales le 25^me^ anniversaire de l'avénement du Roi Léopold I^er^ au trône de Belgique.

L'administration communale de Wavre a exprimé le désir que le Gouvernement indiquât l'inscription à placer sur le piédestal de cette statue. Cette inscription, ajoute M. le Ministre, devrait être en langue française.

M. Roulez sera invité à faire le projet de l'inscription demandée.

— M. le général Renard adresse une sixième et dernière lettre manuscrite *Sur l'identité de race des Gaulois et des Germains.* (Commissaires : MM. Roulez et Borgnet.)

— M. de Ram présente l'*Annuaire de l'université catholique de Louvain, pour l'année 1859*, et le n° 22 des *Analectes* pour servir à l'histoire du même établissement; M. Gachard fait hommage du troisième volume de la *Correspondance de Philippe II sur les affaires des Pays-Bas, publiée d'après les originaux reposant dans les archives royales de Simancas;* M. Chalon, de deux brochures de sa composition, *Sur une monnaie de Blankenberghe* et *Sur un jeton de Nicolas de Châtelet, seigneur de Vauvillars.* — Remercîments.

CONCOURS EXTRAORDINAIRE.

Sur la proposition d'une personne qui désire garder l'anonyme, la classe ouvre un concours de poésie, à l'occasion du 25me anniversaire de la loi du 1er mai 1834 décrétant l'exécution des chemins de fer belges.

Les poëmes destinés à célébrer ce grand événement national, devront contenir de deux à quatre cents vers et être adressés, francs de port, avant le 1er avril prochain, au domicile du Secrétaire perpétuel.

Deux médailles, de mille francs chacune, seront décernées aux auteurs des meilleurs poëmes du concours, simultanément ouvert à la poésie française et à la poésie flamande.

Les concurrents ne mettront point leur nom à leur ouvrage, mais seulement une devise qu'ils répéteront sur un billet cacheté renferment leur nom et leur adresse. Les ouvrages remis après le terme prescrit, ou ceux dont les auteurs se feront connaître, de quelque manière que ce soit, seront exclus du concours.

L'Académie croit devoir rappeler aux concurrents que, dès que les manuscrits ont été soumis à son jugement, ils sont déposés dans ses archives comme étant devenus sa propriété. Toutefois, les intéressées peuvent en faire prendre des copies à leurs frais, en s'adressant, à cet effet, au secrétaire perpétuel.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Comment doivent s'écrire les noms des villes qui figurent dans l'histoire de Belgique? par M. le chanoine De Smet, membre de l'Académie.

In tenui labor.

Quoique nos provinces flamandes (1) possèdent plus d'un écrivain de mérite qui cultive leur langue avec succès et travaille à la rétablir dans le haut rang qu'elle mérite à bien des titres, on ne saurait se dissimuler cependant que l'usage presque exclusif du français dans les actes du gouvernement met de grands obstacles aux progrès du flamand. Il en résulte de graves inconvénients que nous ne voulons pas tous examiner ici, parce que la plupart ne nous paraissent pas du ressort de l'Académie; nous n'en signalerons qu'un seul qui intéresse, ce semble, nos études historiques.

On sait que le plus grand nombre des villes de Belgique et des pays voisins ont un nom différent dans nos deux langues, et cette différence commence à s'oublier : nos campagnards eux-mêmes, tout en parlant leur idiome maternel, paraissent ignorer que *Namur* et *Tirlemont* sont la traduction des noms indigènes de *Namen* et *Thienen.* Des écrivains, d'ailleurs instruits, ne s'y prennent pas mieux, et nous avons lu avec surprise dans une feuille hebdomadaire, publiée à Bruges, que le cardinal de Cusa était né dans l'*aertsbisdom van* Trèves, comme si le nom de *Trier* n'avait jamais existé, et dans une description de Gand, faite avec soin cependant (1), *naer* Arras *vlugtende*, comme si le nom d'*Atrecht* était inconnu. Des écrivains étrangers sont tombés, il est vrai, dans la même faute : ainsi M. Groen van Prinsterer parle constamment de la bataille de *Nieuwpoort* (2), et M. l'abbé Destombes, dans sa belle Vie de saint Amand, fait mention d'un miracle arrivé *entre Anvaing* et Ronze (3), sans songer le moins du monde aux noms français de Nieuport et de Renaix. Ainsi encore, dans la *Biographie universelle* (4), M. Parisot cite sérieusement la *Société de rhétorique de* Kortryk, et M. Periès accuse Papillon d'avoir commis une grave erreur en faisant deux villes différentes d'Anvers et d'Antorf : « Il ignorait sans doute, dit-il, qu'*en flamand* Antorf est le nom de la ville d'Anvers (5).

---

(1) Celles où le flamand est la langue du peuple.

Mais pourquoi multiplier ces citations? Nous nous souvenons d'avoir vu un jour des employés de la poste fort embarrassés pour expédier une lettre adressée à Geldenaken, parce qu'aucun d'eux ne savait que c'est là le nom flamand de la ville brabançonne de Jodoigne (6).

---

(1) Steyaert, *Beschryving der stad Gend*, 1838, bl. 203.

(2) *Archives*, 2^{me} série, 2^{me} vol. *passim*.

(3) Page 103. Ed. de Tournai.

(4) Tome LXIX, page 107.

(5) Tome LXXII, page 87. Le critique eût été juste s'il avait dit qu'*Antorff* est le nom allemand.

(6) M. Havard aurait dû donner les deux noms dans son *Dictionnaire des communes de Belgique*. Les cartes allemandes le font, mais pas toujours.

L'ignorance que nous signalons paraît avoir un double inconvénient. Elle expose d'abord nos historiens, tant étrangers que nationaux, à des alliances de mots passablement bizarres et à de fréquentes méprises. Un écrivain allemand qui a bien mérité de notre histoire, le docteur H. Leo, s'en est plaint lui-même : « Il eût été à souhaiter » sans doute, écrit-il (1), que tous les noms des lieux qui » appartiennent aux Pays-Bas fussent écrits dans leur » forme allemande, ou mieux encore flamande, aussi loin » au moins que s'est étendu l'empire d'Allemagne; mais » cela n'a point été possible à l'auteur, qui n'a découvert » lui-même que trop tard l'existence de ces noms flamands (2). »

Il en résulte ensuite un autre mal. On a eu longtemps le tort grave d'écrire l'histoire de nos provinces, et de la Flandre en particulier, presque exclusivement d'après les annalistes français, qui, n'ayant aucune connaissance des lois et des franchises du pays, ne pouvaient qu'en travestir les événements ou les exposer sous le jour le plus faux. Chacun est persuadé aujourd'hui qu'il y a une autre route à suivre; que, sans négliger les sources françaises, on doit recourir davantage aux chroniqueurs contemporains, ou du moins les plus rapprochés des faits qu'ils racontent; mais ces chroniqueurs ont écrit la plupart en flamand et n'ont désigné que par leur nom flamand les villes dont ils avaient à parler : comment les reconnaîtront les écrivains qui n'ont vu jamais que leur dénomination française? En lisant que l'évêque de *Riemen* s'est montré bienveillant envers le marquis Baudouin Bras de Fer, que le comte de *Buenen* est entré en campagne, que le château de *Herkenteel* a été assiégé, ne se trouveront-ils pas arrêtés tout à coup et portés à croire que les localités indiquées ont disparu de la carte?

---

(1) *Zwolf Bücher Nied. Geschichten*, Vorw., p. X.

(2) *Dies war aber unmöglich, weil der Verfasser selbst ziemlich spät erst die deutschen namen dieser ortschaften fand.*

Afin de leur éviter des recherches, assez longues peut-être, qu'ils seraient obligés de faire, et parer en même temps au premier inconvénient, nous avons cru qu'il serait utile de donner ici les noms que portent dans les deux idiomes les villes qui figurent le plus souvent dans notre histoire.

BELGIQUE.

Anvers, *Antwerpen.*
Argenteau, *Herkenteel.*
Arlon, *Aerlen, Erlen.*
Braine-l'Alleu, *Braken-Aygen.*
Campine (La), *De Kempen.*
Comines, *Commene.*
Courtrai, *Kortryk.*
Enghien, *Edinghe.*
Fauquemont, *Valkenburg.*
Grammont, *Gheroutsberge, Geeraerdsbergen.*
Hainaut (Le), *Henegauw.*
Hesbaie (La), *Haspengauw.*
Huy, *Hoey.*
Jodoigne, *Geldenaken.*
Léau, *Leeuw, Zout-Leeuw.*
Lessines, *Lessen.*
Liége, *Ludeke, Luik.*
Malines, *Mechelen.*
Menin, *Meenen.*
Messines, *Meessen.*
Mons, *Bergen.*
Montaigu, *Scherpenheuvel.*
Namur, *Namen.*
Nivelles, *Nyvel.*
Renaix, *Ronse.*
Roulers, *Rousselare.*
Tamise, *Temsche.*
Termonde, *Dendermonde.*
Tirlemont, *Thienen.*
Tournai, *Doornik.*
Trond (S^t-), *S^t-Truyen.*
Waremme, *Borgtloen.*
Warneton, *Waesten.*
Wautier-Braine (1), *Wouters-Braken.*

---

(1) Plus tard *Braine-le-Comte.*

PAYS VOISINS.

Aire, *Arie.*
Aix-la-Chapelle, *Aken.*
Ardembourg, *Rodenburg, Aerdenburg.*
Ardres, *Aerde.*
Armentières, *Ermentiers.*
Arras, *Atrecht.*
Bailleul, *Belle.*
Bergues, *s'Winnoxbergen.*
Bois-le-Duc, *'sHertogenbosch.*
Bologne, *Buenen.*
Bourbourg, *Burburgh.*
Calais, *Caleis.*
Cambrai, *Kameryk.*
Cologne, *Ceulen, Keulen.*
Condé, *Condeyt.*
Douai, *Duway.*
Estaire, *Steeghers.*
Gravelines, *Greveninghen.*
Guisne, *Ghysene.*
Juliers, *Gulik.*
La Haye, *'s Hage, 's Gravenhage.*
Laon, *Lauwen.*
L'Écluse, *Sluis.*
Le Quesnoi, *Keynoot.*
Lille, *Ryssel.*
Luxembourg, *Lutzenburg.*
Maestricht, *Tricht, Threcht.*
Mayence, *Mentz.*
Merville, *Mereghem.*
Osnabruck, *Ossenbrugge.*
Reims, *Riemen.*
Saint-Omer, *Sint-Omaers.*
Terouanne, *Terenburg.*
Thionville, *Diedenhoven.*
Trèves, *Trier.*
Valenciennes, *Valencyn.*
Vienne (en Autriche), *Weenen.*

Notice sur l'ancienne vénalité des offices civils en Belgique; par M. Defacqz, correspondant de l'Académie.

Une branche de notre ancien droit public à peu près tombée dans l'oubli est celle qui concerne les offices. Cependant c'est une étude qu'on ne peut négliger si l'on tient à embrasser, d'une manière complète, les vicissitudes des institutions qui ont régi nos aïeux. Elle offre, en outre, à quiconque recherche sincèrement la vérité historique, des éléments sûrs pour apprécier, sous des rapports peu connus, le gouvernement des derniers princes de la maison d'Espagne, gouvernement avide, corrupteur, hypocrite, dont on s'étonne aujourd'hui d'entendre en Belgique l'apologie et l'éloge, mais qu'on n'y réhabilitera jamais qu'en faisant mentir l'histoire.

L'office est une qualité, un titre auquel l'exercice d'une fonction publique est attaché. On distinguait autrefois trois espèces principales d'offices civils : 1° ceux qui étaient conférés par le prince ou en son nom, et qu'on appelait *royaux,* assez improprement, puisque, dans aucune de nos provinces, le prince n'exerçait la souveraineté à titre de roi ; 2° les offices *municipaux,* auxquels les villes et les franchises, c'est-à-dire les bourgs et les villages érigés en communes, avaient le droit de nommer pour leur service immédiat; 3° les offices *seigneuriaux* dont la collation appartenait aux seigneurs hauts, moyens ou bas justiciers dans le ressort de leurs justices.

On comprend, à l'aide des plus simples notions du juste et du vrai, que lorsqu'il y a nécessité de déléguer à un membre du corps social une portion quelconque de la puissance qui appartient à l'être collectif, l'avantage de tous étant le but de la délégation, elle ne doit être faite qu'à celui que sa capacité et sa moralité rendent le plus propre à bien servir l'intérêt général. Quel qu'il soit, un choix déterminé par d'autres motifs diminue nécessairement les garanties d'aptitude ou de droiture, et peut causer plus de mal que n'aurait procuré de bien l'office dignement desservi.

Il n'est pourtant que trop certain que partout le mérite du candidat ou, ce qui revient au même, le soin de l'intérêt général, n'a été le plus souvent qu'une considération secondaire : cette condition a même quelquefois été légalement comptée pour rien. Un auteur français, qui a écrit sur les offices un traité fort ample et justement estimé, Charles Loyseau, dit qu'il y a trois moyens d'acquérir les offices, la vertu, la faveur et l'argent. Cette théorie, qui laisse encore quelques chances au seul titre qui devrait prévaloir, n'était plus vraie dans la patrie de l'écrivain, lorsqu'il l'énonçait au commencement du XVII^{me} siècle : le dernier des trois moyens avait alors complétement évincé et remplacé les deux autres. En France, les offices, et particulièrement les emplois de judicature et de finance, ne s'obtenaient plus qu'à prix d'argent. L'acquéreur d'un office en devenait propriétaire, il en disposait comme de son patrimoine, ou le laissait à son héritier, sans autre obligation pour le possesseur nouveau que de se faire délivrer des lettres de provision par le collateur.

La vénalité des charges publiques, interdite par les lois romaines, réputée simonie en matière ecclésiastique et condamnée par le droit canon, s'introduisit en France, suivant l'opinion la mieux justifiée, sous le règne de Louis IX. Le pape Boniface VIII en fit même à la mémoire de ce prince un grief qui retarda quelque temps sa canonisation. Tour à tour défendue ou permise, restreinte ou favorisée, selon les vues ou les besoins des rois qui lui succédèrent, cette vénalité avait pris place dans le droit public français dès le XVI^{me} siècle, à l'époque qu'on désigne sous le nom de *renaissance*, et elle avait reçu du législateur une organisation définitive.

Des plaintes amères se sont élevées plus d'une fois contre ce trafic immoral dont les conséquences frappent, au plus léger examen, tout esprit dégagé de prévention. On conçoit qu'il ait été prisé par des hommes d'État dont il servait les vues, et qui, d'ailleurs, tenaient peu à ce que les fonctions publiques fussent remplies conformément à leur destination essentielle. C'est ainsi que Sully voulait en faire une ressource pour le trésor dans les temps calamiteux; que Richelieu y voyait un moyen d'ordre, un frein qui maintenait chacun à sa place dans la société, en éloignant des charges les gens « de basse extraction, disait-il, » souvent plus chargés de latin que de biens. »

Mais que cette pratique dépravante ait trouvé un défenseur dans un publiciste éminent comme l'auteur de *l'Esprit des lois,* on l'expliquerait difficilement, si l'écrivain n'avait appartenu à la classe du privilége, s'il n'avait été pourvu d'une charge héréditaire de président à mortier, qu'il avait vendue avant la publication de son ouvrage.

Montesquieu n'a pas craint d'alléguer que la vénalité des offices, ce sont ses termes, « est bonne dans les États » monarchiques, parce qu'elle fait faire comme un métier » de famille ce qu'on ne voudrait pas entreprendre pour » la vertu. »

Cette étrange apologie a eu le même sort que l'abus; elle a soulevé l'indignation des hommes de bonne foi.

L'auteur du *Répertoire de jurisprudence* qui, par égard sans doute pour le nom de Montesquieu, croit devoir discuter ses raisons, s'écrie : « Qui est-ce qui ignore que les » conseils souverains de Brabant, de Malines et de Mons, » dans lesquels les offices n'étaient pas héréditaires, » étaient toujours composés de jurisconsultes les plus » distingués? »

Il est vrai qu'en Belgique, la législation a toujours été, au moins en apparence, rigoureusement opposée à la vénalité des emplois, et qu'elle a prodigué les dispositions destinées à préserver ou à purger le pays de cette lèpre. Ces précautions datent de loin dans le Brabant : on les fait remonter au XIII^{me} siècle, à l'époque où Louis IX régnait en France, et la tradition en rapporte ainsi l'origine :

Alix de Bourgogne, veuve de Henri III, duc de Brabant, pleine de confiance dans les lumières d'un docteur en grand renom pendant sa vie et canonisé sous le nom de saint Thomas d'Aquin, après sa mort arrivée en 1274, le consulta pour savoir s'il était permis de conférer les emplois aux personnes qui auraient donné ou prêté de l'argent au prince pour les obtenir. Le savant et vertueux théologien lui répondit que ce serait un mal, parce qu'on écarterait par là les aspirants les plus dignes et les plus capables, lorsqu'ils seraient pauvres (1).

La cour de Brabant adopta cette décision, et le duc Jean II, petit-fils d'Alix, s'engagea solennellement, dans la charte célèbre du mois de mai 1312, à ne faire aucune nomination de drossart, maire, bailli, amman, écoutette, pour argent donné ou prêté. Les Joyeuses-Entrées reproduisent la même disposition. Depuis celle que Jeanne et Wenceslas jurèrent en 1355, jusqu'à celles qui lièrent les derniers princes de la dynastie autrichienne, se retrouvent pour ainsi dire invariablement l'engagement pris par le duc de ne pas souffrir que les offices soient vendus ou affermés, et celui d'obliger les titulaires à les desservir en personne. On y remarque en outre une garantie additionnelle depuis l'inauguration du duc Philippe, qui eut lieu le 23 mai 1427.

A cette époque, l'étude du droit romain se répandait dans nos contrées; on commençait à l'enseigner à l'université de Louvain, que le duc Jean IV avait fondée en 1425.

---

(1) *Quia contingit frequenter quod illi qui essent magis idonei ad hujusmodi officia exercenda sunt pauperes ut emere non possint............. magis videtur expediens ut bonos homines et idoneos ad suscipiendum vestra officia eligatis.*

C'est peut-être de ces connaissances nouvelles que vint l'idée d'introduire dans la Joyeuse-Entrée de Philippe, frère et successeur de Jean IV, un serment analogue à celui que les empereurs Théodose et Valentinien, et après eux Justinien, avaient inscrit dans le droit romain pour réprimer la brigue et la corruption dans la recherche de certains emplois. Un article exprès déclare que celui qui sera pourvu d'un office, sera tenu d'affirmer sous serment qu'il n'a fait directement ou indirectement ni dons, ni promesses, ni offres pour y parvenir. Nul n'est dispensé de cette expurgation : suivant le texte de la Joyeuse-Entrée de Marie-Thérèse du 20 avril 1744, elle doit être accomplie par « ceux du conseil de S. M. et tous ses officiers, justi-» ciers, bourgmestres, échevins, conseillers, hommes de » fief, juges fonciers et tous autres ayant pouvoir de se-» moncer ou de juger, et semblablement ceux qui tiennent » en son pays de Brabant quelque état ou office que ce soit, » nul excepté, soit dans les villes, franchises ou vil-» lages, » sous peine d'indignité perpétuelle en cas de contravention.

Le préservatif ne fut pas d'abord appliqué si largement dans les autres provinces : seulement, lorsque François I^er^ chez nos voisins fit, à bureau ouvert, le commerce des offices, quelques statuts locaux établirent pour l'impétration de certains emplois, l'obligation du serment. La charte de Gand du 30 avril 1540, connue sous le nom de *Concession caroline*, y soumet les échevins nommés à chaque renouvellement annuel.

Une mesure plus générale et appuyée d'une sanction pénale fut étendue à toutes les provinces belgiques, par l'ordonnance criminelle du 7 juillet 1570. L'art. 2 défend « à tous, pour quelque estat ou office que ce soit, tant

» de justice, comptes, receptes, huyssiers, sergents, no-
» taires et autres, d'offrir ou donner directement ou indi-
» rectement choses quelconques pour y parvenir, ni même
» user de quelques ambitions ou illicites poursuites. »

Les contrevenants sont menacés d'être privés des offices illégalement impétrés, d'être à jamais indignes d'en occuper d'autres et d'être en outre punis arbitrairement avec leurs complices. A cette défense, les articles 5 et 6 ajoutent la nécessité d'un serment dont la formule est jointe à l'ordonnance; ils veulent que ce serment soit prêté aussi par les officiers des villes et ceux des seigneurs, avant de prendre possession de leurs charges, et même par les évêques, abbés, prieurs, dignitaires et bénéficiers ecclésiastiques, pour obtenir leurs lettres de nomination ou de collation.

Deux ans après, une législation de même nature fut mise en vigueur dans le pays de Liége par l'édit de l'évêque Gérard de Groisbeck, portant réformation de la justice.

Malgré la généralité du texte, qui déclare que nul ne pourra se faire pourvoir d'un office de juge ou autre office public par dons, promesses, prix ou banquets, un canoniste liégeois a trouvé matière à distinction. Louvrex, dans sa dix-septième dissertation canonique, est d'avis qu'il est permis de trafiquer des emplois subalternes auxquels n'est attaché aucun droit de juridiction ou d'administration. Sohet, dans ses Institutes de droit liégeois, regarde de ce chef comme licite la vente des greffes et des tabellionages.

On alla plus loin. Un abus qui a l'argent pour véhicule est comme la gangrène qui ne s'arrête pas, qui gagne insensiblement toutes les parties saines et y porte la corruption. La vénalité s'étendit aux emplois à la nomination du magistrat de Liége, car un mandement du 14 juillet 1770, confirmé et expliqué par un autre du 7 septembre 1772, défendit de vendre à l'avenir aucune place de receveur, de contrôleur, de commis, de préposé aux portes; elle envahit même l'ordre judiciaire : au moment où le pays allait perdre son indépendance, un recez du 23 mai 1790 tentait encore un effort pour extirper le mal; il prohibait la vente des offices de judicature et imposait, tant à celui qui serait pourvu d'une charge qu'à celui qui l'aurait conférée, le serment de n'avoir respectivement rien donné, rien reçu pour la nomination.

En Belgique, l'ordonnance de 1570 n'arrêta pas l'invasion ou plutôt le développement de la contagion : elle pénétra partout dans le pays et s'y propagea de telle sorte qu'en plusieurs endroits la vénalité des offices, surtout des offices seigneuriaux et municipaux, passait en droit commun. Et, chose pénible à constater, non-seulement le prince ferma souvent les yeux sur le désordre, mais il s'en rendit plus d'une fois sciemment le complice, par l'approbation implicite ou expresse des infractions les plus caractérisées.

Les exemples de cette forfaiture ne sont pas rares : on en trouve même sous le règne des archiducs Albert et Isabelle qui, résidant sur les lieux et gouvernant en personne, voyaient les choses de plus près et devaient les apprécier plus sainement.

L'ordonnance dite *albertine*, du 15 janvier 1618, réglant l'administration des biens et revenus de la ville d'Anvers, maintient le magistrat local en possession de nommer aux emplois de la commune, mais elle lui recommande de ne se laisser guider dans son choix que par l'utilité et le plus grand avantage de la ville; elle ne se contente pas d'exiger des impétrants le serment prescrit par l'ordonnance de 1570, elle veut de plus que tous ceux qui ont participé à la nomination jurent d'abord que leur vote a été consciencieux et désintéressé sous tous les rapports. Néanmoins, quelques lignes plus bas, non-seulement elle confirme mais elle élève le taux des rétributions qu'un règlement de 1544 obligeait les employés nouvellement nommés à payer au profit de la ville : elle fixe le tarif de plus de cinquante de ces fonctions, en descendant de 1000 florins qui forment la cote de chacun des quatre secrétaires de la ville, à 25 florins qu'on exigeait d'un porteur ou d'un mesureur de chaux.

Une nomination faite ainsi sous la condition d'acquitter certaine somme déterminée est-elle donc autre chose qu'une vente de l'emploi? Voici, du reste, un autre exemple sur lequel l'équivoque n'est pas possible : la coutume de Bruges et celle d'Ypres veulent que, lors du partage de la communauté, il soit fait à la masse rapport du prix de l'office *acheté* pendant le mariage, ou, dit la première, que cet office soit *revendu* au profit commun. Eh bien, ces deux coutumes ont reçu force de loi par l'homologation que les archiducs en ont prononcée en 1619.

Enfin, l'abus devint si général et si criant, que Philippe IV dut céder aux plaintes qui lui arrivaient de toutes parts et que les états des provinces appuyaient de leurs remontrances. Le 2 mai 1626, parut un édit adressé à la généralité du pays.

A la suite d'un préambule où il trace du mal un tableau qui est la propre condamnation du pouvoir qui l'a toléré si longtemps, le monarque s'exprime en ces termes : « Il » n'a esté et n'est permis auxdits nos sujects, vassaux ou

» autres ayant haute, moyenne ou basse justice, gouverneurs, officiers royaux ou ministres, de quelle qualité » ou condition qu'ils soient, nuls exceptez, de faire leur » profit non plus par vente ou bail à ferme desdits offices » qu'autrement, en manière que ce soit; ains leur avons » défendu et leur défendons très-expressément de vendre » ou bailler à ferme et à tous et un chacun d'achepter » ou affermer les offices de baillifs, prévosts, maires ou » mayeurs, lieutenans, eschevins, secrétaires, greffiers, » huissiers, messagers et généralement aucuns offices de » justice, domaine, administration des deniers publics et » fonctions en dépendantes, petits ou grands quels qu'ils » soient, ou à cause de la collation, provision ou consulte » d'iceux, ou autrement à prétexte d'expédition, recevoir » ou donner respectivement aucune recognoissance ou » gratuite, directement en façon quelconque. » Il prononce contre les violateurs du statut la peine du quadruple des choses données ou reçues, la déchéance immédiate de leurs emplois, et l'exclusion perpétuelle de tous autres.

Pareilles défenses et sous les mêmes peines sont faites à tous les officiers et magistrats des villes, châtellenies, bailliages, bourgades, villages ou autres communautés semblables, pour les offices dépendant de leur collation, avis, voix ou consulte.

Il interdit de même les reconnaissances ou prestations que les villes ou communautés perçoivent des officiers nouvellement nommés. Toutefois, il fait une exception pour les administrations qui justifieront de leur droit par titres qu'elles sont tenues d'exhiber dans les trois mois.

Enfin, comme l'ordonnance de 1570, il impose l'obligation du serment solennel à quiconque sera pourvu d'un office, fût-ce même une dignité ou un bénéfice ecclésiastique.

Cette loi était de nature à faire cesser le mal, mais le gouvernement ne sut ou ne voulut pas la faire observer : il n'eut même pas le courage de sévir contre cette espèce de parjure qui se joue de la loi et de la religion à l'aide des restrictions mentales. La morale plus que relâchée de certains casuistes alors en crédit, qui prétendaient justifier cette transaction entre l'intérêt et la conscience, avait produit ses fruits pernicieux dès que l'on tenta de mettre l'édit de 1626 à exécution : elle avait troublé des consciences honnêtes, à tel point que des ministres du culte commençaient à douter. En 1634 le clergé de Louvain soumit ses scrupules à l'université de la même ville, et celle-ci, dans une consultation qui fut imprimée et rendue publique, rétablit la saine doctrine et flétrit avec une louable sévérité les honteuses subtilités qui l'avaient obscurcie.

Le secours de la morale aurait aidé l'action du législateur, mais ne pouvait suppléer à son manque absolu d'énergie et peut-être à sa mauvaise volonté. Si l'édit ne tomba pas complétement en désuétude, il reçut des atteintes multipliées, comme le prouve assez le nombre des dispositions portées pour le maintenir ou le remettre en vigueur. Tels sont nommément les décrets rendus spécialement pour la Flandre en 1637, 1672, 1679, 1769, et les édits adressés à toutes les provinces belgiques par Charles VI, le 16 février 1734, par Marie-Thérèse, le 8 janvier 1746, et par Joseph II, le 4 novembre 1784.

Quel respect pouvait donc inspirer une loi à laquelle on voyait tous les jours le prince déroger sans scrupule, en autorisant ou des communautés à conférer les emplois

municipaux à prix d'argent, ou des particuliers à trafiquer de leurs fonctions? Deux auteurs contemporains de Philippe IV, Anselmo et Zypæus, sont d'accord pour constater les faits, quoiqu'ils les jugent différemment. Anselmo, échevin d'Anvers, parle de ces dérogations à l'édit de 1626 avec indifférence et comme d'une chose toute naturelle. « Il faut savoir, » dit-il naïvement dans son *Tribonianus Belgicus*, dont je traduis le passage, « qu'en certains en-
» droits les offices sont vénaux; qu'au surplus, l'usage gé-
» néral est qu'ils se vendent avec la permission du prince,
» qui l'accorde sans difficulté, si on lui donne quelque bon
» motif. » Zypæus, official et vicaire général de l'évêché d'Anvers, ne signale cette vénalité que pour en gémir. « C'est une chose déplorable, lit-on dans son *Traité du*
» *juge* (*judex*), que ce grand nombre de coutumes locales
» où les emplois et les magistratures sont mis publique-
» ment aux enchères. »

L'édit de 1626 ne recélait-il pas d'ailleurs le principe de sa ruine? En conservant aux villes ou communautés fondées en titre la faculté d'exiger une rétribution pour les offices qu'elles conféraient, ne laissait-il pas subsister un exemple permanent, dont l'influence devait à la longue colorer et propager l'abus? Ne tuait-il pas la règle par l'exception? Cette exception fut appliquée sans ménagement dans la Flandre, qui, de toutes nos provinces, était la plus affligée de la plaie de vénalité : elle en avait, sans doute, contracté le germe dans ses rapports avec la France, jusqu'aux traités de 1526 et 1529, qui affranchirent définitivement le comté de toute sujétion féodale. Après l'édit de 1626, des décrets portés pour diverses villes de cette province, nommément pour Gand, en 1754, pour Courtrai, en 1754, pour Bruges, en 1765, pour Ostende, en

1773, déterminèrent la nature, le nombre et la taxe des fonctions vénales. A Gand, on en compte plus de soixante et dix espèces différentes : le règlement les divise en deux classes; les unes étaient mises à l'encan et adjugées au plus offrant, les autres se vendaient à prix fixe. Ce prix, qui était de 18,000 florins de change (32,653 francs) pour l'office de premier pensionnaire, descendait graduellement jusqu'à 100 florins pour la charge de portier de la ville.

Ce qui est un scandale plus grand encore, c'est que le prince secoua ouvertement pour le fisc le joug des considérations morales et politiques qui servaient de base aux édits. Il ne voulait pas qu'on vendît les offices, mais il les vendait lui-même; car, à travers leurs déguisements, il faut voir la réalité des choses et les nommer par leur nom. Or, peut-on ne pas reconnaître la vente ou son équivalent, dans ces expédients du génie de la fiscalité qu'on appelait l'*engagère* et la *médianate ?*

La vénalité a deux manières d'être : les offices sont vénaux lorsque le collateur les vend ; ils le sont encore lorsque les titulaires ont le droit de les vendre. L'engagère réunit souvent les deux modes; la médianate implique exclusivement le premier.

L'*engagement,* ou, pour nous servir de la dénomination usuelle, l'*engagère,* dite aussi dans les vieux documents *gagère* ou *gagière*, est relativement à la matière spéciale qui nous occupe, l'acte par lequel un office est conféré à quelqu'un en considération et pour sûreté d'une avance qu'il fait au collateur, et que celui-ci doit rembourser quand il reprend la libre disposition de l'office. Dans nos usages, cependant, le nom d'*engagère* désignait particulièrement la somme prêtée ou la créance de l'engagiste, ou, en d'autres termes encore, la finance de l'office.

Si cette opération, qui fait d'un office l'objet d'un marché, et qui engendre tous les abus de la vénalité, n'est pas une aliénation absolue, elle a du moins une grande affinité avec la vente à pacte de rachat; elle en offre même, dans plusieurs cas, les principaux caractères. En effet, l'engagère, qui est encore susceptible de combinaisons différentes, avait lieu le plus souvent, soit pour un temps illimité qui n'avait d'autre terme que le remboursement de la finance, soit jusqu'au décès du prêteur, si l'office était à vie, soit, enfin, jusqu'à la cessation de l'emploi, s'il était temporaire. Dans les deux premiers cas, l'office devenait-il vacant par la mort du titulaire, si la créance n'était pas remboursée, elle passait à ses héritiers : ceux-ci disposaient de l'office; ils pouvaient désigner pour le desservir un tiers réunissant les qualités requises, et le prince lui donnait l'investiture du titre officiel ; je dis le prince, parce que l'engagère se pratiquait principalement dans la collation des offices royaux, quoiqu'il y ait des exemples nombreux de pareils contrats faits par les provinces ou autres communautés avec l'octroi du gouvernement.

Les choses se passaient autrement lorsque le traité portait sur des fonctions annales, telles que les échevinages, ou sur d'autres fonctions temporaires. Si le collateur n'était pas en mesure de restituer la finance au prêteur qui sortait d'emploi, et c'était le cas ordinaire, il imposait au titulaire nouveau, dont il conservait toujours le choix, la condition de faire ce remboursement, et par ce procédé renouvelé d'échéance en échéance, le terme de la restitution se trouvait indéfiniment prorogé.

Le contrat d'engagement, qui s'appliquait aussi aux biens réels immobiliers, était d'un usage fort ancien en France. Comme il ne transmet pas un droit incommutable à l'engagiste, que la chose engagée redevient libre par le remboursement de l'avance, les rois avaient eu recours à ce moyen pour échapper à la maxime de l'inaliénabilité du domaine, et ils accordaient ainsi le respect de la loi avec le bénéfice de l'infraction. Cet accommodement, que la Flandre avait emprunté à nos voisins, a passé dans les autres provinces, et l'emploi que l'Espagnol en a fait sans scrupule lui a procuré des sommes énormes aux dépens de la Belgique, dont on a dilapidé le patrimoine.

L'engagère avait remplacé un mode plus ancien, mais moins lucratif, de disposer des offices. Cet autre mode avait pour la chose publique tous les inconvénients de l'engagère, et de plus celui de rendre le remède impossible, parce que l'office, entré définitivement dans le domaine du pourvu, devenait héréditaire dans sa famille : c'est de l'inféodation que je veux parler.

Le prince concédait-il, et le cas n'est pas rare en Flandre, un office à quelqu'un pour le tenir en fief de lui, il se formait entre les parties un contrat qui produisait les effets ordinaires de la constitution du fief. Le concessionnaire était soumis aux obligations qui lient le vassal au seigneur, mais aussi il acquérait à perpétuité le domaine utile de l'office, la faculté d'en disposer par acte entre-vifs ou testamentaire, conformément aux règles de la coutume féodale.

Cette faculté, qui dérive du droit commun des fiefs, a d'ailleurs été reconnue d'une manière implicite, mais certaine, dans l'ordonnance impériale du 9 mars 1544, *sur le faict des Rennengues de Flandres et des Renneurs héritiers.*

La chambre des rennengues, qui connaissait en Flandre du contentieux relatif au domaine du prince, comptait parmi ses membres des assesseurs nommés *hauts-renneurs,* qui tenaient leur office en fief.

« S'il y a, dit l'ordonnance, aulcun nouvel renneur qui » requiert estre receu au lieu de son feu père, mère ou » d'aultruy dont il est héritier ou successeur par tiltre » particulier, ou comme bail et mary de sa femme, et d'en » faire le serment pertinent, le bailly le recepvra audict » serment s'il n'y a empeschement... » Voilà bien l'office inféodé reconnu transmissible par contrat et par succession.

L'engagère, qui n'attribuait à l'acquéreur de l'office qu'un droit sujet à résolution, fit négliger l'inféodation qui emportait une aliénation absolue, et dont le bénéfice était d'ailleurs bien inférieur à celui du procédé nouveau.

Les sommes versées au fisc à titre d'engagère s'élevaient parfois à un chiffre qu'on croirait fabuleux. Néanmoins, quelque féconde que fût cette ressource, elle ne put suffire à l'avidité ou, si mieux on aime, aux besoins de l'étranger qui pressurait le pays. Au milieu du XVII^me^ siècle, on y substitua un calcul infiniment plus avantageux au prince, d'abord parce qu'il subordonnait à une avance l'obtention de tout office civil indistinctement, ensuite parce que la somme payée était irrévocablement acquise au fisc, enfin parce que le payement de cette somme se renouvelait à chaque mutation de titulaire. Ce moyen, d'invention espagnole, est la *médianate*, appelée quelquefois le *médianat*, ou bien encore *taux* ou *taxe d'office*.

Sous Philippe IV, sous ce même roi qui avait déclaré, le 2 mai 1626, une guerre implacable à la vénalité des offices, paraît, le 13 juin 1651, un décret qui oblige au payement d'une taxe tous ceux qui obtiendront du prince ou de sa part un emploi quelconque autre que purement militaire; les commissions ne peuvent être dépêchées, les pourvus admis au serment, les appointements, le cas échéant, passés en compte, qu'après l'acquittement bien constaté de l'impôt.

Il fallait cependant, par un reste de pudeur, tâcher de concilier cette mesure avec le serment exigé par les édits.

Le gouvernement se tira d'affaire par un mot; il fit passer la rétribution sous le nom de *prêt.* « On travaille, disait » Stockmans le 28 juillet 1651, à introduire jusque dans » cette province ce qu'on nomme la *media annata;* mais » comme elle est repoussée par les lois, on cherche à la » déguiser sous le voile du prêt (*mantelo mutui*), pour ne » pas violer trop ouvertement les clauses du pacte inaugural brabançon (1). »

Au surplus, les personnes étrangères à la jurisprudence ne s'étaient pas, plus que le grand jurisconsulte, laissé abuser par le mot. Un fils de notre illustre Rubens écrivait le 27 juin 1651, quelques jours seulement après l'apparition du décret : « On a pris résolution d'introduire en ces » pays la *media annata*, à la façon d'Espagne, pour les » offices à venir. » Enfin, le soi-disant emprunteur, qui n'avait jamais eu la moindre intention de restituer, dépouilla bientôt tout scrupule, et la taxe prit le nom aussi bien que le caractère qu'elle avait dans le pays de son origine.

Une innovation si large, si hardie, excita les plus vives réclamations. Les écrivains protestèrent au nom de l'intérêt public et de la morale; la magistrature fit des remontrances; le Brabant en appela aux stipulations formelles de ses chartes; tout fut inutile; le gouvernement n'écouta que la voix de l'intérêt. Des ordonnances postérieures maintinrent l'impôt, en assurèrent le recouvrement, et des règlements portés en 1716, 1719, 1727 et 1729 fixèrent la cotisation, qui s'élevait de 5 florins à 8,000, suivant le produit de l'emploi. Enfin, pour grossir encore ce revenu immoral, on multiplia sans mesure et sans honte le nombre des offices les plus imposés.

---

(1) Voir le n° XI de cette partie intéressante de la correspondance de Stockmans, longtemps inconnue, et mise récemment au jour par les soins de M. Borgnet, dans un des derniers bulletins de la Commission royale d'histoire.

Après la guerre de la succession, l'empereur Charles VI, qui trouva en Belgique le trésor vide, le domaine ruiné, le pays appauvri, se vit contraint de maintenir les tristes ressources créées par l'Espagne; mais il n'hésita pas à reconnaître combien l'usage en était préjudiciable aux véritables intérêts de l'État. Dans un édit du 12 septembre 1736, il exprimait le regret que la pénurie des finances ne lui permît pas d'abolir immédiatement un impôt qui rendait les emplois inaccessibles à des sujets très-capables et très-dignes. Joseph II fit plus; le 10 juin 1782, il réduisit de moitié la médianate exigée pour l'entrée aux tribunaux supérieurs; mais, au lieu de compléter la réforme, son successeur rétablit l'ancien taux par un décret du 8 février 1792.

La médianate, une fois payée, était acquise au fisc, quels que fussent les événements postérieurs. De son côté, le pourvu n'acquérait pas en échange le droit de disposer de sa charge, de la faire desservir par un substitut, de la transmettre à un tiers ou même de proposer son successeur. La médianate ne changea rien à la condition antérieure des officiers : sous ce rapport, l'abus était moindre que dans les autres modes de vénalité qui avaient pour conséquence l'hérédité des offices.

L'établissement de la taxe nouvelle n'avait pas eu d'effet rétroactif : on n'aurait pu en grever les officiers déjà en exercice et compter sur le recouvrement, sans attacher la perte de l'emploi au refus de payement; mais c'était attaquer le principe de l'inamovibilité, et le profit n'était pas assez grand pour pousser le pouvoir à cette autre et plus dangereuse violation du contrat social.

Une prérogative annexée toujours aux offices royaux, le plus souvent aux offices municipaux, quelquefois aussi aux offices seigneuriaux, consistait dans l'inamovibilité. La possession du titre et l'exercice de l'emploi étaient assurés à l'officier jusqu'à l'expiration de ses fonctions si elles étaient temporaires, jusqu'à son décès ou sa démission si elles étaient à vie : il ne pouvait être destitué que par jugement, pour forfaiture ou autre cause d'indignité.

L'inamovibilité des offices royaux était une maxime incontestée de notre droit public : la charte wallonne de 1314, pour le Brabant, les coutumes homologuées des duchés de Limbourg et de Luxembourg la proclament comme une règle générale. Cette règle était reçue et observée dans toute l'étendue de nos Pays-Bas et de la principauté de Liége : elle s'appliquait généralement aussi aux offices conférés par les villes ou les franchises. Dans le Brabant, le Limbourg et la Gueldre belgique, le bénéfice en était même assuré aux officiers des seigneurs : le conseil de Brabant, en le leur confirmant par un arrêt de règlement du 30 avril 1649, déclare que tel est l'ancien et invariable usage du pays. L'ordonnance impériale du 30 juillet 1672, portant règlement pour les villes ouvertes et les villages de la Flandre, fait prévaloir le même principe, en décidant que les officiers et les échevins des seigneurs, établis pour un an, ne sont pas révocables avant le terme, sans cause légitime.

La doctrine contraire était plus généralement suivie dans les autres provinces : on y considérait les offices seigneuriaux comme révocables à volonté. Toutefois, cette faculté était sujette à quelques restrictions : on en contestait l'exercice au seigneur, d'abord lorsqu'il avait conféré l'office à titre onéreux, ensuite lorsque la révocation était fondée sur une cause déshonorante : dans ce dernier cas, il fallait que le seigneur fît préalablement condamner l'inculpé en justice. Rien de plus équitable que cette disposition de la coutume de Luxembourg. C'était bien assez que le caprice du seigneur se jouât impunément de la position de l'officier, sans qu'il lui fût encore permis d'imprimer à sa victime une flétrissure publique dont elle n'aurait pu se défendre.

L'inamovibilité d'une magistrature qui procédait d'un choix libre et éclairé, était sans doute une garantie pour les administrés et les justiciables, surtout dans leurs différends avec ceux qui conféraient les charges : elle affermissait les fonctionnaires par le sentiment de leur indépendance; elle épargnait l'épreuve d'une disgrâce à des hommes enclins à bien faire, mais faibles peut-être, et dont la vertu n'aurait pas été jusqu'à l'abnégation qui sacrifie tout au devoir.

Mais la justice ou l'administration gagnaient-elles beaucoup à l'inamovibilité de leurs agents, lorsqu'elle était la conséquence de l'hérédité ou de la vénalité, c'est-à-dire lorsque le hasard ou l'argent disposaient des offices?

Telle est l'esquisse à grands traits du régime auquel a succédé la théorie de l'égalité, de l'émulation et de la concurrence, que l'occupation française a naturalisée chez nous à la fin du siècle dernier.

La loi célèbre du 4 août 1789 avait supprimé en France la vénalité des offices de judicature et de municipalité, et proclamé l'admissibilité de tous les citoyens à tous les emplois; elle avait également anéanti les justices seigneuriales et, par suite, les offices qui en dépendaient.

La loi du 29 septembre 1791 avait ensuite frappé de la même proscription la vénalité et l'hérédité des charges de notaires, de tabellions et des offices du même genre; enfin le cautionnement exigé de certaines classes de fonctionnaires, et qui laissait subsister une cause d'inégalité pour les aspirants sans fortune, avait même été aboli par les décrets des 2 février et 26 avril 1794; mais, deux ans après, commença une série de lois qui le rétablirent et l'étendirent à des catégories nouvelles.

Une loi du gouvernement français, portée spécialement pour la Belgique, le 5 prairial an VI, faisait espérer la liquidation des engagères versées dans la caisse des administrations provinciales et municipales; elle laissait virtuellement à la charge du gouvernement antérieur les engagères des offices conférés par le prince. C'était une conséquence du traité de Campo-Formio, qui n'imposait à la France que les dettes inhérentes au territoire dont elle prenait possession. L'Autriche reconnut plus tard ses obligations, et pourvut à leur acquittement par une convention faite avec les Pays-Bas, le 5 mars 1828.

Dans le siècle précédent, une autre invasion française, au lieu de la réforme, avait apporté dans quelques parties du pays momentanément occupées, le régime de la vénalité légale et de l'hérédité perpétuelle des offices. Le premier acte de Louis XIV qui l'introduisit est, je pense, l'édit du mois de novembre 1661, qui érigea en titre d'offices formés et héréditaires, des maîtrises d'eaux et forêts et quelques autres charges.

Le fastueux triomphateur, qui ne dédaignait pas les petits émoluments de la conquête, ne s'en tint pas au commerce des offices proprement dits; il créa en outre pour la Flandre et le Hainaut, par des édits signés de sa main en 1706, 1707 et 1714, des *places héréditaires de barbiers, perruquiers, baigneurs, étuvistes*, dont les provisions se délivraient en grande chancellerie. Ces places étaient, comme les offices, de véritables propriétés privées, et, suivant le texte d'un édit de février 1692, qui a institué 200 offices de notaire dans le ressort du parlement de Tournay, voici quels étaient les droits reconnus aux titulaires : « en jouir par les pourvus, leurs successeurs et » ayants cause héréditairement et à toujours. . . . . avec » faculté d'en disposer par contrat de vente ou autrement » ainsi que de leur propre bien, à la charge par ceux qui » succéderont aux premiers pourvus de prendre des lettres » de provision de nous à chaque mutation. »

Cette législation n'a pas survécu à la durée de l'occupation étrangère.

En France, soit que le préjugé de la patrimonialité des offices fût entré si avant dans les mœurs qu'il ait fallu faire une concession à l'esprit public, soit que ce gouvernement de quinze ans qu'on a nommé *la restauration* ait voulu spontanément, en cette matière aussi, restaurer le passé, une disposition glissée dans la loi du 28 avril 1816, relative au cautionnement des officiers ministériels, rétablit tacitement la vénalité de certaines charges. L'article 91 autorise « les avocats à la cour de cassation, notaires, avoués, greffiers, huissiers, agents de change, » courtiers, commissaires priseurs, » à présenter à l'agrément du roi des successeurs réunissant les qualités exigées par les lois.

Si l'on admet que les princes de la maison d'Espagne aient voulu sincèrement abolir l'abus de la vénalité qu'ils fomentaient par leur exemple, si l'on admet qu'ils aient été réellement impuissants contre le mal, ne valait-il pas mieux se résigner à la tolérance et se taire, ou plutôt légitimer l'usage plus fort que la loi, et le ranger au nombre des institutions de l'État; mais convenait-il à la majesté du législateur de porter, pour sauver les apparences, cette multitude de décrets dont l'inexécution fait sa honte, et ne laisse au jugement de l'histoire que cette inévitable alternative : profonde incapacité ou odieuse hypocrisie.

M. Arendt a commencé la lecture d'une notice intitulée : *Recherches sur les Commentaires de Charles-Quint*, dont la suite sera présentée dans la séance du mois de février.

ÉLECTIONS.

La classe nomme son directeur pour 1859; M. Gachard est élu à la majorité des suffrages.

M. le baron de Gerlache, en prenant les fonctions de directeur pour 1859, exprime à M. Leclercq, le directeur sortant, les remercîments de la compagnie.

CLASSE DES BEAUX-ARTS.

Séance du 13 janvier 1859.

M. G. Geefs, directeur.
M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Alvin, Braemt, De Keyzer, Fr. Fétis, Navez, Roelandt, Van Hasselt, Jos. Geefs, Érin Corr, Snel, Fraikin, Partoes, Baron, Éd. Fétis, Ed. de Busscher, Portaels, *membres;* Calamatta, *associé;* A. Balat, *correspondant.*

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'intérieur fait parvenir un nouveau rapport de M. Benoît, lauréat du concours de composition musicale de 1857.

Ce rapport sera transmis à la section permanente du jury de composition musicale.

Une autre lettre du même Ministre soumet à l'examen de la classe l'ouvrage publié par M. Muquardt et comprenant la reproduction de l'œuvre de Rubens, soit au moyen de la lithographie, soit par la photographie. (Commissaires : MM. Navez, Calamatta, Corr, Alvin et De Keyzer.)

M. le Ministre informe aussi la classe qu'il a conféré au sieur Polydore Beaufaux, de Wavre, lauréat du grand concours de peinture de 1857, la pension de 2,500 francs à laquelle il a droit pendant quatre ans, pour voyager à l'étranger dans le but de se perfectionner dans son art.

Par une autre dépêche, le même ministre annonce que M. Fr. Fétis a été nommé, par arrêté royal, président de l'Académie pour l'année courante.

La lecture de cette lettre est accueillie par des applaudissements.

— Une lettre de M. Foster, secrétaire de la Société des Adelphi, pour l'encouragement des arts, des manufactures et du commerce, fait connaître qu'une exhibition internationale aura lieu, en 1861, à Londres; elle invite en même temps les membres de l'Académie à y envoyer de leurs productions.

« Dans une réunion particulière du conseil de la Société, est-il dit, les décisions suivantes ont été prises :

» Le conseil, considérant la part que la Société a prise en commençant la grande exposition de 1851, a cru qu'il était de son devoir d'examiner avec soin les différents projets élaborés, afin d'avoir, en 1861, une exhibition des objets qui lui seront confiés; en conséquence, elle a résolu :

» 1° Que l'institution des expositions décennales à Londres, constatant les progrès réalisés dans l'industrie et les arts durant chaque période décennale, doit tendre avantageusement à l'encouragement des arts, des manufactures et du commerce;

» 2° Que la première de ces expositions ne doit pas être une répétition de l'exposition de 1851, qui peut être considérée comme un événement extraordinaire, mais qu'elle doit être une exhibition d'ouvrages choisis pour leur supériorité, montrant spécialement les perfectionnements de l'industrie et de l'art, et disposés selon les classes et non selon les pays; que, de plus, elle comprendra la musique et la peinture, qui étaient exclues en 1851;

» 3° Que les étrangers seront invités à exposer aux mêmes conditions que les exposants anglais;

» 4° Que le conseil s'occupera de rechercher comment les résolutions précédentes peuvent le mieux être mises en pratique. »

— M. Edm. Levy, de Rouen, auteur du mémoire couronné sur l'architecture, accuse la réception de la médaille d'or qui lui a été décernée au dernier concours.

— MM. Roelandt et De Busscher font hommage d'un exemplaire du compte rendu du 50me anniversaire de la Société royale des beaux-arts et de littérature de Gand. — Remercîments.

CAISSE CENTRALE DES ARTISTES BELGES.

M. Édouard Fétis présente un aperçu de l'état de la caisse des artistes belges, qui s'élève aujourd'hui à plus de soixante mille francs. Un compte plus détaillé sera présenté dans la prochaine séance.

M. Braemt présente, de son côté, un aperçu de l'état des dépenses et des recettes pour l'année 1858.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Les grandes armoiries du duc Charles de Bourgogne, gravées vers 1467. Notice de M. Alvin, membre de l'Académie.

Dans le courant de l'année 1856, M. Harzen, de Hambourg, célèbre iconographe et l'un des meilleurs connaisseurs de l'Allemagne, se trouvant à Bruxelles et visitant nos collections, je lui mis sous les yeux plusieurs estampes curieuses que j'avais découvertes dans les manuscrits de la bibliothèque de Bourgogne, et je feuilletai avec lui quelques volumes qui en contenaient encore. En parcourant un recuëil où étaient réunies des pièces héraldiques de diverses époques, et des notes généalogiques concernant, entre autres, la famille de Villegas, notre attention se fixa sur une gravure au burin, de format in-folio, représentant les grandes armoiries de la maison de Bourgogne, au bas desquelles M. Harzen me fit remarquer la devise de Charles le Hardi : *Je l'ai empreins.* La perfection du travail me fit d'abord hésiter à la croire contemporaine de ce prince; mais en la considérant plus attentivement, je crus reconnaître, tant dans le travail du burin que dans le style du dessin, une analogie frappante avec les gravures du maître de 1466, et particulièrement avec les pièces du célèbre Alphabet grotesque dont j'avais précisément sous la main d'excellents *fac-simile* photographiques, publiés par M. R. Brulliot, d'après les originaux de la collection royale de Munich (1).

A quelle occasion cette pièce avait-elle été gravée? Quel en était l'auteur? Était-elle une production de l'art flamand? Je n'avais pour résoudre ces questions ni le nom du graveur, ni son monogramme, ni date enfin. Réduit aux conjectures, j'admis d'abord l'idée que l'avénement du duc Charles, en 1467, pouvait bien avoir été l'occasion de ce travail. Il pouvait aussi avoir été exécuté pour la tenue d'un chapitre de la Toison d'or : il y en avait eu un en 1468. Mais à quel usage devait servir cette planche? Peut-être était-ce le frontispice d'une joyeuse entrée à Gand, à Bruges ou à Bruxelles. Peut-être aussi devait-elle servir de titre aux statuts de l'ordre de la Toison d'or, qu'on envoyait aux nouveaux chevaliers après la tenue d'un chapitre. Mais à cette époque, l'imprimerie, encore à sa naissance, n'avait aucune presse en activité dans nos provinces; c'est donc à des copies manuscrites que le frontispice aurait dû servir. Or, on trouve, dans un grand nombre de manuscrits du XV^{me} siècle, des vignettes en miniature qui sont peintes sur un trait gravé, et notre planche pouvait avoir eu la même destination.

Avant d'examiner les diverses hypothèses auxquelles cette pièce peut donner lieu, je vais en essayer une description détaillée, afin que le lecteur puisse apprécier les suppositions que je serai amené à faire, en ayant en quelque sorte sous les yeux les preuves à l'appui, quand bien même la présente notice ne serait point accompagnée du *fac-simile* (1).

---

(1) M. R. Brulliot, directeur du cabinet d'estampes de Munich, a publié le *fac-simile* photographique de 25 lettres de l'Alphabet grotesque; de ce nombre, 16 ont été décrites par Bartsch, 7 lui étaient inconnues. Cette suite se distingue par une verve de composition et par un talent d'exécution supérieurs à tout ce que l'on possède de gravures de la même époque. Aucune de ces pièces n'est datée, aucune n'est marquée du monogramme E S; de sorte que c'est fort arbitrairement qu'on les attribue au même graveur que les pièces marquées de ce monogramme et de ce millésime.

Ce frontispice représente une porte en style gothique tertiaire très-orné, paraissant donner accès dans un édifice dont on aperçoit, vers le haut, une partie de muraille où sont figurées des pierres de taille de moyen appareil. Cette muraille est surmontée d'un toit recouvert en partie de trois rangs d'ardoises imbriquées et se terminant par une crête en festons découpés à jour. Le toit est percé de deux lucarnes en plein cintre, chargées de gables découpés en arc trilobé, et garni de clochetons, pinacles, panaches et crochets.

La voûte, dont le sommet, décoré d'un panache en choux frisés, dépasse la crête du toit, forme une arcade trilobée surélevée. Elle repose, de chaque côté, sur une colonne svelte dont le fût est taillé en zigzag de dessins différents pour chaque colonne. L'extrados de l'archivolte est décoré, de chaque côté, de quatre crochets de la même nature que le panache, l'intrados d'un feston découpé à jour. Une bande, en retrait, formant gorge et suivant les montants et les sinuosités de l'arcade, encadre la porte.

---

(1) Le *fac-simile* joint à la présente notice reproduit les dimensions exactes de l'estampe, les marges avec leurs déchirures, les témoins du cuivre et les taches de la planche imparfaitement essuyée lors du tirage. Le cuivre a, dans sa plus grande hauteur, 32 centimètres et demi; il est large de 19 centimètres et 6 millimètres.

Cette bande est elle-même ornée à l'intérieur, sous la voûte, de festons découpés à jour, dans le même dessin que la crête du toit.

Les chapiteaux des colonnes sont cubiques à pans coupés. Ils supportent chacun une statue : à gauche, celle de saint André, à droite, celle de saint Georges. Deux dais, saillant de la muraille, au-dessus de la tête des saints, leur complète à chacun une niche. Ces dais sont ornés de clochetons, de pinacles, de panaches et de crochets du même style que le reste.

Cinq écussons, attachés à des courroies bouclées et passées dans les festons qui décorent la partie inférieure de la voûte, pendent au-dessus, dans le vide formé par la porte.

Douze écussons de même dimension, attachés de la même manière, sur le champ de la bande en retrait qui fait le tour de l'arcade, encadrent la porte entière, enveloppant les cinq écussons dont il vient d'être parlé.

Le milieu de la porte est occupé par les grandes armoiries de la maison de Bourgogne, entourées du collier de l'ordre de la Toison d'or, surmontées du haume couronné de la fleur de lis et soutenues par deux grands lions debout.

Au-dessous, sur la plinthe, entre deux culs-de-lampe supportant les colonnes, on lit en capitales de caractères gothiques, les mots : JE LAI EMPREINS, qui sont, comme chacun le sait, la devise de Charles le Hardi.

Les dix-sept écussons, disposés autour des grandes armoiries, sont ceux des provinces de la domination du duc Charles, à l'époque où notre estampe a été gravée. Ils sont rangés dans l'ordre que suivait le souverain pour l'énumération de ses titres en tête des chartes et diplômes; c'est-à-dire que la première place est occupée par les duchés, la deuxième par les comtés et la troisième par le marquisat du saint-empire et les domaines de rang inférieur, en suivant, dans chaque série, l'ordre d'ancienneté d'acquisition (1).

Les cinq écussons suspendus directement au-dessous de la voûte, et occupant la place d'honneur, sont ceux des duchés. Ils sont ici tout à fait séparés des autres, de telle manière qu'il ne puisse y avoir aucun doute.

De plus, ils occupent entre eux la place qui leur appartient, c'est-à-dire que celui qui est le premier est aussi celui dont la possession est la plus ancienne dans la maison, et que le dernier est également le dernier acquis.

La même règle est observée entre les comtés d'abord, et ensuite entre les seigneuries de moindre importance.

Voici quel est cet ordre. Pour les duchés : 1 Bourgogne, 2 Lothier, 3 Brabant, 4 Limbourg, 5 Luxembourg. — Pour les comtés, etc. : 1 Flandre, 2 Artois, 3 Bourgogne (la comté de), 4 Charolais, 5 Hainaut, 6 Hollande, 7 Zélande,

---

(1) *Joannem excepit Antonius, ejusque filii, ut dictum; qui constanter se duces Lotharingiae, Brabantiae, Limburgi et Marchiones S. Imperii appellarunt. Quas provincias dum Philippus noster, eorum haeres, suis adjungit, non habita ratione valoris earum aut excellentiae, titulorum ordinem est secutus, atque ducatus omnes praemisit, dein comitatus, marchionatum et dominia; more Gallico, de quo Chassenaeus, in catalogo gloriae mundi, et fere eo ordine, quo ducatum quemque, aut comitatum est adeptus. Unde Heuterus in Rebus Burgundicis errat, et ex eo, in Diplomatibus Belgicis D. Miraeus; Philippi diploma, quo anno 1431 confirmat ordinem equitum Auraei velleris, Brugis institutum, 10 januarii 1429, inchoantes, hoc modo : Philippus, Dei gratia dux Burgundiae, Lotharingiae, Brabantiae, Limburgi, comes Flandriae, Artesiae, Burgundiae, Namurci, Palatinus, Marchio S. Imperii, Dominus Salinarum ac Mechliniae.* (Vredius, *Sigilla comitum Flandriae*, etc., etc. Brugis Flandrorum, apud Joannem-Baptistam Kerchovium. Anno 1639, p. 84.)

8 Namur, 9 Marquisat du saint-empire (Anvers), 10 Frise, 11 Salins et 12 Malines.

Les écussons étant disposés sur deux lignes verticales, presque parallèles pour les comtés, et formant un angle pour les duchés, ne se suivent point, mais alternent de gauche à droite : ainsi, pour les duchés, le sommet de l'angle est occupé par le n° 1, le n° 2 est au-dessous à gauche, le n° 3 vis-à-vis à droite, le n° 4 sous le n° 2 et le n° 5 sous le n° 3. Quant aux comtés, le n° 1 est en tête de la ligne à gauche, le n° 2 en tête de la ligne à droite, 3 sous le n° 1, et 4 sous le n° 2, et ainsi de suite.

On remarque que cet ordre, ainsi que le nombre des écussons, correspond aux titres que prenait, dans ses chartes, le duc Charles, avant l'acquisition du duché de Gueldre et du comté de Zutphen en 1472. Plus tard, ce prince ne négligea jamais de placer son titre de duc de Gueldre après celui de duc de Luxembourg, et de comte de Zutphen après celui de comte de Namur, comme on le voit dans des chartes citées par Vredius.

Notre estampe présente une particularité que je dois signaler. Les armoiries du comté de Charolais s'y trouvent, à la 4^me^ place, entre Bourgogne et Hainaut, tandis que, dans aucun des diplômes connus, on ne rencontre la mention de ce titre, parmi ceux du duc, après son avénement, ce qu'énonce formellement Vredius en ces termes, page 93 : « Charolesium et Castrum Belinum, quod jam » quinquaginta et amplius annis Carolus, ejusque pater, » tenuerat, itemque Betuniam, in titulis in posterum » omittit; quod prius sub ducatu Burgundiae, alterum » sub comitatu, tertium sub Artesia comprehendantur; » quas provincias, cum aliis ditionibus Carolus adiit patris » sui morte. » C'est une preuve de plus que la gravure a été exécutée pour l'avénement du duc, et peut-être commencée avant la mort de Philippe, à l'époque où le comte de Charolais fut nommé, par son père, lieutenant général de toute sa domination, comme le rapporte le même auteur, p. 92 : « Anno 1465, a patre septuagesimum aetatis annum » agente, provinciarum omnium gubernaculo admotus, » hunc item titulum suis adjecit; eum enim sic video scrip» sisse ad Carolum Vergiacensem, anno 1467. » (*Charles, comte de Charolois, seigneur de Chasteau-Belin et de Bétune, fils et lieutenant général de Philippe, duc, etc.*)

Cependant, l'écusson du Charolais se trouve, avec les dix-huit autres, sur le tombeau du duc Charles, dans l'église de Notre-Dame de Bruges. Quoi qu'il en soit, nous voyons sur notre estampe tous les écussons des provinces de la domination du duc Charles au moment de son avénement, et nous n'y trouvons ni Gueldre, ni Zutphen; cette circonstance nous autorise à dire que la gravure a été exécutée avant l'acquisition de ces deux provinces. Nous savons, en effet, que Charles en prit le titre dès l'instant qu'il crut en avoir le droit, sans attendre l'acquisition effective et l'investiture qui lui furent vigoureusement disputées. Il ne se contenta point de prendre le titre, il frappa monnaie pour la Gueldre (1). C'était d'ailleurs dans le caractère et dans les habitudes de ce prince de ne céder rien de ses droits. Ainsi, tandis que son père, administrateur et possesseur de fait du duché de Luxembourg, depuis 1443, n'en avait jamais pris le titre (1), Charles, à peine inauguré, se hâta de l'inscrire dans ses chartes et de le faire graver sur son sceau. Ce qu'il avait fait à l'égard du Luxembourg, il devait le faire pour Gueldre et Zutphen, et dès l'année 1472, on le voit ajouter au sceau privé de la cour de Brabant les armes de ces deux nouvelles provinces (2).

---

(1) Après avoir obtenu de l'empereur Frédéric l'investiture du duché de Gueldre, Charles de Bourgogne assiégea et prit la ville de Nymègue, en 1473. Par lettres patentes du 15 novembre 1474, il nomme Adrien de Lokere maître particulier de la monnaie de Gueldre. Celui-ci travailla, du 25 décembre 1474 au 3 février de l'année suivante, à la confection des florins d'or de Bourgogne, ainsi que des monnaies d'argent frappées à Nymègue. (Voyez la *Revue numismatique belge*, tom. II, p. 251, 2e série.)

Deux monuments d'une grande importance confirment mes assertions à l'égard de la place que devraient occuper les écussons de Gueldre et de Zutphen. D'abord, le tombeau érigé, en 1562, dans l'église de Notre-Dame à Bruges, sur le modèle de celui que le bon roi René d'Anjou avait élevé au vaincu de la bataille de Nancy, dans la cathédrale de cette dernière ville; et, en second lieu, les peintures de la chapelle de Bourgogne, bâtie à Anvers, à l'occasion du mariage de Philippe le Beau et de Jeanne la Folle, vers 1496. La notice de M. le marquis de Villeneuve-Trans, *Sur les tombeaux de Charles le Téméraire et de Marie de Bourgogne, extraite des mémoires de l'Académie de Nancy, année 1839*, donne la description de tous les écussons qui décorent le tombeau du duc, et nous y trouvons Gueldre et Zutphen, et, de plus, le comté de Charolais, comme je l'ai fait remarquer ci-dessus. Un de nos compatriotes, officier des plus distingués, le général baron Joly, a dessiné avec le plus grand soin tous les détails de la chapelle de Bourgogne, qui fait aujourd'hui partie de l'habitation de M. d'Hanis van Cannaert; il en a publié une monographie complète que l'imprimerie impériale de Vienne a reproduite avec un luxe extraordinaire. Grâce à cette belle publication, j'ai pu constater que la maison de Bourgogne, bien que s'étant alliée à l'Empire par le mariage de Marie avec Maximilien d'Autriche, avait conservé l'usage français, quant à l'ordre suivi dans l'énumération de ses titres. On voit sur une des murailles de la chapelle, au milieu des plus gracieux ornements de la flore gothique, les écussons des provinces, disposés sur deux lignes horizontales parallèles, dans le même ordre que sur notre estampe; Gueldre et Zutphen y sont, à leur rang, la première après Luxembourg, le second après Namur (1).

---

(1) *Noluit tamen Philippus, hujus ducatus titulo priùs uti, quam* ELISABETHAE *uxoris* CASIMIRI *Poloniae regis, Annae Brunsuicanae sororis, jus omne ad eundem Ducatum, sibi quoque, suisque, emisset* (*).

Id vero cum PHILLIPPUS *pater non praestitisset,* CAROLUS, *inter prima sui regiminis auspicia, est executus.*

Igitur, caeteris provinciis a patre acceptis, Luxemburgum adnumeravit, ejusque titulum in sigilli ambitu deinceps inseruit, post caeteros ducatus, scuto gentilicio nihil a scuto PHILIPPI *patris discrepante, quod supra Cl. D. Chifletius graphice depinxit; reliquis etiam insignibus non immutatis, nisi quod coronati leonis loco qui Namurcum in sigillo patris denotavit, hic, tam in potiore, quam in altero sigillo, leo ponatur absque corona, ut eo videlicet et Hannonia, et Hollandia significari possit.* (Vredius, *op. citato,* p. 93.)

(2) *Carolus in curia Brabantica peculiare sigillum ordinavit. Inscriptio ut praecedentes, additis Geldriae et Zutphaniae titulis ab anno 1472.* (Vredius, *op. citato*, p. 99.)

(*) Il existe à la Bibliothèque de Bourgogne un manuscrit célèbre des chroniques du Hainaut par Jacques de Guyse. En tête de ce volume se voit une précieuse miniature, attribuée à Memling et représentant le duc Philippe le Bon, entouré de sa cour, où l'on voit figurer le comte de Charolais, âgé de 15 à 16 ans. La page sur laquelle la miniature est peinte est entourée des écussons des provinces de la domination du duc, rangés comme dans notre estampe : Luxembourg ne s'y trouve point. Le manuscrit ne peut être antérieur à l'année 1450, puisque Charles est né en 1433.

---

(1) Dans la chapelle de Bourgogne, à Anvers, l'écu de Gueldre est ainsi blasonné : à dextre, *d'or au lion de sable;* à senestre, *d'azur au lion d'or,*

Toutes ces preuves m'autoriseraient à affirmer que les armes du duc Charles de Bourgogne ont été gravées dès les premières années du règne de ce prince, et je pourrais me dispenser d'en chercher d'autres, s'il ne s'agissait point ici d'une œuvre d'art dont l'âge peut toujours être déterminé, avec plus ou moins de certitude, au moyen des analogies qu'elle présente avec les œuvres contemporaines. Il convient donc d'examiner si l'état des arts, dans les provinces belgiques, était tel, à cette époque, que l'on puisse supposer qu'on y rencontrait des artistes capables d'exécuter notre gravure.

Quant aux progrès des arts du dessin, de la peinture en particulier, il suffit de rappeler que le dernier des Van Eyck était mort laissant une brillante école, où se faisaient remarquer Hugo Vander Goes, Roger Vander Weyden et une foule d'autres; que l'école flamande était alors une source abondante où toutes les nations de l'Europe, et en particulier les Allemands, venaient puiser la science de la couleur et du dessin. C'était à cette époque que travaillaient les premiers maîtres graveurs dont la nationalité est disputée avec tant d'ardeur entre la haute et la basse Allemagne, conflit dans lequel les provinces des Pays-Bas ont peut-être, plus qu'on ne le croit, le droit d'intervenir.

---

sur le tombeau du duc Charles le même écu porte : *d'azur au lion tourné d'or.*

Les armoiries de Zutphen diffèrent également dans les deux monuments. A Anvers, l'écu de Zutphen est *d'argent à la croix de gueules, au chef d'azur, au lion rampant couronné d'or ;* à Bruges, sur le tombeau : *d'argent, au lion de gueules, couronné, armé et lampassé d'or.*

Dans la chapelle de Bourgogne, l'écusson de Malines porte l'aigle impériale de sable; sur notre estampe, on ne trouve que les anciennes armoiries de Malines, sans l'aigle impériale. On sait que cette addition au blason malinois date du mariage de Marie de Bourgogne avec Maximilien d'Autriche.

La perfection du travail de notre estampe, certaines analogies dans le faire et la tournure des tailles m'avaient fait hasarder l'opinion que le précieux morceau pourrait bien être du maître ES et que ce serait, en quelque sorte, une preuve à l'appui de l'opinion déjà exprimée, bien que timidement, d'après laquelle le fameux maître de 1466 serait originaire de nos provinces. J'ai communiqué mes idées à M. Passavant, inspecteur de l'Institut des beaux-arts à Francfort-sur-Mein, et à M. le professeur Waagen, directeur du Musée de Berlin. Ces deux savants, dont l'opinion est d'un poids considérable dans ces matières, m'ont fait l'honneur de me répondre, et, comme ils n'ont point partagé mon avis sous tous les rapports, je donnerai ici place à leur opinion.

M. Passavant m'écrit, sous la date du 15 octobre dernier:

« La photographie, — je lui avais envoyé une épreuve d'un *fac-simile* photographique—a excité vivement mon intérêt. En tout cas, cette pièce est une trouvaille très-importante pour l'histoire de la gravure au burin dans les Pays-Bas. On ne peut nier qu'elle n'ait beaucoup de rapports, pour le faire, avec celles du maître ES de 1466; cependant elle en diffère aussi en quelques parties. D'abord, les lions qui tiennent les armes et les lambrequins sont d'un style de dessin qui diffère de celui du maître de 1466. Puis l'architecture n'est pas exactement la même que celle que nous trouvons dans les estampes de ce dernier. On n'y rencontre ni ces sortes de colonnes, ni ces lignes courbées ou évasées du fronton (l'arc trilobé surélevé), ni la niche, ni ces crochets et ces panaches assez librement dessinés. Le dessin de ces parties d'architecture est, chez lui, bien plus fin et sévère, analogue aux formes usitées en Allemagne dans ce temps-là. Toutes ces différences de style me font croire que le maître des armes du duc Charles le Hardi est un graveur néerlandais, inconnu jusqu'ici, et qui florissait à l'époque où le maître de 1466 faisait ses études en Flandre : car on ne peut douter que celui-ci n'ait fait ses études dans l'école des élèves des Van Eyck ; mais qu'il était Allemand, ainsi que le prouvent ses inscriptions en idiome de la haute Allemagne sur plusieurs de ses gravures. »

M. Waagen, à qui j'avais aussi envoyé le *fac-simile,* me répondit le 21 novembre 1858 :

« Je n'ai reçu la photographie de votre estampe que seulement au commencement de septembre, et je désirais savoir si mon avis serait partagé par quelques personnes de cette ville qui s'occupent d'études de ce genre, telles que MM. Sotzmann et Hotho. Ces personnes font partie d'une société pour l'histoire des beaux-arts du moyen âge qui ne commence ses séances qu'à la fin du mois d'octobre. Je dois vous faire premièrement, Monsieur, mon compliment de la sagacité avec laquelle vous avez fixé, d'une manière concluante, la date de l'estampe entre les années 1467 et 1472. Par cette fixation, cette gravure devient une nouvelle et très-importante preuve que l'art de graver le métal doit avoir été exercé de très-bonne heure dans les Pays-Bas et dans la contrée du bas Rhin.

» Je suis très-satisfait que vous partagiez cette opinion. Mais, quant au maître de cette gravure, je ne puis être de votre avis. Je trouve, et mes amis ici sont de la même opinion, que le maniement du burin est différent de celui du maître de 1466 : les traits sont plus nourris, plus déliés.

» Il en est de même du style des deux saints, moins gothique ; les plis de la draperie du saint André sont d'un goût plus pur, les mains mieux dessinées.

» Cette précieuse gravure prouve donc, d'après mon avis, que l'art de graver sur métal a atteint, dans les Pays-Bas, un haut degré de perfection à un temps *encore plus reculé* que je n'avais pensé jusqu'à présent. Cette gravure, il me semble, peut servir comme point d'appui pour fixer approximativement l'époque de quelques gravures qui portent le cachet de l'école des Van Eyck, et dont quelques-unes se trouvent au Musée d'Amsterdam et une dans la collection du duc d'Arenberg. »

Je n'ai pas besoin d'insister sur la valeur de l'opinion d'un savant tel que M. Waagen, qui peut se vanter d'avoir donné, par son livre sur les frères Van Eyck, publié en 1822, la première impulsion aux études relatives à l'ancienne école flamande, et qui, maintenant encore, est occupé à résumer toutes les connaissances aujourd'hui acquises sur cette même école, dans un manuel qui doit paraître au printemps prochain, chez M. Murray, à Londres. La compétence de M. Passavant sur ces mêmes matières ne saurait non plus être contestée. Aussi, suis-je heureux de voir ces deux savants reconnaître l'importance historique et artistique de la gravure qu'une bonne fortune nous a fait découvrir dans un manuscrit où personne n'eût soupçonné son existence. L'un et l'autre admettent la démonstration au moyen de laquelle je suis parvenu à fixer l'âge de cette œuvre d'art; ils pensent, ainsi que moi, qu'elle a été exécutée dans notre pays; mais ils repoussent également l'idée qu'on pourrait l'attribuer au maître de 1466, qu'ils soutiennent être Allemand, opinion qui résulte, en effet, j'en conviens volontiers, de l'étude d'une série de gravures de ce maître décrites par Bartsch et traitant, pour la plupart, de sujets religieux. Malgré tout le respect que m'inspire l'opinion de deux hommes aussi éminents, je ne puis me dispenser, — tout en acceptant leur avis, en ce qui touche à la série d'estampes que je viens d'indiquer, — de faire remarquer que des doutes ont été plusieurs fois élevés sur la question de savoir si toutes les gravures attribuées au maître ES sont bien de la même main. Ces doutes, pour moi, s'élèvent à la hauteur d'une certitude, et je me prononce pour la négative. On attribue au maître ES de 1466 un grand nombre de gravures que Bartsch a décrites; peu de personnes ont eu la faculté de voir et d'étudier ces pièces, dont il ne reste qu'un très-petit nombre d'exemplaires, conservés dans la collection de Vienne, de Munich, de Dresde, de Paris et de Londres. Quant à leur attribution, elle a été faite d'une manière fort arbitraire : on s'est souvent contenté d'une analogie assez éloignée pour donner au maître ES des estampes sans date et sans marque. Pour ma part, je ne connais du maître de 1466 que les vingt-cinq pièces reproduites par M. R. Brulliot au moyen de la photographie, cinq originaux appartenant à la collection du duc d'Arenberg, et les estampes du cabinet de la Bibliothèque impériale de Paris; encore, quant à ces dernières, n'ai-je pas eu le temps de les étudier. Mais il suffit d'avoir attentivement examiné les épreuves que j'ai eues entre les mains pour être convaincu que toutes ne sont point l'œuvre du même burin. La publication de Brulliot offre deux compositions assez importantes, le *Baptême de Jésus-Christ* et la *Vierge*, intitulée *Marie d'Einsidlen*, B. nº 35, indépendamment de vingt-trois pièces qui composent l'*Alphabet grotesque. Le Baptême* ne porte ni date ni monogramme; *la Vierge* porte la date de 1466 et la lettre G. Pourquoi l'attribue-t-on au maître ES? Il y a d'abord entre ces deux pièces au moins autant de différence que d'analogie, et je ne saurais admettre qu'elles soient de la même main. La Vierge est d'un travail beaucoup supérieur à l'autre.

Quant à l'Alphabet, sur quoi s'appuie-t-on pour le donner au maître ES de 1466? Sur de simples analogies, à l'évidence desquelles je suis loin de me rendre; et pour accepter cette attribution, il faut faire assez bon marché de plusieurs circonstances qui me paraissent fort importantes. Par exemple, si aucune des vingt-trois lettres reproduites par Brulliot, si aucune de celles du cabinet de Vienne, décrites par Bartsch, ne portent ni date ni marque, il se trouve dans la collection de la Bibliothèque de Bâle et dans celle de Dresde une épreuve de la lettre A, portant, en chiffres romains, la date de 1464, tandis que, sur toutes les autres pièces datées du maître ES, on a fait usage de chiffres arabes. (Cette lettre, d'ailleurs, ne semble pas appartenir à l'Alphabet de Munich.) Ce qui est plus digne de remarque, c'est qu'on trouve sur des épreuves de la lettre P le monogramme si connu de Martin Schongauer. Bartsch conteste cette particularité signalée par Heineken; mais c'est bien positivement Heineken qui a raison. L'une des deux lettres que possède la collection du duc d'Arenberg est cette même lettre P, le n° 96 de Bartsch; eh bien ! on y voit le monogramme de *Martin Schon*. J'ai comparé, grâce à l'obligeance de M. Charles de Brou, l'épreuve du duc avec la photographie de Brulliot : les deux pièces sont identiques, sauf que celle de Munich n'a point de monogramme. Je le répète, n'est-on pas en droit de se demander sur quels motifs on se fonde pour attribuer l'Alphabet au maître ES de 1466? Il y a là un vaste champ aux conjectures.

A mon avis, le graveur de l'Alphabet grotesque n'est pas le même qui a gravé les autres sujets marqués des lettres ES et des années 1466 ou 1467. Si l'auteur de ces derniers est incontestablement allemand, beaucoup de raisons me portent à croire que le maître de l'Alphabet est flamand. C'est entre le style et le travail de celui-ci, et le style et le travail du maître des armoiries du duc Charles, que je vois de l'analogie. M. Waagen trouve le *burin de notre* maître plus *nourri* que celui du maître de 1466, *le style des saints moins gothique, les plis des draperies d'un goût plus sûr, les mains mieux dessinées.* Ces observations, rigoureusement justes si l'on compare notre estampe avec les sujets religieux du maître ES, le sont beaucoup moins et même ne le sont plus du tout, si l'objet de comparaison est l'Alphabet. Je trouve, dans les pièces de cette suite, un burin des mieux nourris, je dirai même des plus colorés, de cette vigueur qui distingua plus tard celui de Luc de Leyde et qui est un trait caractéristique de l'art flamand à toutes les époques. Quant à la pureté du style et à la liberté du dessin, je trouve encore dans l'Alphabet ces mêmes qualités portées à un très-haut degré, aussi bien dans les draperies que dans les mains et les pieds. M. Passavant fait remarquer que *les lions qui tiennent les armes et les lambrequins sont d'un style de dessin qui diffère de celui du maître de* 1466. Je ferai, à l'occasion de cette remarque, la même distinction que j'ai faite plus haut à propos de celles de M. Waagen. L'observation est juste, si on l'applique à toute une série de gravures de ce maître: elle cesse de l'être si on veut l'appliquer à l'Alphabet. C'est précisément le travail des lions, les crinières et les tailles libres qui forment les queues de ces animaux, qui m'ont montré une frappante analogie avec des parties presque identiques de l'Alphabet grotesque (1).

---

(1) Comparez notre estampe avec les diverses lettres de l'Alphabet grotesque. Voy. Bartsch, tome VI, pages 37 et suivantes, n^{os} 94 à 109. Voy. aussi

Quant aux différences qui se remarquent dans le style architectonique, elles ne s'appliquent encore qu'aux sujets religieux traités par le maître ES, et ceux-là, je les laisse volontiers à un graveur allemand.

Le maître de notre estampe, qui est incontestablement flamand, a pris le type architectural en vogue dans le pays où il travaillait; ce type se retrouve dans plusieurs monuments de la ville de Bruges. Ainsi l'arc trilobé, les fûts de colonnes ornés des zigzags, les panaches, les crochets, etc., dont notre graveur a fait usage, nous retrouvons tout cela dans la fameuse tribune de Gruuthuyse, érigée, dans l'église de Notre-Dame à Bruges, en 1471. La châsse de sainte Ursule offre aussi plus d'une analogie avec notre gravure. Je parle de la forme extérieure du coffre, non des détails architectoniques qui se rencontrent dans plusieurs des tableaux peints qui remplissent les panneaux. Je ne prétends rien affirmer, je n'ai point l'autorité qu'il faudrait pour cela; mais, ayant mis en avant une idée qui me paraît fondée, je croirais manquer à mon devoir de critique si je l'abandonnais trop facilement, et si je négligeais d'exposer toutes les raisons qui ont entraîné ma conviction.

Quoi qu'il en soit, voici un nouveau monument qui

---

les *fac-simile* photographiques publiés par Brulliot. Pour le faire et le travail du burin, dans les crinières et chevelures, ainsi que les queues des lions, voir les pièces nº 94, lettre F; 106, lettre Z; 107, lettre A et la lettre S.

Pour la manière de traiter les draperies, voyez la lettre D.

Comparez avec le saint Georges de notre estampe, les personnages armés et cuirassés qui se voient aux lettres Q et Y.

A la lettre M, remarquez les costumes qui reproduisent ceux de la cour des ducs de Bourgogne. Dans toutes les lettres où il y a des personnages, remarquez la perfection des mains.

vient se joindre à tant d'autres récemment découverts; s'il ne tranche point la question entre les Allemands, les Italiens et les Flamands, il jette quelques lumières nouvelles sur la question. Il établit à l'évidence que, vers l'année 1467, il y avait dans nos provinces des graveurs (tout au moins un graveur) qui, sous le rapport de la science du dessin, du style et du maniement du burin, ne le cédaient à aucun des maîtres que l'Italie et l'Allemagne s'enorgueillissent d'avoir possédés à la même époque; que cette perfection dans l'emploi du procédé de la gravure indique une pratique déjà assez longue; qu'en présence de ce fait, ainsi que des découvertes récentes de MM. Passavant et Renouvier, il faut reculer considérablement l'époque de l'invention de l'impression de la gravure en creux; que la date de 1452, fixée au moyen du fameux nielle de Maso Finiguerra, doit être abandonnée, ainsi que la fable ingénieuse qui lui fait cortége. Nous possédons aujourd'hui des gravures en creux portant date certaine et qui précèdent de six ans la prétendue invention de Maso (1).

---

(1) Il y a d'abord une Vierge, datée de 1451, dont M. Passavant a donné la description et le *fac-simile,* dans une des dernières livraisons de l'*Archiv für die zeichnenden Künste* de MM. R. Naumann et Rud. Weigel, 1858, IV^{me} année, liv. 1 et 2. Cette pièce est donc antérieure d'une année à la date attribuée à la fameuse paix de Maso Finiguerra.

Il y a encore une Passion gravée en creux et sur métal, et composée de sept pièces portant la date de 1446, trouvée, il y a peu de temps, par M. Jules Renouvier, et dont le savant iconographe a donné la description et le *fac-simile* dans les *Mémoires de la Société archéologique de Montpellier,* année 1847.

Enfin, M. Passavant, dans une lettre du 15 octobre dernier, me dit que M. Oswald Weigel, à Leipzig, possède une gravure, sur bois ou sur métal, de la fin du XII^{me} ou du commencement du XIII^{me} siècle!! Cette estampe représente le Christ en croix avec la Vierge et saint Jean aux côtés. Elle provient d'un manuscrit de la haute Allemagne.

Avant de terminer cette notice, je crois devoir essayer de réduire à leur valeur quelques-uns des arguments au moyen desquels on cherche à prouver que toutes les pièces attribuées au maître de 1466 sont allemandes d'origine. Dans une lettre qu'il me fit l'honneur de m'adresser, le 28 janvier 1858, M. Passavant s'exprime ainsi :

« Je reviens encore au maître ES de 1466, pour vous faire savoir les raisons qui m'ont convaincu qu'il est allemand de nation, *si même il a fait ses études en Flandre, suivant la coutume des Allemands de cette époque.* D'abord, il a signé plusieurs de ses estampes où on lit des inscriptions dans l'idiome de la haute Allemagne. Je citerai, en premier lieu, les deux madones pour *Einsidlen*, puis un enfant Jésus où on lit *Ein gout seligjor,* et enfin un autre enfant Jésus marqué 1467 ES : *Wer ihs in sinem hertzen fret, dem ist alle zit die ewig fröd beraect.* — Un Christ bénissant, avec inscription dans l'idiome de Cologne. Cette dernière estampe n'est pas une gravure du maître, mais elle appartient à un de ses élèves. »

Je pense avec M. Passavant que l'emploi de l'idiome de la haute Allemagne est une assez forte présomption que le graveur parlait cette même langue et appartenait à cette nationalité. Mais je ferai remarquer, que, dans le cas particulier de la Vierge gravée pour *Einsidlen* (1), le graveur, quel qu'eût été son pays, aurait dû employer l'idiome parlé dans le lieu du pèlerinage dont il reproduisait la Vierge. C'est là évidemment un ouvrage commandé, et le graveur a été obligé de se servir du dialecte local.

---

(1) *Einsidlen* est un bourg du canton de Schwitz, connu par son abbaye de Bénédictins et par un pèlerinage célèbre dans toute la Suisse. M. Renouvier fait remarquer à ce propos que la Suisse n'a point produit de graveur avant le XVI^{me} siècle.

Remarquez que M. Passavant, comme M. Waagen, reconnaît qu'à cette époque, les artistes allemands allaient étudier en Flandre, que ni l'un ni l'autre ne font difficulté de convenir que le maître ES ait pu suivre l'usage commun.

Du reste, j'admets volontiers que, jusqu'à ce jour, la priorité dans l'art de la gravure revienne à l'Allemagne, qui peut invoquer, comme lui appartenant, les monuments de cet art les plus anciens avec date.

M. Passavant me fait aussi remarquer, dans une autre circonstance, que la plupart des monuments les plus anciens de l'art de la gravure ont été découverts dans les monastères de la haute Allemagne. J'accepte cet argument dans une certaine mesure; mais je ne le regarde point comme décisif. De ce qu'une œuvre d'art a été trouvée dans un lieu, est-ce bien une raison suffisante pour conclure qu'elle y a aussi été exécutée, surtout quand il s'agit d'objets aussi portatifs que des estampes? J'ai trouvé, — collée dans un cahier d'Institutes du droit romain, dicté, en 1600, par un professeur de l'université de Louvain, — une série considérable d'épreuves de nielles italiens, jusqu'à cinq épreuves de la même planche, c'est-à-dire plus qu'il n'y en a dans aucune collection; serais-je fondé à prétendre que ces gravures ont été exécutées, que ces épreuves ont été tirées dans le Brabant? Non évidemment, et il suffirait aux connaisseurs de m'en faire remarquer le style pour détruire une pareille prétention. Les gravures étaient faites pour se répandre, et nous voyons avec quelle facilité celles de Lucas de Leyde et d'Albert Durer étaient parvenues en Italie, malgré les difficultés des communications d'alors. Les estampes devaient être conservées avec d'autant plus de soin qu'il était plus difficile de se les procurer.

En terminant, je demande pardon à MM. Waagen et Passavant de n'avoir pas été de leur avis sur tous les points, d'avoir essayé de lutter contre leur vieille expérience et leur savoir incontestable. Ils partageront, j'en suis certain, mon opinion, du moins sur ce point, qui me paraît aujourd'hui démontré : à savoir, que c'est à tort qu'on attribue au même maître toutes les gravures que Bartsch a décrites comme étant du maître ES de 1466 (1). Je leur

---

(1) Bartsch, au tome VI de son *Peintre graveur*, décrit 113 pièces qu'il attribue au maître ES de 1466. De ce nombre, sept pièces seulement sont datées ou marquées d'un monogramme ; ce sont :

1° Les nos 29 et 30, lesquels ne sont que la même estampe, dont l'une est en contre-partie ; elles portent les lettres gothiques ES ;

2° Le n° 35 *Marie d'Einsidlen.* On y voit la date de 1466 et une lettre gothique que Bartsch prend pour un E ;

3° Le n° 36. Le même sujet traité différemment. Il porte la date de 1466 et pour marque un W dont le trait intérieur est remplacé par une + ;

4° Le n° 71. *Saint Philippe et saint Jacques le Mineur.* On y trouve la date 1467 et la lettre E, mais la lettre S ne s'y voit point ;

5° Le n° 84. *Le Sauveur,* marqué ES et daté de 1467.

6° Le n° 86. *Le saint suaire,* daté de 1467 et marqué des lettres CS, le C remplaçant l'E ;

Enfin, 7° le n° 113. *Un rinceau d'ornements* sur lequel on voit la lettre E. Il est à remarquer qu'on connaît deux épreuves de cette estampe et que l'une d'elles porte la marque de Martin Schon, comme la lettre P de l'Alphabet.

Heinecke a décrit, dans le tome Ier de ses *Neueste Nachrichten,* quelques pièces que Bartsch croit appartenir au même maître. Quatre de ces pièces portent les dates de 1466 ou 1467, en chiffres arabes, et l'une d'elles porte en même temps les lettres ES.

Ainsi, sur plus de cent vingt estampes que l'on reconnaît aujourd'hui pour être du maître de 1466, onze seulement sont marquées ou datées, et les marques elles-mêmes ne sont pas sans différences entre elles. On ne trouve ni date ni marque sur aucune des douze pièces dont se compose la suite de la Passion, décrite par Bartsch, du n° 15 au n° 26. J'ai sous les yeux une pièce de cette suite, le n° 19, le *Couronnement d'épines.* Il me adresse aussi mes remercîments pour la complaisance qu'ils ont eue de me venir en aide dans des travaux qu'il m'eût été impossible de mener à bonne fin sans leur assistance.

P. S. L'impression de ce travail était presque achevée, lorsque j'ai reçu de M. Harzen, de Hambourg, une lettre, en date du 20 janvier, par laquelle le savant iconographe, en accusant la réception du *fac-simile* photographique, exprime son opinion au sujet des conjectures que j'avais eu l'honneur de lui soumettre, quant à l'auteur de notre estampe et à la date qu'on peut lui assigner. Voici en quels termes s'exprime cette lettre :

« J'éprouve le plus grand plaisir à pouvoir maintenant admirer à mon gré cette reproduction d'une estampe si rare et si curieuse, et je vous suis obligé, on ne peut plus, de votre attention bienveillante.

» Quant à l'auteur de cette estampe, il me semble qu'il ne peut exister aucun doute qu'elle ne soit du maître de 1466, comme vous le présumez, bien qu'elle ne soit citée nulle part, n'existant même pas dans la collection du Musée Britannique, sans contredit la plus belle et la plus riche collection connue sous ce rapport. Et comme une pièce aussi considérable que votre estampe n'aurait pas pu se

---

paraît impossible d'admettre que le maître de cette estampe soit le même qui a gravé l'*Alphabet grotesque.* Pour moi, je ne saurais voir aucune analogie, ni dans le style du dessin, ni dans la manière de graver. Cette Passion me semble bien plutôt se rapprocher du faire du graveur à qui l'on doit la *Passion* datée de 1446, — cette fois en chiffres romains — et découverte, il y a peu de temps, par M. Jules Renouvier : c'est bien tout à fait le même burin, les petites hachures serrées, les types communs et grimaçants.

soustraire à l'attention des connaisseurs, on pourra avec raison la considérer comme unique.

» Il y a longtemps que j'ai conçu l'idée de publier quelques observations et conjectures sur le graveur de 1466, dont je me suis occupé avec prédilection, et l'apparition de votre estampe m'en a fait renaître le désir, en me flattant que vous me permettrez bien de me rapporter aux déductions nettes et concluantes sur sa date que vous avez bien voulu me communiquer. »

OUVRAGES PRÉSENTÉS.

Compte rendu des séances de la Commission royale d'histoire. II^me^ série. Tome XI^me^, 2^me^ bulletin. Bruxelles, 1858; in-8°.

Annuaire de l'Observatoire royal; par le directeur A. Quetelet. 1859. XXVI^me^ année. Bruxelles, 1858; 1 vol. in-12.

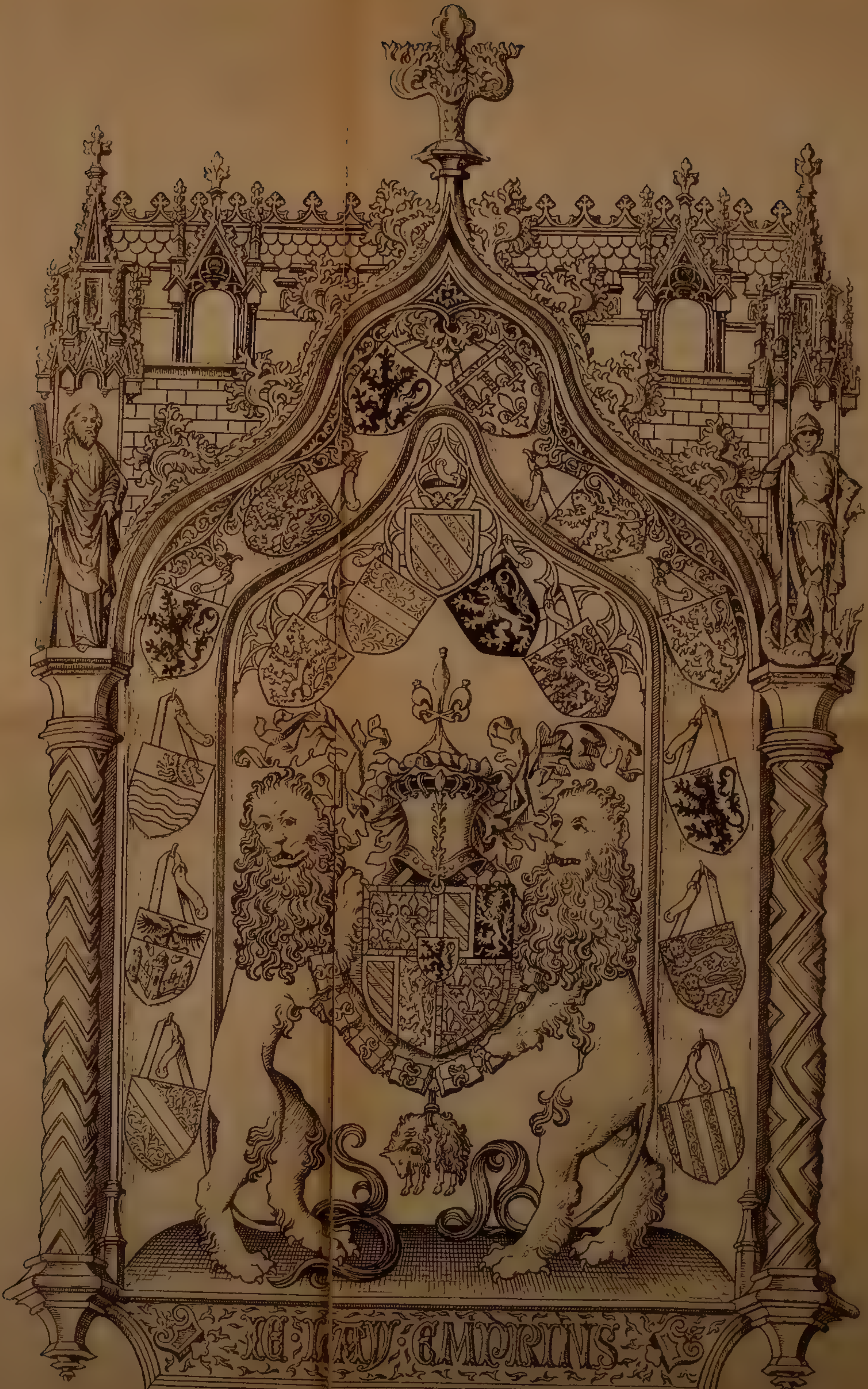
Annuaire de l'Université catholique de Louvain. XXIII^me^ année. Louvain, 1859; 1 vol. in-12.

Analectes pour servir à l'histoire de l'Université de Louvain; publiés par P.-F.-X. de Ram. N° 22. Louvain, 1859; 1 broch. in-12.

Une monnaie de Blankenberghe; — Un jeton de Nicolas du Châtelet de Vauvillars; par M. Renier Chalon. Bruxelles, 1858; 2 broch. in-8°.

Histoire du règne de Charles-Quint en Belgique; par Alexandre Henne. Tomes III et IV. 1^re^ partie. Bruxelles, 1858; in-8°.

Code réglementaire du crédit foncier, présenté à la Chambre des Pairs de Portugal, par F.-A.-J. da Silva Ferrao, traduit par M. C. G***.; avec une introduction et des notes de M. Martou. Bruxelles, 1858; 1 vol. in-8°.


IE·LAY·EMPRINS

Relation d'un voyage fait en Sicile et dans le midi de l'Italie, pendant les mois de mai et de juin 1858; par Edouard Mailly. Bruxelles, 1859; in-12.

Notice historique sur les satellites des planètes; par le même. Bruxelles, 1859; in-12.

Sur la population de la terre, d'après M. Dieterici; par le même. Bruxelles, 1859; in-12.

Rapport adressé à M. le Ministre de l'intérieur sur l'exposition historique des beaux-arts de Munich; par MM. G. Guffens et J. Swerts. Bruxelles, 1858; 1 broch. in-8°.

Les églises de Gand; par Kervyn de Volkaersbeke. Tome II. Gand, 1858; 1 vol. in-8°.

Les monuments et les œuvres d'art à Gand; par le même. Gand, 1858; 1 broch. in-8°.

Traité pratique de l'irrigation des prairies; par J. Keelhoff. Bruxelles, 1858; 2 vol. in-8°.

Dissertation sur les médecins-poëtes belges; par C. Broeckx. Anvers, 1858; in-8°.

Voyage en Italie et en Orient (1856-1857); notes et impressions par J.-B. Huysmans. Anvers, 1857; 2 vol. in-8°.

Annales de la Société royale des beaux-arts et de littérature de Gand. 1857-1858. 3^{me} et 4^{me} livr. Gand, 1858; 1 broch. in-8°.

Cinquantième anniversaire de la fondation de la Société royale des beaux-arts et de littérature de Gand. Gand, 1858; in-8°.

Annales de l'enseignement public. Tome II, n^{os} 11 et 12. Liége, 1858; 2 broch. in-8°.

Revue trimestrielle. XXI^{me} vol. Bruxelles, 1859; 1 vol. in-12.

Journal belge de l'architecture. VIII^{me} ann., 10^{me} livr. Bruxelles, 1859; 1 broch. in-4°.

Le Scalpel. XI^{me} année. N^{os} 9 à 20. Liége, 1858; 12 feuilles in-4°.

Over het electrisch spectrum; door V.-S.-M. Van der Willigen. Amsterdam, 1858; 7 broch. in-8°.

Bulletin de la Société géologique de France. II^me^ série. Tome XV^me^. Feuilles 32 à 42. Paris, 1857 à 1858; 1 broch. in-8°.

Revue de l'instruction publique en France. XVIII^me^ année. N^os^ 25 à 44. Paris, 1858; 26 doubles feuilles in-4°.

Annuaire de la Société philotechnique. Année 1858. Paris, 1859; 1 vol. in-12.

Journal de la Société de la morale chrétienne. Tome VIII. N° 6. Paris, 1858; 1 broch. in-8°

Mémoires de la Société de l'histoire et des beaux-arts de la Flandre maritime de France. II^me^ année. Bergues, 1858; 1 vol. in-8°.

Ethnogénie gauloise. Introduction. 1^re^ partie. Glossaire gaulois; par Roget, baron de Belloguet. Paris, 1858; 1 vol. in-8°.

Recherches sur l'assimilation du carbone par les feuilles des végétaux; par M. B. Corenwinder. Paris, 1858; 1 broch. in-8°.

Les deux propriétaires; par Auguste Galimard. Paris, 1858; 1 broch. in-8°.

Notes statistiques sur le mouvement de la population de la ville de Lille, pendant l'année 1857; par M. le docteur Chrestien. Lille, 1858; 1 broch. in-8°.

Nouveaux mémoires de la Société helvétique des sciences naturelles. Tomes XV et XVI. Zürich, 1857-1858; 2 vol. in-4°.

Verhandlungen der Schweizerischen naturforschenden Gesellschaft. 41^sten^-42^sten^ Versammlung. Basel et Trogen, 1856-1857; 2 vol. in-8°.

Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern. N^os^ 360-407. Berne, 1856-1857; 2 vol. in-8°.

Griechische Geschichte; von Fridegar Mone. I^ster^ Band, 6^ste^ Lieferung. Berlin, 1858; 1 broch. in-8°.

Fünf und dreissigster Jahres-Bericht der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Kultur. Breslau, 1857; 1 vol. in-4°.

Uber die Metamorphosen in den Verhältnissen der menschlichen Gestalt von der Geburt bis zur Vollendung des Langenwachsthums; von Prof. Dr. A. Zeising. Breslau, 1858; in-4°.

Neues Lausitzisches Magazin. XXXIV^{ster} Bandes. 1-4 Heft. Görlitz, 1857, in-12.

Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt. 1858. N^{os} IX à XII. Gotha, 1858; 4 broch. in-4°.

Jahresbericht der Wetterauer Gesellschaft für die Gesammte Naturkunde zu Hanau über das Gesellschaftsjahr von August 1857 bis dahin 1858, nebst Festbericht uber die 50 jährige Jubelfeier am 11. August 1858. Hanau, 1858; 1 broch. in-12.

Thèses inaugurales publiées par l'université de Marbourg, pendant l'année académique 1857-1858. Marbourg; 32 broch. in-4°. et in-8°.

Kongliga Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar. Ny följd. I^{sta} Bandet, 2^{dia} Häftet. 1856. Stockholm; 1 vol. in-4°.

Öfversigt af kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar. 14^{onde} årgången. Stockolm, 1857; 1 vol. in-8°.

Account of the observations and calculations of the principal triangulation, and of the figure, dimensions and mean specific gravity, of the earth as derived therefrom by H. James; published by order of the master-general and board of ordnance. Londres, 1858; 2 vol. in-4°.

The annals and magazine of natural history, including zoology, botany and geology. Third series. Vol. 2. N^{os} 7 à 12. Londres, 1858; 6 broch. in-8°.

The quarterly journal of the chemical Society. N° XLIII. Londres, 1858; 1 broch. in-8°.

The natural history review. Vol. V. N° 4. Londres, 1858; 1 vol. in-8°.

The Atlantis: a register of literature and science; conducted by members of the catholic university of Ireland. N° III. Londres, 1859; 1 vol. in-8°.

Intorno ad una disquisitione storica circa la prima applicazione del pendolo all' orologio; lettera di E. Albèri al prof. V. Flauti. Florence, 1858; $^{1}/_{2}$ feuille in-4°.

Del magnetismo animale presso l'alta antichità; — Sull' istinto *umano, studii psico-fisiologici; — Degli studi electro-fisiologici presso l'alta antichità;* memorie del conte Cav. Frà Filippo Linati. Parme, 1857-1858; 3 broch. in-8°.

Corrispondenza scientifica in Roma. Anno Vto. Nos 24 à 32. Rome, 1858; 9 feuilles in-4°.

I. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti : — Memorie. Volume VII°; — Atti. Serie terza, tomo 2°, disp. 9ª e 10ª; tomo 4°, disp. 1ª. Venise, 1856 à 1856; in-4° et in-8°.

The american journal of science and arts. Second series vol. XXVI, n° 78. New-Haven, 1858; in-8°.

Transactions of the american philosophical Society. New Series, vol. III. Philadelphie, 1830; 1 vol in-4°.

BULLETIN

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES,

DES

LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

1859. — N° 2.

CLASSE DES SCIENCES.

Séance du 5 février 1859.

M. **Melsens**, directeur.
M. **Ad. Quetelet**, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Sauveur, Timmermans, Wesmael, Martens, Cantraine, Stas, Van Beneden, Ad. De Vaux, Nyst, Gluge, Nerenburger, Schaar, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres;* Schwann, Lacordaire, Lamarle, *associés;* Maus, Dewalque, Ern. Quetelet, d'Udekem, Montigny, Chapuis, *correspondants.*

M. Ed. Fétis, *membre de la classe des beaux-arts,* assiste à la séance.

CORRESPONDANCE.

L'Académie reçoit, par l'intermédiaire du Ministre de l'intérieur, un des premiers volumes des *Transactions of the american Philosophical Society* de Philadelphie, qui manquait à sa collection.

— Le congrès des délégués des sociétés savantes de France fait parvenir le programme de la session de l'année 1859.

— M. Ad. Quetelet dépose, en même temps que les résumés des observations météorologiques de l'Observatoire de Bruxelles pour 1858, les observations ornithologiques faites dans la même ville par M. J.-B. Vincent et son fils; les observations botaniques, faites pendant la même année, au Jardin botanique d'Anvers par M. Rigouts-Verbert; à Vilvorde, par M. Alf. Wesmael, et dans le Jardin impérial de Venise, par M. Buchinger, et communiqués par M. Zantedeschi.

Il dépose aussi le tableau des observations botaniques faites à Munster par M. le professeur Heis, et la suite des observations météorologiques obtenues sur le Capitole à Rome, par M^me^ Caterina Scarpellini.

PROGRAMME DU CONCOURS POUR 1860.

La classe adopte, dès à présent, pour le concours de 1860, les deux questions suivantes :

PREMIÈRE QUESTION.

On demande d'exposer la théorie probable des étoiles filantes et d'indiquer les hauteurs où elles se forment, apparaissent et s'éteignent, en appuyant cette théorie sur les faits observés.

SECONDE QUESTION.

Faire le relevé des espèces qui servent de nourriture aux animaux insectivores et celui des parasites qui se trouvent dans les unes et les autres.

Le prix de chacune de ces questions sera une médaille d'or de la valeur de six cents francs. Les mémoires devront être écrits lisiblement en latin, français ou flamand, et ils seront adressés, francs de port, à M. *Ad. Quetelet*, secrétaire perpétuel, avant le 20 septembre 1860.

L'Académie exige la plus grande exactitude dans les citations; à cet effet, les auteurs auront soin d'indiquer les éditions et les pages des ouvrages cités. On n'admettra que des planches manuscrites.

Les auteurs ne mettront point leur nom à leur ouvrage, mais seulement une devise, qu'ils répéteront sur un billet cacheté, renfermant leur nom et leur adresse. Les mémoires remis après le terme prescrit, ou ceux dont les auteurs se feront connaître, de quelque manière que ce soit, seront exclus du concours.

L'Académie croit devoir rappeler aux concurrents que, dès que les mémoires ont été soumis à son jugement, ils sont déposés dans ses archives, comme étant devenus sa propriété. Toutefois, les intéressés peuvent en faire prendre des copies à leurs frais, en s'adressant, à cet effet, au secrétaire perpétuel.

RAPPORTS.

Sur un mémoire de M. Steichen concernant les cinq polyèdres réguliers.

Rapport de M. Timmermans.

« Le mémoire que M. Steichen a présenté à l'Académie a pour objet principal de démontrer rigoureusement une proposition admise jusqu'à présent comme évidente par elle-même. Depuis Euler, qui, le premier, introduisit la considération des moments d'inertie en mécanique, il avait toujours été reçu que le moment d'inertie d'un polyèdre régulier homogène est constant pour tous les axes passant par le centre du polyèdre. L'évidence de cette propriété était fondée sur une assimilation vague entre ces corps réguliers et la sphère circonscrite pour laquelle la propriété est de toute évidence. Une considération d'autre nature avait, sans doute, aussi contribué à faire admettre cette propriété, sans que l'on songeât à remonter aux principes fondamentaux de la science. On sait que les moments d'inertie d'un corps, par rapport à des axes passant par un même point, sont inversément proportionnels au carré des rayons d'un certain ellipsoïde central déterminé pour chaque point; de sorte que les moments d'inertie égaux correspondent à des rayons égaux dans l'ellipsoïde; or, si du centre du polyèdre, on abaisse des perpendiculaires sur ses faces, celles-ci auront visiblement des positions identiques dans le corps, les moments d'inertie seront donc égaux, ainsi que les rayons correspondants dans l'ellipsoïde central, et il ne répugne pas à l'esprit d'admettre qu'un ellipsoïde dans lequel des rayons disposés symétriquement sont égaux, est nécessairement une sphère, ce qui entraîne l'égalité de tous les moments. Quoi qu'il en soit de la manière dont chacun se rendait compte de ses convictions, M. Steichen n'a pas cru devoir se contenter d'une démonstration par induction, et son travail a pour but de déduire cette démonstration des principes fondamentaux de la géométrie. Il se fonde pour cela sur les deux principes suivants de la mécanique : Si un corps homogène peut être divisé en deux parties symétriques par trois plans rectangulaires passant par un point, les intersections de ces plans deux à deux forment un système d'axes d'inertie principaux pour ce point, et si les trois moments d'inertie principaux pour un point d'un corps sont égaux, les moments pour tous les autres axes sont égaux entre eux. Partant de là, l'auteur cherche à découvrir, dans les corps réguliers, des plans de symétrie et, par suite, des axes d'inertie principaux qu'il appelle en géométrie *axes de symétrie,* pour lesquels les moments d'inertie sont identiques, et il y parvient par une suite de considérations empruntées à la géométrie la plus élémentaire, dont il est impossible de donner une idée complète dans un simple rapport. Je dois me borner à dire ici que l'auteur, sans arriver à un résultat nouveau, et bien qu'il n'ait fait que démontrer une proposition que les géomètres admettaient jusqu'à présent comme évidente, a cependant rendu un service véritable au point de vue géométrique, et je n'hésite pas à proposer à l'Académie d'approuver son travail. »

Rapport de M. Lamarle.

« Il est *visible* que l'ellipsoïde des moments d'inertie ne peut rester un ellipsoïde qu'autant qu'il existe une direction, *nécessairement unique*, pour laquelle le moment d'inertie est ou *plus grand* ou *plus petit que pour toute autre direction.* Or, s'il s'agit d'une droite quelconque A passant par le centre d'un polyèdre régulier, il est *toujours d'autres droites* passant par ce même centre et *pour lesquelles* le moment d'inertie conserve la *même* détermination que pour la droite A. Il est donc impossible qu'en ce cas, l'ellipsoïde des moments d'inertie reste un ellipsoïde. La conséquence est qu'il devient une sphère, et dès lors tout est démontré.

Je me rallie d'ailleurs à l'opinion exprimée par M. Timmermans. »

—

Rapport de M. le général Nerenburger.

« Le mémoire présenté à l'Académie par M. le professeur Steichen a pour objet principal d'établir, d'une manière rigoureuse et directe, un point de mécanique rationnelle admis jusqu'à ce jour sans démonstration.

Si mon incompétence en matière de mécanique n'était une raison déterminante pour laisser à mes collègues, les deux premiers commissaires, le soin d'éclairer la classe sur le mérite de la question traitée par l'auteur, la connaissance que ces collègues possèdent des doctrines de la dynamique, jointe à l'autorité de leurs travaux si hautement et si justement appréciés parmi nous, m'imposerait encore la même réserve.

Je m'abstiendrai donc de porter un jugement sur le point de savoir s'il est utile d'étayer d'une démonstration l'assimilation à la sphère des polyèdres réguliers homogènes, considérés sous le rapport de leurs axes permanents de rotation, et d'examiner si cette démonstration, supposée nécessaire, peut se réduire aux termes simples du raisonnement par lequel M. Lamarle justifie la classification d'Euler.

Bien que le mémoire ait pour objet essentiel la solution d'une question de mécanique, les spéculations géométriques qu'il renferme en occupent la plus grande place; dès lors on peut se demander quels sont les mérites de ce travail, considéré au seul point de vue de la géométrie. Un examen très-sommaire des sujets principaux dont il traite va nous mettre à même de répondre à cette question.

Le mémoire, divisé en neuf paragraphes, comprend essentiellement cinq objets, savoir :

1° Une étude faite avec beaucoup de soin et de méthode des axes de symétrie des polyèdres réguliers;

2° La démonstration de la proposition d'Euler, qui semble découler des considérations précédentes d'une manière simple, naturelle et rigoureuse;

3° La recherche du moment d'inertie central d'un polyèdre régulier, réduite à celle des moments d'inertie d'une pyramide;

4° Une solution plus complète qu'aucune de celles qui ont été publiées jusqu'à ce jour, de la question relative au groupement d'un certain nombre de sphères tangentes entre elles et à une même sphère centrale;

5° Enfin, un mode particulier de représentation graphique et de construction pour les polyèdres réguliers.

En ce qui concerne le premier point, je me crois fondé à dire que l'auteur met en lumière des considérations nouvelles qui complètent d'une manière heureuse les notions relatives aux polyèdres réguliers qu'on trouve dans les éléments de géométrie par Legendre ; il montre l'existence des axes de symétrie, détermine leurs espèces, le nombre que chacune d'elles comporte, leurs dispositions mutuelles, etc.

Cette partie du mémoire appartient tout entière à l'auteur.

Les quatrième et cinquième sujets renferment également des vues nouvelles : ainsi, pour citer un exemple, la question des sphères tangentes avait été traitée antérieurement, conformément à cet énoncé : « Déterminer la grandeur et » la position de douze sphères égales, toutes tangentes à » une même sphère centrale et dont chacune soit tangente » à cinq des onze sphères restantes. » Énoncé qui se rapporte à un problème dont l'idée et la solution dérivent du dodécaèdre ; on savait encore que le tétraèdre et l'exaèdre donnent lieu à des problèmes analogues ; mais on n'avait pas remarqué qu'il en est de même de l'octaèdre et de l'icosaèdre. M. Steichen comble cette lacune et fait voir que, pour l'octaèdre, chaque sphère est tangente à trois des sept sphères restantes et que, pour l'icosaèdre, chacune en touche trois des dix-neuf autres.

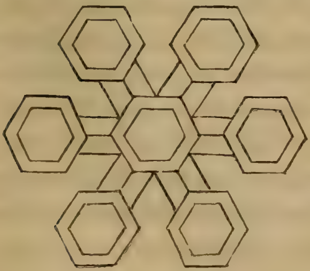
Dans les derniers paragraphes de son mémoire, l'auteur calcule, à l'aide des formules de Legendre, les principales dimensions des solides réguliers. Les résultats qu'il obtient le conduisent à quelques propriétés nouvelles dont il fait un judicieux emploi pour représenter d'une manière simple, on pourrait dire remarquable, les polyèdres les plus compliqués.

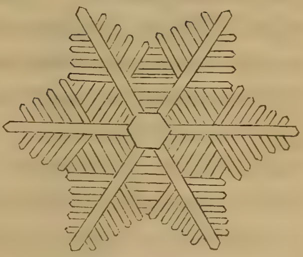
Tels sont, à mes yeux, les titres principaux qui recommandent le mémoire de M. Steichen à l'attention des géomètres : ils donnent une idée suffisante de la portée géométrique du travail, pour justifier la proposition que j'ai l'honneur de soumettre à la classe, d'ordonner l'insertion du mémoire dans les *Bulletins de l'Académie.* »

La classe, après quelques observations, a décidé que le mémoire serait inséré dans ses *Bulletins*.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

M. Ad. Quetelet communique plusieurs renseignements scientifiques qui lui ont été adressés par M. Charles Smallwood, astronome de l'observatoire de Saint-Martin, île Jésus, dans le Canada oriental, lat. nord 45° 32′, longitude ouest 73° 36′. Ces renseignements se rapportent plus particulièrement aux observations météorologiques faites en 1856 et 1857. L'auteur joint à sa lettre les dessins photographiés des différentes formes de la neige, parmi lesquelles nous en avons distingué deux qui se repro-





duisent, l'une pendant les temps d'électricité positive de l'air et l'autre pendant les temps moins fréquents d'électricité négative. La coupe hexagonale prédomine néanmoins toujours, mais les six branches régulières affectent des formes très-dissemblables.

— M. Dewalque, correspondant de l'Académie, rend compte ensuite des observations météorologiques faites à Stavelot, pendant le mois dernier. Le baromètre, le 9 janvier, atteignait sa hauteur *maximum;* il s'est élevé, vers 9 heures du soir, à 757^{mm},83. Le mercure, depuis 1850, époque où les observations ont commencé à y être faites régulièrement, ne s'était point encore élevé à cette hauteur. Stavelot se trouve à 288^{m},6 au-dessus du niveau des eaux de la mer, et l'état du baromètre, en 1856, était de 736^{mm},57 pour l'heure de midi.

A Bruxelles, le baromètre a également atteint sa hauteur *maximum* le même jour, vers 9 heures du soir; il marquait alors 778^{mm},30. Depuis près de 30 ans qu'on inscrit ses indications à l'observatoire, il ne s'est trouvé que deux fois dans une position plus élevée : le 2 janvier 1835, il marquait 778^{mm},82, et le 11 février 1849, il indiquait 779^{mm},16. La hauteur est de 756^{mm},13 pour l'heure de midi, d'après les observations des 25 années de 1833 à 1857. La cuvette est à 56^{m},56 au-dessus des eaux de la mer.

M. Duprez fait connaître que l'altitude du lieu d'observation à Gand, est moindre encore que celle de l'observatoire de Bruxelles; l'observation directe lui manque pour la soirée du dimanche. « Il est à remarquer, écrit-il, que, depuis 21 ans que j'observe, je n'ai vu qu'une seule fois le baromètre plus haut, savoir le 11 février 1849 : il atteignit

$782^{mm},59$. Les autres hauteurs *maximum* qui se rapprochent le plus de la hauteur du 9 janvier dernier, se sont présentées le 6 mars 1852 et le 4 mars 1854, et ont été respectivement de $780^{mm},13$ et de $780^{mm},95$. »

	PRESSION BAROMÉTRIQUE.				TEMPÉRAT. CENTIG.	
	9 h. m.	midi.	3 h. s.	9 h. s.	*maxim.*	*minim.*
	—	—	—	—	—	—
	mm.	mm.	mm.	mm.		
Stavelot . .	757,23	757,25	756,60	757,83	0°,2	—1°,16
Bruxelles . .	777,79	777,17	777,66	778,30	—0,8	—5,1
Gand . . .	781,38	780,79	780,88	—	(1)	

Influence du son des cloches sur la hauteur du baromètre;

par M. Ch. Montigny, correspondant de l'Académie.

Les faits les plus simples ont toujours leur prix aux yeux de la science, quand ils sont constatés par l'observation; c'est pour cette raison que j'ai l'honneur d'appeler l'attention de la classe sur un phénomène particulier qui appartient, d'ailleurs, à l'histoire de la science dans notre pays, puisqu'il a été constaté à Bruxelles, vers la fin du siècle dernier, par MM. Pigott et Englefield, tous deux membres de la Société royale de Londres, et le premier, associé de notre première Académie. Leur expérience a eu pour objet de s'assurer si la hauteur du baromètre est susceptible d'être affectée par les vibrations de l'air au voisinage d'un corps sonore, tel qu'une forte cloche.

C'est dans la tour nord-ouest de l'église de Sainte-Gudule que l'observation eut lieu, le 1^er^ novembre 1773, pendant la sonnerie de la première cloche (1). Un baromètre de Ramsden avait été fixé, à deux mètres environ de la cloche, dans l'embrasure d'une fenêtre de la tour (2). Afin que l'on n'imputât point les fluctuations du baromètre, pendant la sonnerie, à des oscillations qui pouvaient être communiquées, par la masse en mouvement, aux murs de la tour et de ceux-ci au baromètre, les expérimentateurs eurent recours à une mesure préliminaire. Le battant de la cloche avait été fixé contre sa paroi au moyen d'un fort bâton, de manière qu'une personne pût, à volonté, lui rendre la liberté de frapper la paroi métallique en retirant le bâton pendant les volées de la cloche. Actuellement, je laisserai parler un des expérimentateurs, afin de conserver toute sa valeur à l'exposé de leurs observations qui se trouve inséré, avec des préliminaires, dans l'*Annuaire de l'Observatoire de Bruxelles* (année 1835). Les hauteurs barométriques y sont indiquées en mesures anglaises; elles ont été réduites ici en mesures métriques (3) :

---

(1) Les températures étaient, à 9 h., — 5°,2; à midi — 4,1; à 3 h. — 3,9
M. Stas annonce avoir reconnu également un *maximum* barométrique.

« ...... Nous attendions tranquillement que l'on com-
» mençât à sonner. La hauteur du mercure fut trouvée,

---

(1) D'après un article du journal le *Cosmos* (t. X, p. 455), où sont indiqués les poids des principales cloches de l'Europe, celui de la cloche de Sainte-Gudule s'élève à 7,186 kil.

(2) Ce baromètre, dont il est question dans un travail de M. Pigott inséré parmi les Mémoires de la première Académie, permettait de constater les hauteurs à $\frac{2}{100}$ de pouce anglais.

(3) Il convient de faire connaître que les hauteurs barométriques mesurées par les deux expérimentateurs dans les mêmes circonstances, au bas et au haut de la tour, par exemple, à l'abri de toute cause perturbatrice, ne sont point identiques, comme ils le disent eux-mêmes. Les mesures prises par M. Englefield excèdent ordinairement de 5 à 6 millièmes celles de M. Pigott.

» par M. Pigott, égale à 748^{mm},731; elle n'éprouva aucune variation jusqu'à l'instant où le battant fût lâché; » alors le mercure monta et continua à éprouver une espèce de sursaut à chaque fois que le battant venait » frapper la cloche. Voici nos observations :

		mm.
Pendant la sonnerie. (M. Pigott.)		748,502
Maximum. (M. Englefield.)		748,782
Minimum.	Id.	748,629
Maximum.	Id.	748,833
Minimum.	Id.	748,579 »

D'après les observations de M. Pigott, la hauteur barométrique, avant le son de la cloche, a excédé de 0^{mm},229 celle mesurée pendant la sonnerie. Les mesures de M. Englefield dénotent des fluctuations pendant la sonnerie qui ont varié entre 0^{mm},254 et 0^{mm},153 en amplitude.

Il est impossible de concilier les mesures de M. Pigott, avant et pendant la sonnerie, avec l'idée que le mercure se tint constamment plus élevé à partir de l'instant où le son se fit entendre, idée que font naître ces expressions : « à l'instant où le battant fut lâché,... le mercure monta. » Il faut seulement inférer de là qu'au premier coup du battant sur la cloche, le déplacement du mercure se fit brusquement dans le sens ascendant et qu'il continua d'en être ainsi à chaque coup du battant.

Désirant constater de nouveau un phénomène observé jadis dans notre pays, j'ai fait récemment quelques expériences dans la tour de la cathédrale d'Anvers. La solidité des murs de ce beau monument et le mode de suspension des cloches dans une solide cage en charpente qui repose sur une voûte d'un étage inférieur à celui des cloches, éloignent toute idée de communication du mouvement de la masse oscillante aux murailles de la tour. Ainsi, je n'ai point jugé indispensable de faire mouvoir d'abord aucune des cloches sans laisser frapper le battant.

A chaque expérience, un baromètre de Fortin a été suspendu librement à la paroi de la tour, à la hauteur et à 2 mètres de distance environ de la cloche. La première expérience eut lieu quand on sonna la plus forte cloche, dont le poids s'élève à 7,274 kil. (1). Pendant la durée du son de cette belle cloche, j'ai observé de faibles fluctuations du ménisque de la colonne barométrique, dont la hauteur était de $0^{m},771$. Ces fluctuations, tellement restreintes, d'ailleurs, qu'il fut impossible de les mesurer, se manifestèrent sans régularité, et surtout sans être accompagnées de sursauts du sommet du ménisque qui eussent été en rapport avec chaque coup du battant, comme les expérimentateurs du siècle dernier l'ont observé.

J'ai réitéré plusieurs fois l'expérience avec la seconde cloche, dont le son, aussi très-harmonieux, est d'un ton plus élevé que la première. Des fluctuations semblables ont été vues, mais sans être ni plus amples ni plus régulières. Elles ont été sensibles avec un baromètre de Gay-Lussac, que je suspendis à côté du baromètre de Fortin; les mouvements ont été également peu apparents. Enfin, j'ai tenté les mêmes observations avec la troisième et la cinquième cloche sans remarquer aucune fluctuation au sommet de la colonne barométrique. Le son de la troisième cloche, encore très-forte, puisqu'elle forme la tierce de la première, est beaucoup moins harmonieux que celui des précédentes. La cinquième cloche est moins puissante; sa tonalité répond à la quarte diésée de la première. Je dois dire ici que j'avais essayé le même genre d'expérience avec la plus forte cloche de la cathédrale de Namur, il y a quelques années, après avoir eu connaissance des observations de M. Englefield par un article du *Magasin pittoresque* (1) relatif à quelques effets singuliers du son. La cloche de Namur, du poids de 4,000 kil. environ, et dont le son est très-harmonieux, ne produisit aucune influence appréciable sur le même baromètre de Fortin.

---

(1) *Cosmos*, t. X, p 455.

Les mouvements du baromètre observés sous l'influence des deux plus fortes cloches de la cathédrale d'Anvers, ont donc été beaucoup moins apparents que l'espèce de flux et de reflux mesuré par les observateurs anglais à Sainte-Gudule. J'aurai occasion de revenir sur ces différences si prononcées.

J'insisterai sur un fait particulier qui s'est produit, une fois seulement, pendant la sonnerie de la seconde cloche. La lentille mobile, qui me servait à observer le baromètre de Fortin, ayant éprouvé fortuitement un déplacement rapide, j'aperçus aussitôt à la surface du ménisque un frémissement particulier, tout à fait distinct des fluctuations dont il vient d'être question. Si l'on se rappelle un procédé, que j'ai exposé dans un travail précédent, pour rendre perceptibles de petits mouvements rapides de l'image d'un objet sur la rétine, procédé qui consiste à imprimer simultanément un déplacement général de l'image (2), on concevra que des vacillations rapides de la lentille, imprimées régulièrement après l'observation fortuite, aient permis de distinguer des trépidations qui échappaient à l'œil nu. En effet, au moyen de ces vacillations, je vis aussitôt la courbure du ménisque se dessiner en lignes très-rapprochées, et échelonnées suivant la verticale, quand les vacillations se faisaient dans ce sens. Cette perceptibilité persista aussi longtemps que la cloche se fit entendre, pour cesser momentanément quand on ne la sonna plus à toutes volées, et pour reparaître à chacun des derniers coups de la cloche.

---

(1) T. XIX, p. 18 (année 1851).

(2) Phénomènes de persistance des impressions de la lumière sur la rétine, t. XXV des *Mémoires couronnés et des savants étrangers de l'Académie royale de Belgique.*

Pendant la sonnerie, j'ai pu observer ce genre de trépidation sans l'interposition de la lentille vacillante, en imprimant seulement à la tête un déplacement rapide dans le sens vertical.

Ce phénomène est essentiellement distinct des fluctuations de la surface du ménisque observées par MM. Pigott et Englefield; celles-ci s'effectuaient lentement, et avec une certaine amplitude puisqu'ils réussirent à les mesurer. Les trépidations du ménisque que j'ai remarquées proviennent des vibrations longitudinales que la colonne de mercure a éprouvées ce jour-là, sous l'influence du son de la seconde cloche, parce que la longueur de cette colonne se trouvait en rapport avec la tonalité du son, comme je vais le démontrer.

On concevra aisément que les vibrations de la cloche, transmises par l'air au mercure de la cuvette, tendent à exciter des vibrations longitudinales dans la colonne de mercure. Comme un tube de cuivre emprisonne le tube en verre du baromètre de Fortin, les trépidations du ménisque ne peuvent être attribuées à des vibrations transversales du tube de verre. D'ailleurs, s'il en était ainsi, les trépidations du ménisque se seraient reproduites pour d'autres hauteurs du mercure sous l'influence de la même cloche, ce que je n'ai pas observé.

Les vibrations longitudinales excitées dans une colonne de mercure soutenue dans le tube par la pression atmosphérique, doivent se propager comme dans une verge métallique libre à ses deux bouts. Si nous désignons par l et p la longueur et le poids de la colonne, par g la gravité et par q un coefficient constant, le nombre n des vibrations longitudinales que la colonne est susceptible d'éprouver dans l'unité de temps, est exprimé par la formule suivante (1) :

$$n = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g.q}{p.l}}.$$

Le coefficient q représente la fraction $\frac{P}{c}$, dans laquelle le dénominateur c est ici le coefficient de compressibilité du mercure sous une pression P exercée sur la surface s de la colonne liquide. D'après les expériences récentes de M. Grassi (2), $c = 0{,}00000295$ pour une pression d'une atmosphère, ce qui donne à P la valeur $1^{k},033 \times s$. Si l'on désigne par d la densité du mercure, on a $p = l.s.d.$ Au moment de l'observation des vibrations longitudinales au sommet de la colonne barométrique, sa hauteur était de $0^{m},7604$, à 4°. Si l'on a égard aux diverses valeurs indiquées et à celles, $g = 9^{M},81$, $d = 13{,}59$, on déduit de la formule précédente :

$$n = 331.$$

Tel est le nombre des vibrations longitudinales qu'une colonne de mercure de $0^{m},76$, libre à ses deux bouts, serait susceptible d'éprouver. Voyons actuellement si ce nombre est en rapport soit avec le son fondamental de la cloche, soit avec un de ses sons harmoniques.

---

(1) *Mécanique de Poisson*, § 496.

(2) *Cours de Physique de M. Jamin*, t. I.

Le son fondamental de la seconde cloche de la cathédrale d'Anvers est un peu au-dessous du *la* ♯ de la deuxième octave inférieure à celle du diapason qui m'a servi dans cette comparaison.

L'évuluation du nombre exact des vibrations du *la* du diapason présente de l'incertitude à cause de l'élévation progressive de sa tonalité dans les instruments de musique. D'après les expériences que Savart a faites à Paris, le *la* du diapason correspondait à 880 vibrations, il y a quelques années.

Récemment, M. Lissajoux a constaté que le *la* du Grand Opéra, à Paris, accomplit 898 vibrations par seconde; il est plus élevé que celui de l'Opéra-Comique.

Le *la* de la seconde octave du diapason est représenté par $\frac{880}{4}=220$, d'après le nombre de Savart, et par $\frac{898}{4}=224,5$, d'après celui de M. Lissajoux. Si la tonalité de la cloche était exactement le *la* ♯, il faudrait multiplier, comme on le sait, par $\frac{25}{24}$ celui des deux nombres précédents auquel on s'arrêterait pour obtenir le nombre de vibrations correspondant au *la* ♯ de la gamme. Comme la tonalité de la cloche ne s'élève pas tout à fait d'un demi-ton au-dessus du *la*, je me tiendrai au produit $220 \times \frac{25}{24}=229$, dans lequel figure le nombre déduit du *la* de Savart. Le chiffre 229 représente très-approximativement les vibrations de la cloche en question.

Si nous multiplions ce résultat par $\frac{3}{2}$, nous obtenons 343, nombre qui exprime les vibrations de la quinte du son fondamental. Rapprochons cette quantité des 331 vibrations longitudinales qui, d'après le calcul, peuvent se produire dans une colonne de mercure de 0$^{\text{m}}$,76 sous l'influence de percussions convenables. Ces deux nombres diffèrent peu l'un de l'autre. Considérant le premier comme étant bien déterminé, je ferai remarquer que, pour obtenir le nombre 331, il a fallu introduire dans les calculs un élément, le coefficient de compressibilité du mercure c, dont la valeur précise n'est peut-être pas encore parfaitement déterminée, à cause de la correction dépendant de l'extensibilité des réservoirs de verre, où la compression du mercure s'opère, correction qu'il faut introduire dans le calcul de la compressibilité du liquide.

Les expériences récentes de M. Grassi et de M. Wertheim s'accordent pour montrer que la valeur 0,00000503, assignée précédemment par MM. Colladon et Sturm au coefficient de compressibilité du mercure, est trop élevée. Dans mes calculs, j'ai fait usage du coefficient 0,00000295 déterminé par M. Grassi; mais si j'y avais introduit le coefficient 0,00000283 trouvé par M. Wertheim, le calcul eût conduit au chiffre 338 pour exprimer les vibrations longitudinales d'une colonne de mercure de 0$^{\text{m}}$,76; ce qui eût encore rapproché cette quantité des 343 vibrations de la quinte du ton fondamental de la cloche.

En présence de ces résultats, on peut très-bien admettre, sans établir de rapprochement forcé, qu'au moment où les vibrations longitudinales furent aperçues au sommet de la colonne barométrique, il y eut concordance parfaite entre les vibrations longitudinales de cette colonne, sous la longueur 0$^{\text{m}}$,76 mesurée, et les vibrations du son de la cloche.

Mais, objectera-t-on peut-être, le son nécessaire à la production de cet effet est la quinte et non le son fondamental lui-même. Je répondrai à cette objection qu'une oreille attentive distingue facilement plusieurs sons quand une corde et surtout une cloche vibre, et que parmi ces sons figure la quinte de la double octave ou $\frac{3}{2} \times 2 = 3$. Les vibrations longitudinales du mercure, qui étaient en concordance parfaite avec la quinte $\frac{3}{2}$, se sont trouvées également en concordance avec la quinte 3 que la cloche fait réellement entendre, mais seulement après deux vibrations sonores.

Il est important de remarquer que les vibrations susceptibles de se produire dans la colonne mercurielle ont coïncidé à des instants très-rapprochés, non-seulement avec celles de la double quinte 3, mais avec les vibrations du son fondamental et d'autres harmoniques de la cloche. En effet, ce ton fondamental et les sons harmoniques sont représentés par la série 1, 2, 3, 4... Si nous intercalons parmi ces nombres le chiffre $\frac{3}{2}$, représentant la quinte réellement concordante ou sympathique avec les vibrations longitudinales de la colonne $0^m,76$, et que nous doublions tous les chiffres de la série, afin de faire disparaître le dénominateur de la fraction $\frac{3}{2}$, qui devient ainsi 3, nous obtiendrons la série :

2, 3, 4, 6, 8.

Cet autre rapprochement nous apprend que si, à un instant donné, il y a eu coïncidence entre une première vibration longitudinale du mercure et les vibrations concomitantes du son fondamental, de l'octave de celui-ci, de la double quinte et de la double octave, la concordance parfaite s'est représentée de nouveau entre les vibrations du mercure et celles de ces divers sons après trois vibrations longitudinales; car le son fondamental de la cloche avait accompli 2 vibrations, son octave, 4, la double quinte, 6, et la double octave du ton fondamental, 8. Concluons de là que les impulsions vibratoires du son fondamental et des harmoniques de la cloche ont coïncidé avec les vibrations longitudinales après des intervalles de temps extrêmement rapprochés, de façon à exciter sans discontinuité ces vibrations dans une colonne de mercure de $0^{m},76$ de longueur.

Je n'ai plus revu les trépidations du ménisque, même à l'aide des moyens de perception indiqués, dans une observation postérieure, sous l'influence de la même cloche: la hauteur barométrique était descendue à 0 ,756. Cette longueur, qui est sensiblement moindre que $0^{m},7604$, n'était plus en rapport avec les divers sons de la cloche à l'égard des vibrations longitudinales que le mercure est susceptible d'éprouver. Je ferai valoir, à l'appui de cette explication, ce qui a lieu à l'égard des vibrations longitudinales de l'air dans un tuyau sous l'influence d'un corps sonore vibrant au voisinage du premier: si le tuyau est long et étroit, il n'entre en vibration que quand sa longueur est exactement à l'unisson du son voisin.

Les fluctuations du mercure qui se sont manifestées d'une manière si caractérisée lors des expériences de MM. Pigott et Englefield, puisque leur amplitude a varié entre $0^{mm},153$ et $0^{mm},254$, diffèrent essentiellement des trépidations dont il vient d'être question. Les circonstances tout à fait exceptionnelles où ces vibrations peuvent se produire, jointes à la rapidité de leur succession, ne me permettent plus de considérer ces vibrations comme étant la cause des fluctuations, ainsi que j'avais été porté à l'admettre d'abord. Voici, me paraît-il, la cause réelle de ces mouvements du ménisque.

L'impulsion vibratoire imprimée à l'air ambiant par la partie de la paroi métallique qui reçoit le choc du battant, est bien plus intense au moment de celui-ci que le mouvement ondulatoire transmis par la résonnance de la cloche, entre deux percussions consécutives du battant. Il faut admettre qu'une majeure partie de la force vive qui anime celui-ci, est transmise directement à l'air autour du point de contact lors du choc; une portion seulement de cette force vive se propage dans la masse métallique, où elle entretient le mouvement vibratoire des molécules. Cette percussion de l'air est sensible auprès de fortes cloches. Ses effets diminuent rapidement avec la distance : aussi le son des cloches de nos cathédrales, entendu à de grandes distances, se réduit-il à une espèce de bourdonnement au milieu duquel on distingue à peine les ondulations produites par les chocs mêmes du battant.

Ces faits admis, on concevra qu'à une petite distance de la cloche, l'espèce de percussion de l'air, au moment du choc du battant, fasse sentir ses effets sur le mercure de la cuvette, en donnant lieu à un accroissement appréciable de la force élastique de la tranche d'air en contact avec la cuvette. Il doit en résulter un exhaussement du sommet du ménisque qui sera susceptible de mesure si les percussions sont assez fortes et si, d'autre part, la disposition du baromètre permet à la colonne mercurielle de céder facilement à des variations de force élastique de l'air très-petites et de courte durée (1).

D'après cela, on comprend aisément le fait de la coïncidence des sursauts du mercure avec les coups du battant, dans les expériences de MM. Pigott et Englefield.

J'ai eu occasion de remarquer, dans le cours de mes expériences, que la colonne mercurielle du baromètre de Fortin oscille difficilement, même au sommet du ménisque, quand on provoque de petites oscillations à ce sommet par l'inclinaison momentanée du tube. (Cette inertie apparente a pour cause le rétrécissement de la partie inférieure du tube). On est donc en droit d'attribuer, en grande partie, à l'inertie de l'instrument employé le peu d'amplitude des fluctuations que j'ai observées. Afin de lever tout doute à cet égard, j'avais récemment disposé un baromètre à cuvette ordinaire, à tube large intérieurement, au moment où l'on sonnait la première cloche; mais les tourbillons d'un vent très-fort affectèrent la fixité de l'instrument au point d'enlever tout caractère certain aux résultats observés.

---

(1) Si l'on compare la plus grande fluctuation mesurée par MM. Pigott et Englefield à la hauteur du baromètre au moment même, on arrive à la fraction $\frac{1}{2950}$, dont la moitié, ou $\frac{1}{5900}$, exprimera l'accroissement de force élastique que l'air a dû subir au voisinage de la cloche, aux plus fortes percussions du battant.

Sur les variations des éléments des orbites planétaires; par M. Schaar, membre de l'Académie.

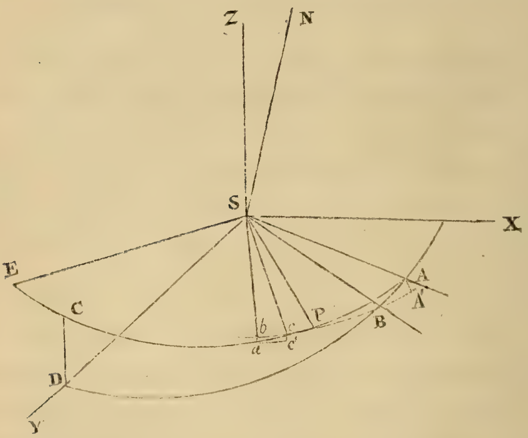
On sait que les planètes, si elles n'étaient sollicitées que par l'action du soleil, décriraient des ellipses dont cet astre occupe un foyer et dont la position et la forme invariables seraient déterminées par l'inclinaison de leurs plans sur un plan fixe, les longitudes de leurs nœuds, les grands axes, les excentricités et la position des grands axes ou les longitudes des périhélies.

Mais ces astres s'attirent entre eux, proportionnellement à leurs masses et en raison inverse du carré de leur distance; la forme elliptique de ces orbites se trouve par là sensiblement altérée. A cause de la petitesse de leurs masses, comparées à celle du soleil, ces altérations ne deviennent sensibles qu'après un temps assez considérable, de sorte qu'on peut se figurer le mouvement des planètes comme s'effectuant sur des orbites elliptiques dont les éléments varient avec le temps. La détermination des équations différentielles qui donnent ces éléments en fonction du temps et de leurs valeurs initiales résulte de la méthode générale de la variation des constantes arbitraires dans les problèmes de mécanique. Mais cette méthode n'est ni la plus simple ni la plus directe ; de plus, les transformations analytiques qui conduisent à ces formules nous cachent entièrement l'action des forces perturbatrices, tandis que la considération de ces forces permet d'établir ces formules d'une manière très-simple et en quelque sorte élémentaire. Tel est l'objet de cette note.

DES VARIATIONS DES INCLINAISONS ET DES LONGITUDES DES NOEUDS.

I.

Soient S le centre du soleil pris pour origine, X, Y, Z trois droites rectangulaires quelconques prises pour axes



coordonnés, SAC le plan de l'orbite de la planète troublée au bout du temps t, φ son inclinaison sur le plan des XY et θ la longitude de son nœud ascendant, c'est-à-dire l'angle ASX que l'intersection de son plan avec celui des XY fait avec l'axe SX. P étant le lieu de la planète au bout du temps t, sans l'action des forces perturbatrices, cet astre décrirait, pendant l'instant dt, l'arc infiniment petit Pa situé dans le plan AC; mais la composante normale au plan SAC de ces forces fait décrire à la planète l'espace ab dans le sens de cette force; de sorte que la planète décrit en réalité l'arc Pb et que cet astre se meut sur une surface conique ayant son sommet en S. Si l'on mène le plan SBb tangent à cette surface suivant l'arête Sb, on aura la position de l'orbite au bout du temps $t+dt$, qui fait, par conséquent, avec le plan ASC l'angle bca que nous représenterons par ε, et les variations que subissent les angles θ et φ pendant l'instant dt seront :

$$d\theta = \mathrm{ASB}, \quad d\varphi = b\mathrm{BD} - \mathrm{PAD}.$$

Mais on peut aussi ramener le plan SAC dans sa nouvelle position par les trois rotations suivantes, savoir : la première autour de la ligne des nœuds SA et égale a $d\varphi$, la seconde autour de l'axe SZ et égale à $d\theta$, et enfin la troisième autour de la normale SN au plan de l'orbite et égale à $-$ BA′ ou $-\,\delta v$, si l'on représente par v l'angle que le rayon vecteur SP fait avec la ligne SA, et par δv la variation que subit cet angle par le déplacement du plan SAC. Décomposons la rotation ε autour de la droite Sc en deux autres, l'une autour de la droite SA et l'autre autour de la perpendiculaire SE menée dans le plan SAC à cette droite. Or il est clair que ces composantes sont $\varepsilon \cos v$ et $\varepsilon \sin v$, et que la première est égale à $d\varphi$; la rotation $d\theta$

autour de l'axe des Z est la résultante des deux rotations $\varepsilon \sin v$ et $-\delta v$; on a donc les équations

$$d\varphi = \varepsilon \cos v, \quad d\theta \sin \varphi = \varepsilon \sin v \quad \text{et} \quad \delta v = -d\theta \cos \varphi.$$

La détermination de l'angle ε n'offre aucune difficulté, car si l'on désigne par N la composante de la force perturbatrice suivant la normale au plan ASP, on aura $ab = \frac{1}{2} N dt^2$ pour l'espace parcouru par la planète dans le sens de cette force pendant l'instant dt; mais si l'on décrit du point S comme centre avec le rayon Sa, l'arc ac', on aura $\varepsilon = \frac{ab}{ac'}$, ou, à cause de

$$ac' = \frac{1}{2}(r + dr)\,dv, \qquad \varepsilon = \frac{1}{2}\frac{ab}{rdv} = \frac{Ndt^2}{rdv}.$$

On peut donner à ε une autre forme : en désignant par kdt le double de l'aire infiniment petite aSb décrite pendant l'instant dt par le rayon vecteur de la planète, on aura $r^2 dv = kdt$ et par suite $\varepsilon = \frac{Nr}{k} dt$. On a donc les formules très-simples

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{r \cos v}{k} N, \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{r \sin v}{k \sin \varphi} N, \quad \frac{\delta v}{dt} = -\frac{r \sin v}{k} N,$$

dont les deux premières déterminent à un instant quelconque la position du plan de l'orbite; la dernière donne la variation de la distance de la planète au nœud A, due au déplacement du plan de l'orbite.

II.

Au bout du temps t soient x, y, z, x', y', z' les coordonnées de la planète troublée et de la planète troublante;

si l'on représente leurs masses par m et m', l'action que ce dernier corps exerce sur le premier sera, d'après la loi de l'attraction universelle, $\frac{m'}{\rho^2}$, ρ désignant la distance

$$\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}$$

des deux planètes, et les composantes de cette force suivant les trois axes seront

$$\frac{m'(x'-x)}{\rho^3},\quad \frac{m'(y'-y)}{\rho^3},\quad \frac{m'(z'-z)}{\rho^3}.$$

Mais la masse m' exerce aussi une action sur le soleil dont les composantes, suivant les mêmes axes, sont

$$\frac{m'x'}{r'^3},\quad \frac{m'y'}{r'^3},\quad \frac{m'z'}{r'^3},$$

r' désignant la distance de la planète troublante au soleil, ou son rayon vecteur. Donc, si l'on veut avoir le mouvement relatif de la planète m autour du soleil, il faudra appliquer à cet astre ces dernières forces en sens contraire, et l'on aura pour les composantes de la force perturbatrice, suivant les trois axes coordonnés :

$$\frac{m'(x'-x)}{\rho^3}-\frac{m'x'}{r'^3},\quad \frac{m'(y'-y)}{\rho^3}-\frac{m'y'}{r'^3},\quad \frac{m'(z'-z)}{\rho^3}-\frac{m'z'}{r'^3}.$$

On peut remarquer que ces trois expressions sont les dérivées, par rapport à x, y, z, de la fonction

$$m'\left(\frac{1}{\rho}-\frac{xx'+yy'+zz'}{r'^3}\right).$$

Quel que soit donc le nombre des planètes troublantes, si l'on fait, pour abréger,

$$\mathrm{R} = \Sigma m' \left(\frac{1}{\rho} - \frac{xx' + yy' + zz'}{r'^3} \right),$$

le signe Σ désignant une somme qui s'étend à toutes les planètes, les composantes suivant les axes de toutes les forces qui troublent le mouvement elliptique de la planète seront

$$\frac{d\mathrm{R}}{dx}, \quad \frac{d\mathrm{R}}{dy}, \quad \frac{d\mathrm{R}}{dz}.$$

Si l'on désigne par α, β, γ les angles que la normale au plan de l'orbite de la planète troublée fait avec les trois axes, on aura donc

$$\mathrm{N} = \frac{d\mathrm{R}}{dx} \cos\alpha + \frac{d\mathrm{R}}{dy} \cos\beta + \frac{d\mathrm{R}}{dz} \cos\gamma.$$

Cette expression peut se transformer de plusieurs manières :

Puisque les coordonnées x, y, z sont les projections du rayon vecteur r sur les trois axes, on aura

$$x = r \cos \mathrm{PSX}, \quad y = r \cos \mathrm{PSY}, \quad z = r \cos \mathrm{PSZ}.$$

Les trois cosinus qui entrent dans ces expressions peuvent s'exprimer aisément en fonction des angles θ, φ et v, et les règles ordinaires de la trigonométrie sphérique donneront sans peine

$$\begin{aligned} x &= r \cos v \cos \theta - r \sin v \sin \theta \cos \varphi, \\ y &= r \cos v \sin \theta + r \sin v \cos \theta \cos \varphi, \\ z &= r \sin v \sin \varphi. \end{aligned}$$

En multipliant la première de ces équations par tang. φ

sin. θ, la seconde par — tang. φ cos. θ et la troisième par l'unité, on aura, en les ajoutant membre à membre,

$$x \tang \varphi \sin \theta - y \tang \varphi \cos \theta + z = o,$$

pour l'équation du plan de l'orbite, et par suite

$$\cos\alpha = \sin\varphi \sin\theta, \quad \cos\beta = -\sin\varphi\cos\theta, \quad \cos\gamma = \cos\varphi.$$

Cela posé, si l'on substitue les valeurs précédentes de x, y, z dans la fonction R, et si l'on rapporte la position de la planète dans son orbite à une droite fixe dans ce plan, r sera indépendant des angles θ et φ, et l'on aura

$$\frac{dx}{d\varphi} = r \sin v \sin\theta \sin\varphi = r \sin v \cos\alpha,$$

$$\frac{dy}{d\varphi} = -r \sin v \cos\theta \sin\varphi = r \sin v \cos\beta,$$

$$\frac{dz}{d\varphi} = r \sin v \cos\varphi = r \sin v \cos\gamma,$$

et par suite

$$\frac{d\mathrm{R}}{d\varphi} = \frac{d\mathrm{R}}{dx}\frac{dx}{d\varphi} + \frac{d\mathrm{R}}{dy}\frac{dy}{d\varphi} + \frac{d\mathrm{R}}{dz}\frac{dz}{d\varphi},$$

ou, en y substituant les valeurs précédentes,

$$\frac{d\mathrm{R}}{d\varphi} = \mathrm{N}r \sin v.$$

Dérivons maintenant les coordonnées x, y, z par rapport à θ, en remarquant que l'on a

$$\delta v = -d\theta \cos\varphi,$$

il viendra

$$\frac{dx}{d\theta} = - r \cos v \sin \theta \sin^2 \varphi = - r \cos v \sin \varphi \cos \alpha,$$

$$\frac{dy}{d\theta} = \quad r \cos v \cos \theta \sin^2 \varphi = - r \cos v \sin \varphi \cos \beta,$$

$$\frac{dz}{d\theta} = - r \cos v \cos \varphi \sin \varphi = - r \cos v \sin \varphi \cos \gamma,$$

et, par conséquent,

$$\frac{dR}{d\theta} = - r \cos v \sin \varphi \left(\frac{dR}{dx} \cos \alpha + \frac{dR}{dy} \cos \beta + \frac{dR}{dz} \cos \gamma \right),$$

ou, ce qui revient au même,

$$\frac{dR}{d\theta} = - Nr \cos v \sin \varphi.$$

Au moyen des valeurs précédentes, celles de $\frac{d\varphi}{dt}$ et de $\frac{d\theta}{dt}$ deviendront

$$\frac{d\varphi}{dt} = - \frac{1}{k \sin \varphi} \frac{dR}{d\theta}, \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{k \sin \varphi} \frac{dR}{d\varphi},$$

équations qui coïncident avec celles que fournit la méthode de la variation des constantes arbitraires.

III.

En substituant, dans l'équation

$$N = \frac{dR}{dx} \cos \alpha + \frac{dR}{dy} \cos \beta + \frac{dR}{dz} \cos \gamma,$$

aux cosinus et aux dérivées de la fonction R leurs valeurs précédentes, on aura, à cause de

$$x \sin \theta \sin \varphi - y \cos \theta \sin \varphi + z \cos \varphi = 0,$$

$$N = \Sigma m' \left[x' \sin \theta \sin \varphi - y' \cos \theta \sin \varphi + z' \cos \varphi \right] \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r'^3} \right),$$

et l'on peut remarquer que le second facteur, sous le signe Σ, est la perpendiculaire abaissée de la planète troublante sur l'orbite de la planète troublée; en la représentant par δ, on aura

$$N = \Sigma\, m' \delta \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r'^3} \right).$$

Prenons sur l'axe des z un point dont la distance à l'origine soit égale à l'unité, et menons par ce point un plan parallèle à celui des XY; la normale SN coupera ce plan en un point dont les coordonnées seront $\operatorname{tang} \varphi \sin \theta$, $-\operatorname{tang} \varphi \cos \theta$ et l'unité. En faisant donc $p = \operatorname{tang} \varphi \sin \theta$, $q = \operatorname{tang} \varphi \cos \theta$, on aura $\delta = (px' - qy' + z') \cos \varphi$, et, si l'on représente par les mêmes lettres affectées d'un accent les quantités analogues de l'orbite de m', on aura pour l'équation du plan de cette orbite $p'x' - q'y' + z' = 0$, et, par conséquent, l'expression précédente de δ deviendra

$$\delta = [(p - p')x' - (q - q')y'] \cos \varphi;$$

on aura donc

$$N = \Sigma m' [(p - p')x' - (q - q')y'] \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r'^3} \right) \cos \varphi.$$

Il est clair que les coordonnées p et q du point N déterminent à un instant quelconque la position de l'orbite de m; cherchons leurs variations. Les équations

$$p = \operatorname{tang} \varphi \sin \theta, \quad q = \operatorname{tang} \varphi \cos \theta,$$

donnent

$$\frac{dp}{dt} = \operatorname{tang}\varphi \cos\theta \frac{d\theta}{dt} + \frac{\sin\theta}{\cos^2\varphi} \frac{d\varphi}{dt},$$
$$\frac{dq}{dt} = -\operatorname{tang}\varphi \sin\theta \frac{d\theta}{dt} + \frac{\cos\theta}{\cos^2\varphi} \frac{d\varphi}{dt}.$$

En y substituant pour $\frac{d\theta}{dt}$, $\frac{d\varphi}{dt}$ les valeurs trouvées précédemment, on aura

$$\frac{dp}{dt} = \frac{N}{k \cos\varphi} (r \cos v \sin\theta + r \sin v \cos\theta \cos\varphi)$$
$$\frac{dq}{dt} = \frac{N}{k \cos\varphi} (r \cos v \cos\theta - r \sin v \sin\theta \cos\varphi)$$

ou, ce qui revient au même,

$$\frac{dp}{dt} = \frac{Ny}{k \cos\varphi},$$
$$\frac{dq}{dt} = \frac{Nx}{k \cos\varphi};$$

équations très-simples qu'il est facile d'établir directement.

IV.

L'intégration de ces équations n'est possible que par les méthodes d'approximation. Les rapports des masses des planètes à celle du soleil, ainsi que les excentricités des orbites et leurs inclinaisons respectives étant très-petites, les seconds membres peuvent se développer en séries convergentes ordonnées suivant ces quantités. Si l'on néglige les carrés des masses perturbatrices, on pourra substituer aux coordonnées des planètes leurs coordonnées elliptiques;

en négligeant, de plus, les carrés des inclinaisons et des excentricités et leurs produits deux à deux, on aura, en désignant par $2a$ et $2a'$ les grands axes des deux orbites,

$$x = a \cos(v + \theta), \quad y = a \sin(v + \theta)$$
$$x' = a' \cos(v' + \theta') \quad y' = a' \sin(v' + \theta');$$

ou bien, en représentant par ζ, ζ', etc., les longitudes moyennes $v + \theta$, $v' + \theta'$, etc., des planètes,

$$x = a \cos\zeta, \quad y = a \sin\zeta$$
$$x' = a' \cos\zeta', \quad y' = a' \sin\zeta',$$

et par suite

$$\rho = \sqrt{a'^2 - 2aa' \cos(\zeta' - \zeta) + a^2},$$

$$\mathrm{N} = \Sigma m'a' [(p - p') \cos\zeta' - (q - q') \sin\zeta'] \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3}\right).$$

La constante k représente le double de l'aire décrite par la planète m dans l'unité de temps, on a donc

$$k = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{\mathrm{T}},$$

T étant le temps d'une révolution sidérale de l'astre et e l'excentricité de l'orbite de m; en négligeant le carré de e et en représentant par n sa vitesse moyenne $\frac{2\pi}{\mathrm{T}}$, on aura $k = na^2$; on a d'ailleurs, en prenant pour unité de masse celle du soleil, $n^2a^3 = 1$, donc $k = \frac{1}{\sqrt{a}}$. Si l'on ne considère que l'action de la planète m', on aura, par conséquent,

$$\frac{dp}{dt} = m'a'\sqrt{a} \sin\zeta [(p - p') \cos\zeta' - (q - q') \sin\zeta'] \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3}\right)$$

$$\frac{dq}{dt} = m'a'\sqrt{a} \cos\zeta [(p - p') \cos\zeta' - (q - q') \sin\zeta'] \left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3}\right).$$

V.

La fonction

$$\frac{1}{\rho^3} = \frac{1}{(a'^2 - 2aa' \cos \xi - a^2)^{\frac{3}{2}}},$$

dans laquelle $\xi = \zeta' - \zeta$, peut se développer en série convergente ordonnée suivant les cosinus des multiples de l'angle ξ. En posant

$$\frac{1}{\rho^3} = \frac{1}{2} B_0 + B_1 \cos \xi + B_2 \cos 2\xi + \ldots,$$

on pourra déterminer les coefficients B_0, B_1, B_2, soit par des intégrales définies, soit par des séries. Si l'on multiplie, en effet, les deux membres de cette équation par $\cos i\xi d\xi$ et si l'on intègre ensuite entre les limites o et 2π, en observant que l'intégrale

$$\int_0^{2\pi} \cos n\xi \cos i\xi \, d\xi$$

est égale à o ou à π, suivant que i est différent ou égal à n, on aura, en général,

$$B_i = \frac{1}{\pi} \int_o^{2\pi} \frac{\cos i\xi \, d\xi}{\rho^3},$$

équation qui permet de calculer B_i d'une manière aussi rapprochée que l'on veut.

En supposant $a' > a$ et en décomposant l'expression $a'^2 - 2aa' \cos \xi + a^2$ en ses deux facteurs

$$a'^2 \left(1 - \frac{a}{a'} e^{\xi\sqrt{-1}}\right) \left(1 - \frac{a}{a'} e^{-\xi\sqrt{-1}}\right),$$

on aura, si l'on fait $\frac{a}{a'} = \alpha$,

$$\frac{1}{\rho^3} = \frac{1}{a'^3}\left(1 - \alpha e^{\xi\sqrt{-1}}\right)^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \alpha e^{-\xi\sqrt{-1}}\right)^{-\frac{3}{2}}.$$

Si l'on développe maintenant, d'après la formule du binôme, chacun des facteurs du second membre, et si l'on multiplie ensuite entre eux ces deux développements, on pourra donner au produit la forme indiquée ci-dessus, et l'on aura, en particulier,

$$B_0 = \frac{2}{a'^3}\left[1 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \alpha^2 + \left(\frac{3 \,.\, 5}{2 \,.\, 4}\right)^2 \alpha^4 + \ldots\right]$$

$$B_1 = \frac{2}{a'^3}\left[\frac{3}{2}\alpha + \frac{3}{2}\cdot\frac{3 \,.\, 5}{2 \,.\, 4}\alpha^3 + \frac{3 \,.\, 5}{2 \,.\, 4}\cdot\frac{3 \,.\, 5 \,.\, 7}{2 \,.\, 4 \,.\, 6}\alpha^5 \ldots\right]$$

On peut rendre ces séries plus convergentes par une transformation très-simple : on a, en général,

$$(1 - \alpha)(a_0 + a_1 \alpha + a_2\alpha^2 \ldots) = \Delta a_0 + \alpha\Delta_1 a_1 + \alpha^2\Delta a_2 + \ldots,$$

Δa_1, Δa_2... désignant les différences $a_1 - a_0$, $a_2 - a_1$,.. et en faisant, pour plus de symétrie, $\Delta a_0 = a_0$; on a donc

$$a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2 \ldots = \frac{1}{1 - \alpha}(\Delta a_0 + \alpha\Delta a_1 + \alpha^2\Delta a_2 \ldots).$$

et par suite, quel que soit l'entier i,

$$a_0 + a_1\alpha + a_2\alpha^2 \ldots = \frac{1}{(1 - \alpha)^i}(\Delta^i a_0 + \alpha\Delta^i a_1 + \alpha^2\Delta^i a_2 \ldots).$$

Pour $i = 2$, les séries précédentes deviennent très-convergentes.

Puisque les cosinus ne changent pas de signe avec les arcs, on pourra, en supposant $B_{-i} = B_i$ et en comprenant le terme $-\frac{1}{a'^3}$ dans $\frac{1}{2}\,B_0$, faire

$$\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3} = \frac{1}{2}\,\Sigma B_i \cos i\xi,$$

le signe Σ désignant une somme qui s'étend à toutes les valeurs positives et négatives de i. Les expressions de cette forme jouissent d'une propriété analogue à celle des logarithmes. On a, quel que soit ω,

$$\begin{aligned}\Sigma B_i \cos i\xi \cos \omega &= \tfrac{1}{2}\,\Sigma B_i \cos(i\xi + \omega) + \tfrac{1}{2}\,\Sigma B_i \cos(i\xi - \omega),\\ \Sigma B_i \cos i\xi \sin \omega &= \tfrac{1}{2}\,\Sigma B_i \sin(i\xi + \omega) - \tfrac{1}{2}\,\Sigma B_i \sin(i\xi - \omega);\end{aligned}$$

et, puisque i doit prendre toutes les valeurs entières positives et négatives, on peut changer, dans les seconds membres, i en $-i$, et l'on aura, à cause de $B_{-i} = B_i$,

$$\begin{aligned}\Sigma B_i \cos i\xi \cos \omega &= \Sigma B_i \cos(i\xi + \omega)\\ \Sigma B_i \cos i\xi \sin \omega &= \Sigma B_i \sin(i\xi + \omega).\end{aligned}$$

Reprenons maintenant les valeurs précédentes de $\frac{dp}{dt}$ et de $\frac{dq}{dt}$.

VI.

On peut donner à ces expressions les formes suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{dp}{dt} = \frac{1}{2}\,m'a'\sqrt{a}\,\Big\{&(p - p')\,[\sin(\zeta' + \zeta) - \sin(\zeta' - \zeta)]\\ &+ (q - q')\,[\cos(\zeta' + \zeta) - \cos(\zeta' - \zeta)]\Big\}\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3}\right)\\ \frac{dq}{dt} = \frac{1}{2}\,m'a'\sqrt{a}\,\Big\{&(p - p')\,[\cos(\zeta' + \zeta) + \cos(\zeta' - \zeta)]\\ &- (q - q')\,[\sin(\zeta' + \zeta) + \sin(\zeta' - \zeta)]\Big\}\left(\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3}\right).\end{aligned}$$

En y substituant pour $\frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{a'^3}$ le développement précédent, on aura, à cause de $\xi = \zeta' - \zeta$, et en changeant i en $i - 1$,

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{2} m'a'\sqrt{a}(p - p')\Sigma B_{i-1} \{ \sin[i\zeta' - (i-2)\zeta] - \sin i(\zeta' - \zeta) \}$$

$$+ \frac{1}{2} m'a'\sqrt{a}(q - q')\Sigma B_{i-1} \{ \cos[i\zeta' - (i-2)\zeta] - \cos i(\zeta' - \zeta) \}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{2} m'a'\sqrt{a}(p - p')\Sigma B_{i-1} \{ \cos[i\zeta' - (i-2)\zeta] + \cos i(\zeta' - \zeta \}$$

$$- \frac{1}{2} m'a'\sqrt{a}(q - q')\Sigma B_{i-1} \{ \sin[i\zeta' - (i-2)\zeta] + \sin i(\zeta' - \zeta \}.$$

On voit que les termes du second membre dépendent, en général des longitudes ζ' et ζ des deux planètes, c'est-à-dire que les inégalités qui en résultent dans les valeurs de p et de q dépendent de la configuration des deux planètes et sont, par conséquent, périodiques comme les forces qui les produisent. Les termes indépendants des lieux qu'occupent les planètes et qui ne dépendent que des éléments des orbites, s'obtiennent en faisant, dans les formules précédentes, $i = o$; en représentant donc par P et Q les termes périodiques de $\frac{dp}{dt}$ et de $\frac{dq}{dt}$, qu'on obtient en donnant à i toutes les valeurs entières positives et négatives, o excepté, on aura les formules

$$\frac{dp}{dt} = -(a,a')(q - q') + P,$$

$$\frac{dq}{dt} = (a,a')(p - p') + Q,$$

où l'on a fait, pour abréger, $\frac{1}{2} m'a' \sqrt{a}\, B_1 = (a,a')$.

Les variations de p et de q, dues à ces termes indépendants des longitudes ζ et ζ' des deux astres, ne se développent qu'avec beaucoup de lenteur; mais comme l'action des forces qui les produisent est continue, elles finissent par altérer à la longue, d'une manière très-sensible, la position des orbites; ces variations ont été nommées *variations séculaires.* Celles qui sont dues aux termes périodiques de la force perturbatrice ne font osciller les éléments autour de leur valeur moyenne que dans d'étroites limites; on les a nommées *variations périodiques.*

Occupons-nous en particulier des premières et faisons, par conséquent, abstraction des termes P et Q. Considérons l'action simultanée et réciproque d'un nombre quelconque de planètes m, m', m'', etc. Il est clair que l'on aura, pour déterminer les quantités p, q, p', q', p'', q'', etc., le système d'équations linéaires

$$(a)\left\{\begin{aligned}
\frac{dp}{dt} &= -(a,a')(q-q') - (a,a'')(q-q'') + \ldots \\
\frac{dq}{dt} &= (a,a')(p-p') + (a,a'')(p-p'') + \ldots \\
\frac{dp'}{dt} &= -(a',a)(q'-q) - (a',a'')(q'-q'') + \ldots \\
\frac{dq'}{dt} &= (a',a)(p'-p) + (a',a'')(p'-p'') + \ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right.$$

On peut remarquer que $(a',a) = \frac{1}{2} ma\sqrt{a'}\mathrm{B}_1$, puisque B_1 est une fonction symétrique de a et de a'. A cause de

$$na^2 = \sqrt{a},\ n'a'^2 = \sqrt{a'},$$

on voit qu'il faudra prendre les radicaux $\sqrt{a}$, $\sqrt{a'}$ avec le même signe ou avec des signes différents, suivant que les planètes m, m' circulent autour du soleil dans le même sens ou dans des directions opposées.

On aura donc, en représentant par $[a, a']$ la fonction symétrique $\frac{1}{2} aa'B_1$, les relations

$$(b) \left\{ \begin{array}{l} (a,a')\, m \sqrt{a} = (a',a)\, m' \sqrt{a'} = mm'\, [a,a'] \\ (a,a'')\, m \sqrt{a} = (a'',a)\, m'' \sqrt{a''} = mm''\, [a,a''] \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$$

Il suit de là que, si l'on fait, pour abréger,

$$K = \frac{1}{2} \Sigma\, mm'\, [a,a']\, [(p - p')^2 + (q - q')^2],$$

les seconds membres des équations précédentes pourront s'exprimer au moyen des dérivés de K par rapport à p, q, p', q', etc., et que l'on aura

$$\begin{array}{ll} \frac{dp}{dt} = -\frac{1}{m\sqrt{a}} \frac{dK}{dq}, & \frac{dq}{dt} = \frac{1}{m\sqrt{a}} \frac{dK}{dp}, \\ \frac{dp'}{dt} = -\frac{1}{m'\sqrt{a'}} \frac{dK}{dq'}, & \frac{dq'}{dt} = \frac{1}{m'\sqrt{a'}} \frac{dK}{dp'}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \end{array}$$

Nous démontrerons plus loin que, si l'on fait abstraction des variations périodiques et des termes qui dépendent d'un degré supérieur au premier des masses perturbatrices, les grands axes des orbites planétaires sont invariables; nous pouvons donc considérer les quantités a, a', a'', dans l'intégration des équations précédentes, comme des constantes.

En multipliant la première de ces équations par $\frac{dK}{dp}$ et la seconde par $\frac{dK}{dq}$, on aura, en les ajoutant membre à membre,

$$\frac{dK}{dp}\frac{dp}{dt}+\frac{dK}{dq}\frac{dq}{dt}=o;$$

on aura de même

$$\frac{dK}{dp'}\frac{dp'}{dt}+\frac{dK}{dq'}\frac{dq'}{dt}=o,$$

et ainsi de suite; par conséquent, K est une quantité constante que nous représenterons par K_1; d'où il suit que si l'on fait, pour abréger, $(p-p')^2+(q-q')^2=\xi^2$, on aura l'équation

$$\Sigma\, mm'\,[a,a']\,\xi^2=2K_1$$

qui est une intégrale des équations proposées.

Il est clair que l'on a, aux quantités près du second ordre, par rapport aux inclinaisons, $p=\varphi\sin\theta, q=\varphi\cos\theta$, et que, si l'on imagine une sphère concentrique au soleil dont le rayon soit égal à l'unité, p et q seront les coordonnées du point d'intersection de cette sphère avec la normale au plan de l'orbite de m, ou les coordonnées du pôle de cette orbite; la quantité ξ représente donc la distance des pôles et, par suite, l'inclinaison mutuelle des orbites des astres m et m'. Il suit de là que si le système se réduit à deux planètes, leur inclinaison mutuelle sera constante.

En dérivant les deux membres de l'équation

$$\xi^2=(p-p')^2+(q-q')^2,$$

on aura

$$\xi\frac{d\xi}{dt}=(p-p')\left(\frac{dp}{dt}-\frac{dp'}{dt}\right)+(q-q')\left(\frac{dq}{dt}-\frac{dq'}{dt}\right),$$

et en y substituant pour $\frac{dp}{dt}$, $\frac{dq}{dt}$, etc., leurs valeurs tirées des équations (a), il vient

$$\xi\frac{d\xi}{dt} = [(a', a'') - (a, a'')]\,(0, 1, 2) + \ldots$$

(0, 1, 2) représentant la fonction $pq' - p'q + p'q'' - p''q' + p''q - pq''$, qui ne fait que changer de signe lorsqu'on permute entre elles les quantités p, q, etc. On aura donc aussi

$$\xi'\frac{d\xi'}{dt} = [(a, a') - (a'', a')]\,(0, 1, 2) + \ldots$$

$$\xi''\frac{d\xi''}{dt} = [(a'', a) - (a', a)]\,(0, 1, 2) + \ldots$$

Si l'on multiplie la première de ces équations par $mm'\sqrt{a}\,\sqrt{a'}$, la seconde par $mm''\sqrt{a}\,\sqrt{a''}$, la troisième par $m'm''\sqrt{a'}\,\sqrt{a''}$ et ainsi de suite, et si on les ajoute ensuite membre à membre, on aura l'équation

$$\Sigma mm'\sqrt{a}\,\sqrt{a'}\,\xi\frac{d\xi}{dt} = o,$$

et par suite, en intégrant,

$$\Sigma mm'\sqrt{a}\,\sqrt{a'}\,\xi^2 = \text{constante.}$$

Si l'on multiplie la première par $mm'\,[a, a']$, la seconde par $mm''\,[a, a'']$, la troisième par $m'm''\,[a', a'']$, etc., et si l'on ajoute membre à membre les équations résultantes, en ayant égard aux relations (b), on a l'équation

$$\Sigma mm'\,[a, a']\,\xi\frac{d\xi}{dt} = o,$$

et l'on retombe sur l'intégrale $\Sigma\, mm'\,[a, a']\,\xi^2 =$ constante, trouvée précédemment.

VII.

Intégrons maintenant les équations (a). Multiplions, pour cela, la première par $\mathrm{N}m\sqrt{a}$, la troisième par $\mathrm{N}'m'\sqrt{a'}$, la cinquième par $\mathrm{N}''m''\sqrt{a''}$, et ainsi de suite, N, N′, N″ étant des constantes indéterminées, et ajoutons membre à membre les équations ainsi obtenues, nous aurons l'équation

$$\begin{aligned}
&\mathrm{N}m\sqrt{a}\,\frac{dp}{dt} + \mathrm{N}'m'\sqrt{a'}\,\frac{dp'}{dt} + \mathrm{N}''m''\sqrt{a''}\,\frac{dp''}{dt}\cdots = \\
&\quad - [\,\mathrm{AN} - (a,a')\,\mathrm{N}' - (a,a'')\,\mathrm{N}''\ldots]\,qm\sqrt{a} \\
&\quad - [\mathrm{A}'\mathrm{N}' - (a',a)\,\mathrm{N} - (a',a'')\,\mathrm{N}''\ldots]\,q'm'\sqrt{a'} \\
&\quad - [\mathrm{A}''\mathrm{N}'' - (a,{}''a)\,\mathrm{N} - (a,{}''a)\,\mathrm{N}'\ldots]\,q''m''\sqrt{a''} \\
&\quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}$$

où l'on a fait, pour abréger,

$$\begin{aligned}
\mathrm{A} &= (a,a') + (a,a'') + \ldots \\
\mathrm{A}' &= (a,{}'a) + (a',a'') + \ldots \\
\mathrm{A}'' &= (a'',a) + (a'',a') + \ldots \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}$$

Soit g une nouvelle constante et déterminons N, N′, etc., par les équations

$$(c)\left\{\begin{aligned}
&(g - \mathrm{A})\,\mathrm{N} + (a,a')\,\mathrm{N}' + (a,a'')\,\mathrm{N}'' + \ldots = o, \\
&(g - \mathrm{A}')\,\mathrm{N}' + (a',a)\,\mathrm{N} + (a',a'')\,\mathrm{N}'' + \ldots = o, \\
&(g - \mathrm{A}'')\,\mathrm{N}'' + (a'',a)\,\mathrm{N} + (a'',a')\,\mathrm{N}'' + \ldots = o. \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right.$$

l'équation précédente deviendra

$$\begin{aligned}
&\mathrm{N}m\sqrt{a}\,\frac{dp}{dt} + \mathrm{N}'m'\sqrt{a'}\,\frac{dp'}{dt} + \mathrm{N}''m''\sqrt{a''}\,\frac{dp''}{dt}\cdots = \\
&\quad - g\,(\mathrm{N}m\sqrt{aq} + \mathrm{N}'m'\sqrt{a'q'} + \mathrm{N}''m''\sqrt{a''q''}\ldots).
\end{aligned}$$

Si l'on multiplie ensuite la seconde des équations (a) par $Nm\sqrt{a}$, la quatrième par $N'm'\sqrt{a'}$, et ainsi de suite, on aura, en les ajoutant membre à membre,

$$Nm\sqrt{a}\,\frac{dq}{dt} + N'm'\sqrt{a'}\,\frac{dq'}{dt} + N''m''\sqrt{a''}\,\frac{dq''}{dt}\,\ldots$$

$$= g\,(Nm\sqrt{a}p + N'm'\sqrt{a'}p' + N''m''\sqrt{a''}p''\ldots).$$

Faisons, pour abréger,

$$u = Nm\sqrt{a}\,p + N'm'\sqrt{a'}p' + N''m''\sqrt{a''}p'' + \ldots$$

$$v = Nm\sqrt{a}\,q + N'm'\sqrt{a'}q' + N''m''\sqrt{a''}q'' + \ldots$$

et les deux équations précédentes deviendront

$$\frac{du}{dt} + gv = o, \quad \frac{dv}{dt} - gu = o,$$

qui donnent

$$u = K\sin(gt + \beta), \quad v = K\cos(gt + \beta),$$

K et β étant les deux constantes introduites par l'intégration.

L'élimination des quantités N, N', N''... entre les équations (c) donne lieu à une équation qui contient le terme $(g - A)(g - A')(g - A'')\ldots$ et dont le degré s'élève, par conséquent, au nombre n des planètes du système. En représentant par $g, g_1, g_2 \ldots g_{n-1}$ les n racines de cette équation, les équations (c) donneront les valeurs des rapports $\frac{N}{N^{(n-i)}}, \frac{N'}{N^{(n-1)}}$ etc., pour chaque valeur de g; de sorte que $N^{(n-1)}$ restera arbitraire. Nous représenterons, en général, par u_i, v_i, N_i, N_i', N_i'' . . . les valeurs de u, v, N, N', N'' qui correspondent à la racine g_i, et nous aurons ainsi les $2n$ équations suivantes :

$$(d) \ldots \left\{ \begin{array}{ll} u = \mathrm{K} \sin(gt + \beta), & v = \mathrm{K} \cos(gt + \beta) \\ u_1 = \mathrm{K}_1 \sin(g_1 t + \beta_1), & v_1 = \mathrm{K}_1 \cos(g_1 t + \beta_1) \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \end{array} \right.$$

Cela posé, multiplions la première des équations (c) par $\mathrm{N}_i m \sqrt{a}$, la seconde par $\mathrm{N}_i' m' \sqrt{a'}$ et ainsi de suite ; en ajoutant membre à membre les équations résultantes et ordonnant par rapport à N, N', etc., on aura, à cause des relations (b),

$$\begin{array}{l} m\sqrt{a}\mathrm{N}\,[(g - \mathrm{A})\,\mathrm{N}_i + (a,\ a')\,\mathrm{N}_i' + \ldots] + \\ m'\sqrt{a'}\,[(g - \mathrm{A}')\,\mathrm{N}_i' + (a',\ a)\,\mathrm{N}_i + \ldots] + \text{etc.} = 0, \end{array}$$

Mais on a

$$\begin{array}{l} (g_i - \mathrm{A})\,\mathrm{N}_i + (a,\ a')\,\mathrm{N}_i' + \ldots = 0, \\ (g_i - \mathrm{A}')\,\mathrm{N}_i' + (a',\ a)\,\mathrm{N}_i + \ldots = 0, \end{array}$$

ce qui réduit l'équation précédente à celle-ci :

$$(g - g_i)\,[\mathrm{N}\mathrm{N}_i m\sqrt{a} + \mathrm{N}'\mathrm{N}_i' m'\sqrt{a'} + \ldots] = 0;$$

donc, si l'équation en g n'a pas de racines égales, on aura les équations

$$\begin{array}{l} \mathrm{N}\mathrm{N}_1 m\sqrt{a} + \mathrm{N}'\mathrm{N}_1' m'\sqrt{a'} + \mathrm{N}''\mathrm{N}_1'' m''\sqrt{a''} \ldots = 0 \\ \mathrm{N}\mathrm{N}_2 m\sqrt{a} + \mathrm{N}'\mathrm{N}_2' m'\sqrt{a'} + \mathrm{N}''\mathrm{N}_2'' m''\sqrt{a''} \ldots = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}$$

Ces relations donnent le moyen de résoudre les équations

$$\begin{array}{l} \mathrm{N}\,m\sqrt{a}p + \mathrm{N}'\,m'\sqrt{a'}p' + \ldots = u \\ \mathrm{N}\,m\sqrt{a}q + \mathrm{N}'\,m'\sqrt{a'}q' + \ldots = v \\ \mathrm{N}_1 m\sqrt{a}p + \mathrm{N}_1' m'\sqrt{a'}p' + \ldots = u_1 \\ \mathrm{N}_1 m\sqrt{a}q + \mathrm{N}_1' m'\sqrt{a'}q' + \ldots = v_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}$$

par rapport à p,p', q,q', etc., et il est aisé de voir que l'on aura

$$\begin{array}{ll}
p = \frac{N}{K}\,u + \frac{N_1}{K_1}\,u_1 + \ldots & q = \frac{N}{K}\,v + \frac{N_1}{K_1}\,v_1 + \ldots \\
p' = \frac{N'}{K}\,u + \frac{N_1'}{K_1}\,u_1 + \ldots & q' = \frac{N'}{K}\,v + \frac{N_1'}{K_1}\,v_1 + \ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}$$

Car si l'on substitue ces valeurs dans celles de u,v, u',v'...., ces équations seront satisfaites, et l'on aura

$$\begin{aligned}
K &= N^2\, m\sqrt{a} + N'^2\, m'\sqrt{a'} + \ldots \\
K_1 &= N_1^2\, m\sqrt{a} + N'^2_1\, m'\sqrt{a'} + \ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

Mais on peut aussi substituer les valeurs de u,v, u',v', etc., dans celles de p, q, ... et, en composant les coefficients des termes semblables, on aura ces nouvelles relations entre les coefficients N, N'. . . N_1, N'_1. . .,

$$(e)\ldots\ldots \left\{\begin{array}{l}
\frac{N^2}{K} + \frac{N_1^2}{K_1} + \frac{N_2^2}{K_2} \cdots = \frac{1}{m\sqrt{a}} \\
\frac{N'^2}{K} + \frac{N_1'^2}{K_1} + \frac{N'^2}{K_2} \cdots = \frac{1}{m'\sqrt{a'}} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\frac{NN'}{K} + \frac{N_1N_1'}{K_1} + \frac{N_2N_2'}{K_2} \cdots = 0 \\
\frac{NN''}{K} + \frac{N_1N_1''}{K_1} + \frac{N_2N_2''}{K_2} \cdots = 0 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}\right.$$

Ces relations peuvent servir à démontrer, d'une manière très-simple, que l'équation en g a une racine égale à zéro; car, si l'on multiplie la première par m^2a, la seconde par

m'^2a', etc., et les équations du second groupe respectivement par $2mm'\sqrt{a}\sqrt{a'}$, $2mm''\sqrt{a}\sqrt{a''}$, etc., on aura, en les ajoutant membre à membre,

$$\frac{(Nm\sqrt{a}+N'm'\sqrt{a'}+\ldots)^2}{K}+\frac{(N_1m\sqrt{a}+N_1'm'\sqrt{a'}\ldots)^2}{K_1}+\ldots$$
$$=m\sqrt{a}+m'\sqrt{a'}+\ldots$$

Mais les équations (c) donnent, en multipliant la première par $m\sqrt{a}$, la seconde par $m'\sqrt{a'}$, et en les ajoutant,

$$g_i\,(N_i m\sqrt{a}+N_i'm'\sqrt{a'}+\ldots)=0;$$

donc si toutes les racines $g, g_1 \ldots$ étaient différentes de zéro, on aurait $N_i m\sqrt{a}+N_i'm'\sqrt{a'}+\ldots=0$ pour toutes les valeurs de i, ce qui est impossible, d'après l'équation précédente. En supposant donc que g soit nul, on aura

$$(Nm\sqrt{a}+N'm'\sqrt{a'}+\ldots)^2=(m\sqrt{a}+m'\sqrt{a'}+\ldots)$$
$$(N^2m\sqrt{a}+N'^2m'\sqrt{a'}+\ldots),$$
$$N_1m\sqrt{a}+N_1'm'\sqrt{a'}+\ldots=0,$$
$$N_2m\sqrt{a}+N_2'm'\sqrt{a'}+\ldots=0,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

dont la première peut se mettre sous la forme

$$(N-N')^2\,mm'\sqrt{a}\sqrt{a'}+(N-N'')^2\,mm''\sqrt{a}\sqrt{a''}+\ldots=0,$$

et donne, par suite,

$$N=N'=N''\ldots,$$

ce qui résulte d'ailleurs des équations (c).

Les équations

$$u_i=K_i\sin(g_it+\beta_i),\quad v_i=K_i\cos(g_it+\beta_i)$$

donnent, en ajoutant leurs carrés,

$$u_i^2 + v_i^2 = K_i^2,$$

c'est-à-dire

$$(f) \qquad (N_i m \sqrt{a}\, p + N_i' m' \sqrt{a'}\, p' + \ldots)^2 + (N_i m \sqrt{a}\, q + N_i' m' \sqrt{a'}\, q' \ldots)^2 = (N_i^2 m \sqrt{a} + N_i'^2 m' \sqrt{a'} \ldots)^2$$

En donnant à i toutes les valeurs $0, 1, 2, \ldots n-1$, on a n intégrales entre les $2n$ quantités p, q, p', q', etc., d'où il résulte que la position des nœuds peut être déterminée lorsqu'on connaît les inclinaisons des orbites, et réciproquement. Ces n intégrales, qui ont été données par M. Leverrier, dans son *Mémoire sur les variations séculaires des éléments des orbites*, résultent immédiatement des formules qui se trouvent à la page 302 du tome Ier de la *Mécanique céleste*. Celle de ces intégrales qui correspond à la racine $g = o$ se décompose dans les deux suivantes :

$$m \sqrt{a}\, p + m' \sqrt{a'}\, p' \ldots = \frac{K}{N} \sin \beta$$

$$m \sqrt{a}\, q + m' \sqrt{a'}\, q' \ldots = \frac{K}{N} \cos \beta,$$

qu'on obtient en faisant $g = o$ dans les valeurs de u et de v. Divisons la première des équations (f) par K, la seconde par K_1, la troisième par K_2 et ajoutons-les ensuite membre à membre; à cause des relations (e), on aura

$$m\sqrt{a}\,(p^2 + q^2) + m'\sqrt{a'}\,(p'^2 + q'^2) + m''\sqrt{a''}\,(p''^2 + q''^2 \ldots)$$
$$= K + K_1 + K_2 \ldots + = m\sqrt{a}\,(N^2 + N_1^2 + N_2^2 + \ldots)$$
$$+ m'\sqrt{a'}\,(N'^2 + N_1'^2 + N_2'^2 + \ldots) + \ldots;$$

ou, ce qui revient au même,

$$m\sqrt{a}\,\varphi^2 + m'\sqrt{a'}\,\varphi'^2 + m''\sqrt{a''}\,\varphi''^2 \ldots = \text{constante.}$$

Il suit de là que si, à une époque quelconque, les angles φ, φ' sont très-petits, la constante du second membre le sera elle-même, et, par conséquent, les termes du premier membre ne pourront pas croître indéfiniment avec le temps, ce qui exige que les racines g_1, g_2... soient toutes réelles et inégales; car si quelques-unes de ces quantités étaient égales ou imaginaires, p,q, p',q' contiendraient des termes croissant indéfiniment avec le temps, ce qui est impossible.

Si l'on substitue à u, v, etc., leurs valeurs dans celles de p,q, etc., on aura

$$\begin{aligned}
p &= \mathrm{N}\ \sin(gt+\beta) + \mathrm{N}_1\ \sin(g_1t+\beta_1) + \ldots\\
q &= \mathrm{N}\ \cos(gt+\beta) + \mathrm{N}_1\ \cos(g_1t+\beta_1) + \ldots\\
p' &= \mathrm{N}'\sin(gt+\beta) + \mathrm{N}_1'\sin(g_1t+\beta_1) + \ldots\\
q' &= \mathrm{N}'\cos(gt+\beta) + \mathrm{N}_1'\cos(g_1t+\beta_1) + \ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

En ajoutant les carrés des deux premières, il vient

$$\begin{aligned}
\varphi^2 = \mathrm{N}^2 + \mathrm{N}_1^2 + \mathrm{N}_2^2 \ldots. &+ 2\mathrm{N}\mathrm{N}_1\cos[(g_1-g)t+\beta_1-\beta]\\
&+ 2\mathrm{N}\mathrm{N}_2\cos[(g_2-g)t+\beta_2-\beta]\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

d'où il résulte que si l'on prend tous les coefficients avec le signe plus, en remplaçant les cosinus par l'unité, on aura

$$\varphi_1 = \mathrm{N} + \mathrm{N}_1 + \mathrm{N}_2 \ldots$$

pour limite supérieure de φ.

Les constantes $\mathrm{N}^{(n-1)}$, $\mathrm{N}_1^{(n-1)}$, $\mathrm{N}_2^{(n-1)}$..., β, β_1, β_2... se déterminent par les valeurs initiales de p,q, p',q', etc.; en les représentant par p_0,q_0, p_0',q_0', etc., et en faisant, pour abréger,

$$\frac{\mathrm{N}_i}{\mathrm{N}_i^{(n-1)}} = \alpha_i,\qquad \frac{\mathrm{N}_i'}{\mathrm{N}_i^{(n-1)}} = \alpha_i',\ \text{etc.},$$

on tirera des équations

$$N_i m\sqrt{a}\,p_0 + N_i' m'\sqrt{a'}\,p_0' + \dots = K_i \sin\beta_i,$$
$$N_i m\sqrt{a}\,q_0 + N_i' m'\sqrt{a'}\,q_0' + \dots = K_i \cos\beta_i,$$

les valeurs suivantes :

$$\operatorname{tang}\beta_i = \frac{m\sqrt{a}\,\alpha_i p_0 + m'\sqrt{a'}\,\alpha_i' p_0' + \dots}{m\sqrt{a}\,\alpha_i q_0 + m'\sqrt{a'}\,\alpha_i' q_0' + \dots}$$
$$N_i^{(n-1)} \sin\beta_i = \frac{m\sqrt{a}\,\alpha_i p_0 + m'\sqrt{a'}\,\alpha_i' p_0' + \dots}{m\sqrt{a}\,\alpha_i^2 \;+ m'\sqrt{a'}\,\alpha_i'^2 \;+ \dots}$$

On peut donner aux équations qui déterminent le mouvement des nœuds et les inclinaisons des orbites planétaires une autre forme, en substituant, dans les équations (a), à p,q, p',q' leurs valeurs

$$p = \varphi \sin\theta, \quad q = \varphi\cos\theta.$$

. . . .

On tire de là

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{dp}{dt}\sin\theta + \frac{dq}{dt}\cos\theta,$$
$$\varphi\frac{d\theta}{dt} = \frac{dp}{dt}\cos\theta - \frac{dq}{dt}\sin\theta,$$

équations qui donnent, en y substituant pour $\frac{dp}{dt}$, $\frac{dq}{dt}$, leurs valeurs,

$$\frac{d\varphi}{dt} = \quad (a, a')\,\varphi' \sin(\theta-\theta') + (a, a'')\,\varphi'' \sin(\theta-\theta'') + \dots$$
$$\varphi\frac{d\theta}{dt} = -(a, a')[\varphi - \varphi'\cos(\theta-\theta')] - (a, a'')[\varphi - \varphi''\cos(\theta-\theta'')] + \dots$$

En y changeant φ en φ', on aura des expressions analogues pour les valeurs de $\frac{d\varphi'}{dt}$, $\frac{d\theta'}{dt}$, etc.

De ces équations on tire sans difficulté,

$$m\sqrt{a}\varphi^2\frac{d\theta}{dt} + m'\sqrt{a'}\varphi'^2\frac{d\theta'}{dt} + \dots$$

$$= - m\sqrt{a}\,(a, a')\left[\varphi^2 + \varphi'^2 - 2\varphi\varphi'\cos(\theta' - \theta)\right] - \text{etc.} = -2\text{K}.$$

La constante K étant positive, on en conclut que la moyenne des vitesses des nœuds est négative.

VIII.

Supposons le cas de deux planètes m et m' et différentions, par rapport au temps, les équations

$$\frac{dp}{dt} = -(a, a')(q - q'),$$

$$\frac{dq}{dt} = \quad (a, a')(p - p'),$$

nous aurons, en substituant dans les seconds membres à $\frac{dq}{dt}$, $\frac{dq'}{dt}$, etc., leurs valeurs, en en représentant par k la fonction symétrique $\frac{(a, a') + (a', a)}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a'}}$ $[a, a']$,

$$\frac{d^2p}{dt^2} = km'\sqrt{a'}\,(p' - p),$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} = km'\sqrt{a'}\,(q' - q),$$

$$\frac{d^2p'}{dt^2} = km\sqrt{a}\,(p - p'),$$

$$\frac{d^2q'}{dt^2} = km\sqrt{a}\,(q - q').$$

Donc le mouvement des plans des orbites est le même que si leurs pôles s'attiraient proportionnellement aux masses des planètes multipliées par les racines carrées des demi-axes et en raison directe de leur distance.

La même proposition subsiste dans le cas général d'un nombre quelconque de planètes; car si l'on représente par $\{a, a'\}$ une fonction des demi-axes a, a', a'' symétrique par rapport à a et a', on aura les équations

$$\frac{d^2p}{dt^2} = \{a,a'\}\, m\sqrt{a}\,(p'-p) + \{a,a''\}\, m''\sqrt{a''}\,(p''-p) + \ldots$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} = \{a,a'\}\, m\sqrt{a}\,(q'-q) + \{a,a''\}\, m''\sqrt{a''}\,(q''-q) + \ldots$$

. . . .

d'où résulte la proposition qu'on vient d'énoncer.

IX.

Considérons en particulier le mouvement du plan de l'orbite de la lune. Prenons pour plan fixe des XY le plan de l'écliptique à l'origine du temps; soient α et λ les variations annuelles de l'inclinaison et de la longitude de l'écliptique mobile, α et β seront de très-petites quantités, et l'on aura

$$p' = \alpha t \sin \lambda t, \quad q' = \alpha t \cos \lambda t.$$

Les équations pour déterminer p et q seront donc

$$\frac{dp}{dt} + kq = k\alpha t \cos \lambda t, \quad \frac{dq}{dt} - kp = -k\alpha t \sin \lambda t,$$

k représentant la fonction (a, a').

L'intégration donne

$$p = -\, l \sin(kt + \varepsilon) + \frac{k\alpha}{k+\lambda}\left[t \sin \lambda t + \frac{1}{k+\lambda} \cos \lambda t\right],$$

$$q = \quad l \cos(kt + \varepsilon) + \frac{k\alpha}{k+\lambda}\left[t \cos \lambda t - \frac{1}{k+\lambda} \sin \lambda t\right],$$

l et ε étant les deux constantes arbitraires.

A cause de la petitesse des coefficients α et λ par rapport à k, on peut négliger sans erreur sensible le produit $\frac{\alpha\lambda}{k}$ et remplacer ces équations par les suivantes :

$$p = -\, l \sin(kt + \varepsilon) + \alpha \left(t \sin \lambda t + \frac{1}{k} \cos \lambda t\right),$$

$$q = \quad l \cos(kt + \varepsilon) + \alpha \left(t \cos \lambda t - \frac{1}{k} \sin \lambda t\right),$$

et l'on aura

$$p - p' = -\, l \sin(kt + \varepsilon) + \frac{\alpha}{k} \cos \lambda t,$$

$$q - q' = \quad l \cos(kt + \varepsilon) - \frac{\alpha}{k} \sin \lambda t).$$

On tire de là, en négligeant le carré de $\frac{\alpha}{k}$,

$$(p - p')^2 + (q - q')^2 = l^2 - \frac{2l\alpha}{k} \sin\left[(k - \lambda)\, t + \varepsilon\right]$$

et, par suite, pour l'inclinaison de l'orbite de la lune sur l'écliptique mobile,

$$\varphi = l - \frac{\alpha}{k} \sin\left[(k - \lambda)\, t + \varepsilon\right].$$

En négligeant $\frac{\alpha}{k}$, on a aussi

$$\frac{p - p'}{q - q'} = -\, \text{tang}\,(kt + \varepsilon).$$

Donc k est la vitesse moyenne de la rétrogradation des nœuds de la lune. A cause de la rapidité de ce mouvement, le coefficient $\frac{\alpha}{k}$ est très-petit, et il en résulte que l'action du soleil ne produit, dans l'inclinaison de l'orbite de cet astre sur l'écliptique mobile, aucune inégalité croissant avec le temps. L'orbite de la lune est donc entraînée avec l'écliptique dans son mouvement séculaire.

CLASSE DES LETTRES.

Séance du 7 février 1859.

M. le baron DE GERLACHE, directeur.
M. AD. QUETELET, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Grandgagnage, de Ram, Roulez, Gachard, A. Borgnet, baron J. de Saint-Genois, De Decker, Snellaert, Carton, Haus, Bormans, Leclercq, Polain, Baguet, Arendt, Ch. Faider, *membres;* Nolet de Brauwere Van Steeland, *associé;* Serrure, Mathieu, Kervyn de Lettenhove, Chalon, Thonissen, Th. Juste, *correspondants.*

MM. Alvin, Ed. Fétis et Jehotte, *membres de la classe des beaux-arts*, assistent à la séance.

CORRESPONDANCE.

La classe vient de perdre un de ses associés les plus distingués, M. Henry Hallam, auteur de plusieurs ouvrages historiques justement estimés.

— M. le Ministre de l'intérieur prie la classe de lui faire connaître les résultats du concours ouvert sur la question suivante que l'Académie avait proposée dès 1854:

On demande un tableau raisonné de la littérature française dans les provinces belgiques et dans le pays de Liége, depuis les temps les plus reculés jusqu'à la fin du XVIII^me^ siècle.

Le terme fatal pour ce concours expirait le 1^er^ février 1856; le prix proposé était de 2,000 francs. M. le Ministre sera informé que ce concours n'ayant provoqué l'élaboration d'aucun mémoire, la question n'a plus été inscrite depuis au programme.

— Le même Ministre fait parvenir le tome deuxième des *Documents statistiques, publiés par son département avec le concours de la Commission centrale de statistique du royaume.*

— M. Ch. Dumont écrit à la classe en lui faisant hommage de dix ouvrages de sa composition écrits en langue flamande. — Remercîments.

RAPPORTS.

La classe s'occupe d'examiner et d'arrêter le projet de règlement pour le prix triennal de littérature dramatique flamande, qui lui a été demandé par M. le Ministre de l'intérieur. Ce projet sera communiqué au Gouvernement.

— La classe adopte le projet suivant d'inscription demandée par M. le Ministre de l'intérieur et présentée par M. Roulez, pour la statue allégorique qui doit être placée sur une des places publiques de la ville de Wavre :

A
S. M. LÉOPOLD I^{er}, ROI DES BELGES,
EN MÉMOIRE DU XXV^{me} ANNIVERSAIRE
DE SON AVÉNEMENT AU TRÔNE.
LA VILLE DE WAVRE
A ÉLEVÉ CE MONUMENT
COMME UN TÉMOIGNAGE
DE SON DÉVOUEMENT.
21 JUILLET 1856.

Sur les tablettes que tient la Muse de l'histoire, on lira :

Miscuit principatum ac libertatem augetque
quotidie felicitatem imperii.

(Tacit., *Agr.* 3.)

Des remercîments sont adressés à M. Roulez.

Sixième et dernière lettre sur l'identité de race des Gaulois et des Germains; par M. le général Renard.

Rapport de M. Roulez.

« En proposant à la classe l'insertion dans les *Bulletins* de l'Académie de la *Cinquième Lettre* de M. le général Renard, j'avais compris dans ma proposition la sixième lettre qui était annoncée, mais que je ne connaissais pas encore. Aujourd'hui que j'ai examiné cet écrit, mon opinion n'a pas changé et je maintiens mes conclusions.

Nous pouvons donc regarder comme clos, le débat ouvert devant nous sur l'identité de race des Gaulois et des Germains; car déjà dès l'apparition de la *Quatrième Lettre*, M. Schayes, notre regretté confrère, avait annoncé sa résolution de se retirer de la lutte, et s'il pouvait convenir à M. le D^{r} Brandes de répondre à l'honorable général, il n'est pas probable qu'il nous adresserait son travail. Mais la question n'est pas vidée et si la discussion cesse à Bruxelles, elle se continuera probablement encore au delà du Rhin. M. Holtzmann ayant déclaré qu'il ne se croyait pas réfuté par le livre de M. Brandes, un savant, à qui son édition critique de Salluste et de nombreux écrits sur l'histoire et les antiquités ont assigné une place distinguée parmi les philologues contemporains, M. Fr. Dor. Gerlach, professeur à l'université de Bâle, a voulu traiter de nouveau ce sujet, au point de vue seulement des témoignages des auteurs anciens (1). Il a donc passé en revue les textes en cherchant à en fixer le sens, à en apprécier la portée et l'autorité. Ses conclusions sont que la preuve de l'identité primitive des Gaulois et des Germains ne saurait être regardée comme suffisamment établie et qu'au contraire, les témoignages des anciens, l'histoire et le développement de la civilisation conduisent à un résultat entièrement opposé. »

Rapport de M. Borgnet.

« Je pense avec mon honorable confrère M. Roulez, que la classe doit voter l'impression de la *Sixième Lettre* de M. le général Renard. Quelle que soit l'opinion de chacun de nous sur la question, cette polémique toute littéraire et soutenue avec autant de talent que de courtoisie par l'un des officiers les plus instruits de notre armée, mérite notre sympathie et nous impose l'obligation de la témoigner par la publicité que nous lui donnons. »

---

(1) *Kelten und Germanen, mit Rücksicht auf Schriften von Holtzmann, Brandes und Glück ;* deux articles publiés dans le *Zeitschrift für die Alterthumswissenchaft,* Jahrg. 1857, n^os 19, 20, 71, 72, 73.

Conformément aux rapports de ses commissaires, la classe a ordonné l'impression du travail de M. le général Renard.

Recherches sur les monnaies des comtes de Namur; par M. R. Chalon, correspondant de l'Académie.

Rapport de M. Schayes.

« On connaît l'excellente histoire monétaire des comtes de Hainaut que M. Chalon a publiée en 1848, sous le titre modeste de *Recherches sur les monnaies des comtes de Hainaut.* C'est, sous un titre analogue et dans une forme identique qu'il présente maintenant à l'Académie une histoire tout aussi complète, plus complète même, des monnaies du comté de Namur, depuis le X^me^ jusqu'au XVIII^me^ siècle. Même ordre et méthode, même érudition et critique judicieuse que dans le premier ouvrage, qui est compté parmi les meilleurés publications numismatiques, se font remarquer dans le mémoire soumis à notre examen.

Le livre commence par une notice sur les différents ateliers monétaires de l'ancien comté de Namur, accompagnée de remarques curieuses sur l'origine et les annales des villes, des châteaux et des localités où ont existé ces ateliers. Non-seulement l'auteur désigne toutes les espèces qui en sont sorties, mais il indique encore, d'après des calculs neufs, leur valeur comparative, réduite au taux actuel; c'est là déjà une question d'un haut intérêt historique, statistique et économique, sur laquelle M. Chalon n'avait pas dirigé ses investigations dans son précédent ouvrage. Viennent ensuite la description et la représentation des monnaies frappées sous chaque comte, dont le savant numismate donne en même temps la biographie puisée aux vraies sources et qu'accompagnent de précieux renseignements pour la science héraldique. Une longue suite de documents inédits servant de pièces justificatives termine l'ouvrage.

Les *Recherches sur les monnaies des comtes de Namur* méritent incontestablement de prendre place dans le recueil des mémoires de la Compagnie et comme œuvre remarquable d'érudition consciencieuse, et parce que la numismatique, cette branche si importante de l'archéologie, y a fait pour ainsi dire défaut jusqu'à ce jour. J'ai donc l'honneur d'en proposer l'impression, ainsi que la gravure des nombreux dessins qui y sont annexés. »

Rapport de M. Serrure.

« Les progrès que la numismatique nationale a faits dans les vingt dernières années, l'ont rendue une des sources les plus précieuses et les plus fécondes pour l'étude de notre histoire. Écrire donc les annales monétaires de l'une de nos anciennes provinces, c'est faire une œuvre qui doit non-seulement satisfaire les goûts de quelques hommes spéciaux, les numismates proprement dits, mais qui peut encore jeter une vive lumière sur tel ou tel point de nos antiquités ou aider à décider telle ou telle question que l'histoire n'a pu résoudre.

Notre confrère M. Chalon n'en est pas à son début. Ses *Recherches sur les monnaies des comtes de Hainaut*, entre autres, ont été hautement appréciées tant à l'étranger que chez nous. La numismatique namuroise ne pouvait donc trouver de meilleur commentateur que lui.

En ma qualité de rapporteur, je crois devoir me borner à présenter à l'Académie une simple analyse de l'important travail qui lui est soumis. Je dirai cependant que l'auteur a, d'après moi, fait preuve, dans tout le mémoire, d'une érudition très-variée et d'un excellent esprit de critique.

Le premier comte de Namur dont on connaît des monnaies, est Albert III (1037-1105). Sous le long règne de ce prince, les ateliers monétaires établis dans les villes de Namur et de Dinant, émirent un assez grand nombre de deniers variés. Le type en est souvent original, mais parfois aussi il rappelle ceux du Brabant, de l'Allemagne et de l'Angleterre. On sait que la ville de Dinant était à cette époque possédée en commun par les comtes de Namur et les évêques de Liége. L'évêque Henri I (1075-1091), contemporain d'Albert, y battait des deniers au même type que celui-ci. Godefroid, fils et successeur d'Albert (1105-1139), continua de frapper à Dinant, mais cet atelier monétaire cessa bientôt de fonctionner pour les comtes de Namur, vu que la partie de la ville qui leur appartenait passa sous l'autorité des évêques de Liége.

On remarque qu'Albert III se contenta d'inscrire son nom sur la monnaie, sans y joindre le titre de comte. Son successeur, Henri l'Aveugle (1139-1196), au contraire, n'y mit que son effigie avec le mot *comes*. Sous les princes de la maison de Hainaut, la monnaie reste semi-muette; le nom du marquis qui la faisait frapper n'y paraît pas non plus; mais quand Henri le Blondel, comte de Luxembourg, succéda à Baudouin de Courtenai, il y mit son monogramme, ou, si on le veut, la première et la dernière lettre de son nom.

Un fait remarquable c'est que, pendant la plus grande partie du XIII^{me} siècle, les légendes des monnaies namuroises sont constamment en langue vulgaire, c'est-à-dire en français ; le latin ne reparaît qu'après l'introduction de la grosse monnaie. La réforme monétaire, dont l'exemple avait été donné par saint Louis, et qui s'opéra dans toutes nos provinces dans la seconde moitié du XIII^{me} siècle, eut lieu à Namur sous Gui de Dampierre (1263-1297). Ce prince réorganisa le corps des monnayeurs et leur accorda de nombreux priviléges. C'est lui qui adopta pour armoiries du comté *le lion barré* et le fit figurer sur ses monnaies.

Le règne de Jean I, fils de Gui (1297-1331), est une époque très-intéressante pour la numismatique. Sans parler des gros que ce prince fit battre à Alost, à Termonde et à Ninove, en sa qualité de régent de Flandre, pendant la captivité de Gui de Dampierre, son père, et de Robert de Béthune, son frère aîné, le nombre considérable des pièces sorties, sous son règne, des ateliers de Namur et de Viesville mérite une attention particulière. Parmi les monnaies de cette dernière localité, on en remarque une qui a été battue en vertu d'une convention conclue entre le comte de Namur et son grand-oncle, Louis de Crécy, comte de Flandre.

Après Jean II (1331-1335), dont les monnaies se séparent difficilement de celles de son père, le trône fut occupé, pendant une année seulement, par Gui, autre fils de Jean I. M. Chalon assure qu'on n'a pas encore retrouvé la monnaie de ce prince; nous croyons cependant pouvoir lui attribuer la pièce de billon (n° 147) avec l'inscription : G. COMES NAM., que l'auteur du mémoire donne à Guillaume I. La parfaite ressemblance du revers de cette monnaie avec celui d'une autre pièce frappée au nom du comte Jean (n° 91), m'engage à ne pas partager l'opinion de notre savant confrère.

La courte durée du règne de Philippe III (1336-1337) ne lui permit pas d'émettre un grand nombre de monnaies. La mort prématurée de ce troisième fils de Jean I plaça sur le trône un quatrième frère, Guillaume I. Celui-ci, étant encore mineur, commença son règne sous la tutelle de sa mère, Marie d'Artois. Cette princesse acquit du comte de Luxembourg, Jean l'Aveugle, le château et la seigneurie de Méraude ou Poilvache, et elle y tint en activité l'atelier monétaire qui avait fonctionné sous les comtes de Luxembourg depuis Henri VI. Les monnaies qu'elle y frappa portent son nom seul sans celui de son fils.

On sait que le règne de Guillaume I (1337-1391) jeta quelque éclat. Le comte, surnommé le Riche, ajouta à ses domaines plusieurs petites seigneuries qu'il acheta successivement. C'est le seul de tous les anciens souverains de Namur, antérieurs à ceux de la maison de Bourgogne, dont on connaisse des monnaies d'or. Quant aux monnaies d'argent, de billon ou de cuivre frappées pendant son long règne, elles forment une série aussi nombreuse que variée. Sous lui, on en fabriqua non-seulement à Namur et à Viesville, comme sous ses prédécesseurs, mais encore à Poilvache, qu'il hérita de sa mère, à Bouvignes et à la Neuve-Ville, *partie nouvelle de la ville de Namur, incorporée dans la quatrième enceinte au XVI^{me} siècle, et qui conserva sa juridiction et ses magistrats particuliers jusqu'à l'invasion française.*

Parmi les monnaies de Guillaume le Riche qui méritent surtout l'attention, il faut en citer deux frappées à Namur, sur lesquelles on voit inscrits à côté de son nom, ceux de Jean de Bohême, comte de Luxembourg et d'Adolphe de la Marck, évêque de Liége. Ce sont encore là de ces pièces battues à l'occasion d'un traité sur la circulation du numéraire dans les États respectifs des parties contractantes.

En décrivant les monnaies de Guillaume II (1391-1418), qui sont en général très-difficiles à distinguer de celles de son père et prédécesseur, M. Chalon s'attache à démontrer que l'historien de Marne est dans l'erreur lorsqu'il avance que c'est Guillaume II qui, après la mort du comte de Flandre, Louis de Male, arrivée en 1384, ôta la bande qui barrait le lion dans les armoiries de Namur, bande qui avait été mise pour indiquer que la maison de Namur formait une branche cadette de celle de Flandre.

Si la numismatique namuroise a de l'importance sous les règnes de Gui de Dampierre, de Jean II et des deux Guillaume, il n'en est plus de même sous Jean III, dit Thierry. En effet, sous lui, elle reflète en quelque sorte l'état de faiblesse et d'épuisement du comté. Le cuivre seul y est battu en abondance. Pour les rares pièces d'argent frappées par Jean III, il imita servilement les monnaies flamandes et bourguignonnes de Jean sans Peur.

On sait que Philippe le Bon acheta, en 1421, le comté de Namur. Dès le 23 août de cette même année, il y exerça le droit de battre monnaie, en laissant cependant au comte Jean-Thierry le tiers des bénéfices. La monnaie frappée à cette époque par le duc de Bourgogne est au même type que celle qu'il avait mise en circulation en Flandre. On ne peut la reconnaître qu'à des points secrets. Mais après la mort de Jean-Thierry, arrivée le 1er mars 1429, Philippe le Bon s'empressa de battre des monnaies nouvelles, sur lesquelles, cette fois-ci, il prenait le titre de comte de Namur. C'était avant tout, paraît-il, pour poser acte d'autorité dans la province qu'il venait de joindre à ses autres domaines.

Pendant tout le reste du règne de ce duc, ainsi que sous celui de Charles le Téméraire et de Marie de Bourgogne, l'atelier monétaire de Namur chôma complétement. Il fut cependant rouvert sous le règne de Philippe le Beau, et on continua à y travailler sous Charles-Quint jusqu'à l'année 1528. L'usage des marques monétaires s'étant introduit au XV^{me} siècle, le briquet devint le différent de l'atelier de Namur.

A dater de la réunion de nos différentes provinces sous un même sceptre, l'hôtel monétaire de Namur devint d'une importance tout à fait secondaire et ne fonctionna que dans des circonstances extraordinaires. C'est ainsi que le prince de Parme, de l'avis du conseil des finances, y transporta, en 1578, la monnaie qui avait été établie, l'année précédente, à Luxembourg, par Don Juan d'Autriche. Mais ce monnayage cessa en 1580, et il paraît s'être borné à l'émission de menues pièces destinées à la paye des troupes. Vers la fin du règne de Philippe II, c'est-à-dire en 1592, on frappa encore à Namur, mais seulement pendant trois mois, des demi-réaux d'or, des écus et des demi-écus d'argent.

Je l'ai déjà dit : la politique centralisatrice de nos princes tendait depuis longtemps à supprimer des ateliers monétaires qui n'avaient plus leur raison d'être, après la réunion de nos différentes provinces. Sous Charles II, les villes d'Anvers, de Bruxelles et de Bruges tenaient seules leurs hôtels monétaires ouverts. L'atelier de Namur semblait condamné à rester définitivement fermé, quand les événements politiques du commencement du siècle dernier le remirent tout à coup en pleine activité.

On sait que, lors de la guerre pour la succession d'Espagne, Philippe V, petit-fils de Louis XIV, fut d'abord reconnu comme souverain de nos contrées et qu'en cette qualité, il battit monnaie tant en Flandre qu'en Brabant. Mais bientôt, à la suite de la bataille de Ramillies, les troupes françaises furent refoulées et ne se maintinrent que dans le pays de Namur et de Luxembourg. Maximilien-Emmanuel de Bavière, gouverneur des Pays-Bas, d'abord pour Charles II, roi d'Espagne, et depuis pour Philippe V, transporta le siége de son gouvernement à Namur, et y fit battre, en 1709 et 1710, des monnaies d'argent et de cuivre au nom de Philippe V, comme le prince de Parme l'avait fait autrefois au nom de Philippe II.

Lorsqu'en 1711, le petit-fils de Louis XIV renonça à la possession de notre patrie en faveur de ce même Maximilien-Emmanuel, celui-ci s'empressa de faire battre une grande variété de monnaies d'or, d'argent et de cuivre. Cette fois-ci, elles n'étaient pas destinées à la solde des troupes, comme cela avait eu lieu autrefois, mais plutôt à étaler les titres et les prétentions de celui qui les faisait frapper.

Je n'ai fait qu'analyser très-sommairement l'important travail de M. Chalon. J'espère cependant que l'idée fort imparfaite que j'en donne sera suffisante pour faire vivement désirer l'impression du mémoire même. Je n'hésite pas à dire que l'auteur n'a rien négligé pour rendre son œuvre aussi complète que possible, et je me rallie entièrement à l'avis du regretté confrère qui vient de nous être enlevé, pour prier l'Académie d'accélérer la publication d'un ouvrage qui est attendu avec impatience par tous ceux qui s'intéressent à notre archéologie nationale. »

Il a été décidé que le mémoire de M. Chalon serait imprimé dans le recueil des mémoires de l'Académie.

CONCOURS DE 1859.

M. le secrétaire perpétuel dépose les différentes pièces qui lui sont parvenues pour le concours de 1859.

Sur la première question du programme :

Quelle a été l'influence littéraire, morale et politique des sociétés et des chambres de rhétorique dans les dix-sept provinces des Pays-Bas et le pays de Liége?

la classe a reçu un seul mémoire. L'auteur a oublié de joindre à son travail le billet cacheté qui doit renfermer l'indication de son nom et celle de son adresse : il est donc invité à satisfaire le plus tôt possible à cette condition du programme.

La classe néanmoins a nommé, dès à présent, les juges du concours, MM. Snellaert, le baron de S^{t}-Genois et David.

Sur la cinquième question, la classe a également reçu une réponse. On demandait de tracer *un tableau historique et politique du règne de Jean I^{er}, duc de Brabant.* Le billet cacheté contenant le nom de l'auteur ne portait point de devise.

Les juges du concours sont MM. David, de Ram et Borgnet.

Pour les concours extraordinaires institués par un donateur anonyme, sous les auspices de l'Académie, la classe a reçu une réponse à la question :

Exposer l'origine belge des Carlovingiens. Discuter les faits de leur histoire qui se rattachent à la Belgique.

Le billet cacheté contenant le nom de l'auteur porte pour devise : *Non sine diis animosus infans.* (Horace.)

Les juges du concours sont MM. Borgnet, Arendt et Polain.

Sur la seconde question proposée et relative au lieu de naissance de Charlemagne, la classe a également reçu un seul mémoire portant devise : *Omnia vincit labor.*

Les commissaires désignés sont MM. Arendt, Borgnet et Kervyn de Lettenhove.

NOMINATIONS.

La classe a perdu trois de ses membres dans le cours de la dernière année académique : MM. Van Meenen, le chevalier Marchal et Schayes, ainsi que cinq de ses associés. Selon le règlement, les présentations pour de nouvelles nominations doivent être faites par le bureau, composé de MM. de Gerlache, Gachard et Quetelet, auxquels se joindront trois membres à désigner par la classe.

D'après les résultats du scrutin, MM. De Decker, Leclercq et de Ram ont réuni la majorité des suffrages.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Recherches sur les commentaires de Charles-Quint; par M. Arendt, membre de l'Académie.

I.

Il est peu d'époques dans l'histoire moderne sur lesquelles le zèle et les recherches des historiens de nos jours se soient exercés avec plus de succès que sur celle qui comprend les règnes de Charles V et de son fils. Aussi peut-on dire que le jour commence à être complet sur les grands événements qui marquent cette période, et il doit être permis de réclamer pour la Belgique une bonne part dans le mérite d'avoir fait luire la vérité là où des appréciations inexactes, une connaissance insuffisante des faits, l'étude incomplète des caractères, ne l'avaient que trop longtemps altérée ou obscurcie. En effet, ce progrès dans la connaissance approfondie des temps qui forment comme l'entrée de l'histoire moderne, est dû d'abord et principalement aux efforts qui ont été faits pour tirer de l'oubli qui les couvrait les documents authentiques de toute espèce, contemporains des événements et renfermant des sources précieuses par leur richesse autant que par leur authenticité. C'est à ces sources rendues accessibles par la libéralité du gouvernement et le zèle de nos savants, que sont venus puiser les historiens dont les travaux ont illustré cette grande époque, qui fait sentir encore chaque jour son influence dans presque toutes les questions de la politique européenne.

Toutefois, en examinant de plus près ces grands recueils, je n'ai jamais pu me défendre d'un très-vif sentiment de regret. Pour l'histoire du plus grand règne du XVI^{me} siècle et d'un des plus grands de tous les temps, la source principale, dont la valeur et l'importance devaient dépasser et de loin celles de toutes les autres, nous manque. On sait que Charles V a écrit sur son règne des commentaires dont il indiqua lui-même le caractère et la portée, en disant qu'il les composait pour faire connaître la vérité obscurcie soit par l'ignorance, soit par les assertions et les passions particulières des historiens de son temps. Que sont devenus ces commentaires? La classe se rappelle sans doute que, dans deux notices lues, l'une en 1845, l'autre en 1854, et dans un paragraphe de la préface du second tome de son ouvrage sur la retraite et la mort de Charles V au monastère de Yuste (1), notre savant et honorable confrère, M. Gachard, a donné à cette question une réponse qui laisse peu ou point d'espoir de retrouver jamais cette œuvre du grand Empereur, dont Philippe II aurait privé la postérité en la faisant détruire de son vivant ou après sa mort.

Cette réponse imposée à notre honorable confrère par les matériaux que son zèle avait su réunir, je ne l'acceptais, je l'avoue, qu'à regret. Tout en reconnaissant que l'opinion de mon savant ami se fondait sur les documents les plus authentiques, les indices les plus irrécusables, je ne cessais de me demander : cette œuvre précieuse aurait-elle réellement péri tout entière, et faut-il s'interdire l'espoir d'en retrouver, à force de recherches, quelque chose, ne fût-ce que des fragments, des extraits, un résumé peut-être? N'y aurait-il aucun moyen de savoir de son caractère et de sa forme plus que n'en disent les rares et maigres notices que nous en possédons? Cette pensée me préoccupa, m'obséda longtemps, et finit par me déterminer à entreprendre une nouvelle étude de la question, dans laquelle je n'épargnerais aucune peine, je ne reculerais devant aucun effort pour arriver à un résultat qui pût satisfaire mon désir. Je viens maintenant demander à la classe la permission de lui rendre compte de ces nouvelles recherches. Si, pour une partie de la question, celle qui concerne l'ouvrage original de Charles V, mes conclusions sont les mêmes que celles de l'honorable M. Gachard, j'exposerai, d'un autre côté, des faits sur lesquels jusqu'ici l'attention ne s'est guère portée et qui soulèvent une question nouvelle, susceptible peut-être d'une solution moins défavorable pour les intérêts de l'histoire.

---

(1) Voy. *Bulletins de l'Académie royale des sciences et lettres de Bruxelles,* tome XII, 1re partie, 1845, pp. 29 et suiv.; tome XXI, 1re partie, 1854, p. 502, et *Retraite et mort de Charles-Quint au monastère de Yuste,* par M. Gachard, tome II, p. CXLVI, § XII.

Que la classe me permette encore de lui dire un mot sur la marche que j'ai suivie dans ces études. J'ai d'abord recherché tout ce que nos sources renferment sur l'époque, sur l'occasion et sur les circonstances de la rédaction des commentaires de Charles V, dont je me suis en même temps appliqué à saisir le caractère, la portée et connaître le sort probable. J'ai voulu savoir ensuite ce que les historiens et d'autres auteurs, soit contemporains, soit plus récents, ont dit de ces commentaires. A cet effet, mon attention s'est portée sur les mentions qui en ont été faites par des auteurs belges, italiens, français et espagnols, et j'ai recherché la source à laquelle ces mentions ont été puisées, afin d'en déterminer la valeur et l'importance. En dernier lieu, j'ai relevé et examiné d'une manière plus approfondie un certain nombre de faits nouveaux qui ont conduit mes recherches dans une voie non encore essayée.

Avant d'aborder mon exposé, je dois remplir un devoir qui m'est bien cher, celui de remercier nos honorables confrères, MM. Gachard et Éd. Fétis, de l'assistance empressée et bien utile qu'ils m'ont prêtée, chacun dans la sphère de ses attributions spéciales, et qui ne s'est pas démentie un seul instant dans le cours de ces longues et souvent laborieuses recherches.

II.

L'empereur Charles V avait passé l'hiver de 1549 à 1550 dans les Pays-Bas, où son fils Philippe était venu le rejoindre pour voir reconnaître son droit à la succession par les états du Brabant et ceux des autres provinces. Vers le mois de juin, Charles quitta Bruxelles pour se rendre à Augsbourg, où l'appelait une diète des princes de l'Empire, convoquée par son ordre. Dans sa suite, et attaché plus particulièrement au service de sa personne, se trouvait un gentilhomme brugeois, lettré, savant même, Guillaume Van Male, qui, après avoir été longtemps attaché au duc d'Albe, las de courir après la fortune sans l'atteindre, avait fini par désirer et par obtenir, grâce aux bons offices d'un bâtard de la maison de Flandre, Louis de Praet, chef des finances aux Pays-Bas, la modeste place d'*ayuda de cámera*, ou d'aide de chambre de l'Empereur. Entré dans la maison de celui-ci peu de temps après Pâques de 1550, il l'accompagnait dans son voyage. Van Male, qui portait à son bienfaiteur une vive reconnaissance, entretenait avec le seigneur de Praet une correspondance intime et privée, dont un certain nombre de lettres sont parvenues jusqu'à nous (1). L'intérêt, je dirai l'importance de ces lettres pour la connaissance du caractère et des habitudes de vie de Charles V, pendant ses dernières années, nous font vivement regretter la perte du reste. Cette correspondance paraît avoir commencé aussitôt que Van Male, à la suite de son maître, eut quitté les Pays-Bas; mais il paraît encore que les premières lettres s'égarèrent en route; car, dans une lettre écrite après l'arrivée de l'Empereur à Augsbourg et datée du 17 juillet 1550, Van Male, après avoir exprimé ses regrets de cette perte, retrace succinctement le contenu de celles qui n'étaient point parvenues à leur adresse, et voici ce qu'à cette occasion il mande au seigneur de Praet (2) : « Scripsi e Mogunciaco Caesaris » iter; liberalissimas ejus occupationes in navigatione » fluminis Rheni, dum ocii occasione invitatus, scriberet » in navi peregrinationes suas et expeditiones, quas ab » anno XV^{mo} in praesentem usque diem suscepisset. Qua » in re usus est opera mea et suggestione, nam velut no-

---

(1) Ces lettres ont été publiées, en 1843, pour la Société des Bibliophiles de Belgique, par le baron de Reiffenberg, sous le titre de : *Lettres sur la vie intérieure de l'empereur Charles-Quint, écrites par Guillaume Van Male, gentilhomme de sa chambre;* Bruxelles, 1843. M. de Reiffenberg avait déjà donné, en 1822, le texte de la lettre où il est question des mémoires de l'Empereur, dans le discours préliminaire, p. xxix, qui se trouve en tête de son édition de l'*Histoire des troubles des Pays-Bas*, par L.-J.-J. Vander Vynckt. Dans un mémoire intitulé : *Particularités inédites sur Charles-Quint et sa cour,* lu à la séance de l'Académie du 3 mars 1832, et publié, en 1834, dans le tome VIII des *Nouveaux Mémoires,* il avait inséré une notice sur Van Male et sur sa correspondance, où il parle aussi des commentaires de l'Empereur.

(2) *Malinaei epistola V,* p. 12 des *Lettres sur la vie intérieure de l'empereur Charles-Quint.*

» menclator revocabam in memoriam si quid sentirem
» aut effluere aut praetermitti. Libellus est mire tersus
» et elegans, utpote magna ingenii et eloquentiae vi
» conscriptus. Ego certe non temere credidissem Caesari
» illas quoque dotes inesse, quum, ut ipse mihi fatetur,
» nihil talium rerum institutione sit consecutus, sed sola
» meditatione et cura. Quod attinet ad auctoramentum
» et gratiam, vide, obsecro, quibus fulcris innitentur,
» scilicet fide et dignitate, quibus potissimum duobus et
» commendatur et viget historia. » Dans un *post-scrip-*
» *tum,* Van Male ajoute : « Caesar indulsit mihi libri sui
» versionem, ubi fuerit per Granvellanum et filium reco-
» gnitus. Statui novum quoddam scribendi temperamen-
» tum effingere, mixtum ex Livio, Caesare, Suetonio et
» Tacito. Iniquus tamen est Caesar nobis et saeculo, quod
» rem supprimi velit et servari centum clavibus. »

Ce récit de Van Male forme le point de départ de toutes les recherches sur les commentaires de Charles V. Je vais m'y arrêter un instant pour en bien constater la portée. Je remarque d'abord qu'il n'existe aucune raison de mettre en doute la bonne foi de Van Male, la vérité de ce qu'il raconte. J'ai examiné avec un soin particulier tout ce qui nous reste de sa correspondance; parmi les nombreux faits ou événements qu'il rapporte, soit comme témoin oculaire, soit comme en ayant eu connaissance pendant qu'il était avec l'Empereur, je n'en ai trouvé aucun qui fût contredit par d'autres mentions certaines ou authentiques. Dans tout ce qu'il a écrit, Van Male me fait l'impression d'être parfaitement véridique. Son style est parfois assez vif et coloré; il y a de la chaleur, un certain entrain dans sa manière de raconter, mais à coup sûr, il n'invente pas. Je ne trouve rien non plus qui puisse faire envisager le fait de la rédaction de cet ouvrage comme moralement impossible ou seulement invraisemblable, au point de vue du caractère et des opinions de Charles. Il est certain qu'il n'avait pas cette peur de la postérité à laquelle son fils sacrifiait les documents les plus importants (1); il existe même une parole de l'Empereur qui nous autorise à croire que depuis longtemps il avait l'intention de laisser des explications sur son règne. Ce témoignage, fort essentiel pour la question qui m'occupe, n'a point été relevé jusqu'ici, bien qu'il soit rapporté par un auteur qui le tenait directement de l'Empereur, qui avait été nommé par Charles lui-même son historiographe, et dont l'ouvrage, tardivement connu, se distingue par trop de qualités pour justifier le peu d'usage qu'on en paraît faire aujourd'hui. Voici ce que raconte Sepulveda dans son livre : *De rebus gestis Caroli Quinti imperatoris* (2) :

« Multa habeo exempla quibus docere possim, quam
» esset Carolus inanis gloriae et falsae laudis contemptor

---

(1) Son historiographe Sepulveda l'atteste dans un passage aussi remarquable que peu remarqué par les historiens modernes. Ce passage se trouve dans une lettre adressée à son ami Jacobus Neyla et placée en tête de son ouvrage : *De rebus gestis Caroli Quinti imperatoris et regis Hispaniae.* Voici ce que Sepulveda y dit, § IV de l'édition de Madrid : « In exquirenda
» veritate me ad summam diligentiam nihil mihi reliquum fecisse profiteor,
» et imperatoris et ducum epistolas de rebus gestis, quarum exempla mihi
» jussu Caroli suppeditabantur, diligenter legebam ; nec modo duces ipsos ac
» legatos et proceres, qui in bello consiliis solent adhiberi, sed ipsum Carolum Caesarem de rebus ab ipso per se gestis percontabar, cum de his inter
» caeteros parum constabat : quam mihi facultatem suppliciter petenti ipsius
» humanitas non denegabat, et sinceritate quadam paene religiosa, ut erat
» simplicis veritatis amantissimus, respondebat. »

(2) Lib. XXX, pp. 30, 31, dans *Joannis Genesii Sepulvedae, Cordubensis, Opera, tum edita, tum inedita, accurante regia Historiae Academia*, vol. II, p. 532.

» egregius, sed quae ipse vidi commemorabo. Cum ali-
» quando mihi de rebus ab ipso gestis conquirenti et in
» magna sermonum varietate laboranti visum esset, Caro-
» lum ipsum de facto quodam suo percontari, supplicibus
» verbis ab eo poposci ut de rebus quibusdam gravissimis
» ab ipsomet gestis mihi, propter magnam referentium di-
» versitatem ambigenti, veritatem exponere tanti putaret.
» Sed ne tibi molestus sim de singulis inquirendo, com-
» modius quae ex graviorum sermone conscripsi, recitabo;
» tu quae vere tradita sunt, haec silentio probabis, quae
» secus, ea paucis verbis refelles et emendabis. Haec cum
» ego dixissem, sic paucis suo more Carolus respondit :
» Haud mihi gratum est legere vel audire, quae de me
» scribuntur, *legent alii cum ipse a vita discessero;* tu si
» quid ex me scire cupis, percunctare, nec enim respon-
» dere gravabor. »

Il me semble difficile de ne pas admettre que les mots : *legent alii cum ipse a vita discessero*, révèlent l'intention de laisser des écrits sur son règne; ils ont ce sens ou ils n'en ont pas du tout. Sepulveda, qui ignorait l'existence des commentaires de l'Empereur, se donne beaucoup de peine pour y trouver une preuve de la grandeur d'âme et de la discrétion de Charles; mais il ne réussit absolument qu'à produire une interprétation embarrassée et à peine intelligible (1).

Peut-être aussi l'Empereur se souvenait-il, en formant ce projet, des instances que, dès les premières années de son règne en Espagne, les cortès de Castille lui avaient adressées, à plusieurs reprises, de faire écrire l'histoire de son gouvernement (1). Quelque temps avant la composition du *Libellus* dont parle Van Male, un de ses meilleurs et plus dévoués capitaines, don Luis d'Avila, avait écrit, en quelque sorte sous les yeux de l'Empereur, l'histoire de cette grande et mémorable guerre d'Allemagne, qui marqua l'apogée de la fortune politique et militaire de son maître, et cet ouvrage, traduit presque aussitôt en latin par le même Van Male, avait eu un grand et légitime succès. Ne semble-t-il pas naturel, dans ces circonstances, que Charles ait songé à réaliser l'intention conçue depuis longtemps, et qu'il ait profité d'une occasion, fort rare dans sa vie d'alors, de grands loisirs, pour commencer à la mettre à exécution?

---

(1) Voici ce qu'il dit : « Qua oratione declarare mihi visus est, id quod
» ipse consilium ejus collaudando pronuntiavi, nolle se, pro cetera ipsius
» animi magnitudine et gravissimi principis officio, rerum a se suisque
» gestarum scriptoribus fingendi et assentandi causam et invitamentum
» dare, ut quidam ambitiosi solent, vel rursus a simplice veritate prodenda
» deterrere. » (*Ibid.*, p. 533.)

La vérité du fait admise, il résulte encore du récit de Van Male que l'Empereur voulut d'abord faire revoir son écrit par les deux Granvelle avant qu'il fût traduit en latin par son *amanuensis,* et que, pour le moment, il ne le destinait à aucune espèce de publicité. Cette intention d'en faire garder le secret explique suffisamment l'absence de toute autre mention de l'œuvre dans les documents contemporains. Le silence a été si bien gardé par le peu de personnes qui pouvaient en avoir connaissance, que, sans la confidence de Van Male au seigneur de Praet, nous l'eussions complétement ignoré.

---

(1) « El Emperador don Carlos V escrivió una historia de sus grandezas » para que constasse de la verdad de sus hechos. Los reynos de Castilla, » teniéndola por muy necessaria para el govierno de sus coronas, suplicaron » al inclyto emperador don Carlos, en las córtes que se celebraron en Valladolid año 1523, y le pidieron las mandasse escrivir con las palabras » siguientes : Ansi mismo somos informados que otrotanto se hizo y crónicas y grandes cosas y hazannas hechos por los reyes de Castilla, de gloriosa memoria, y de las que hizieron en sus tiempos en guerra y en paz, » y es bien que se sepa la verdad de las cosas pasadas, lo qual no se sucede » saber per otros libros, porende suplicamos á V. Alteza mande que se escrivan y se inpriman, porque será letura provechosa y apacible. Lo mismo » suplicaron en las córtes de Toledo año 1525, peticion 20, y en las de Madrid » año 1528, peticion 34. » Voyez *Teatro de las grandezas de la villa de Madrid, etc., al muy poderoso señor rey don Felipe IV,* por el *maestro Gil Gonçalez d'Avila* su coronista. Madrid, 1623, fol, p. 329.

Du reste, cette première rédaction, faite pendant le voyage, ne pouvait guère être qu'une ébauche, une espèce de résumé succinct des principales actions de l'Empereur, sans développements particuliers, un aperçu aide-mémoire plutôt qu'un récit circonstancié accompagné de réflexions et d'explications qui en eussent fait des commentaires ou mémoires proprement dits. Le peu de temps que Charles y avait consacré le montre suffisamment. En effet, Van Male dit expressément que le tout avait été achevé pendant la navigation de l'Empereur sur le Rhin. Or, j'ai vérifié le nombre des jours qui y furent employés, et voici ce que j'ai trouvé.

Les commencements du voyage ont été racontés avec assez de détails par Sandoval; mais à l'arrivée de l'Empereur à Liége, Sandoval cesse sa narration circonstanciée, ne dit mot du voyage sur le Rhin, et se borne à mentionner l'arrivée de Charles à Augsbourg (1). J'ai donc dû recourir au journal inédit de Vandenesse, et c'est sa relation qui m'a fourni des données tout à fait précises (2). En voici un extrait :

---

(1) Voy. Sandoval, *Vida y hechos del emperador Carlos Quinto,* l. XXX, § XIII.

(2) *Bibliothèque Royale, section des manuscrits, n° 14641,* pp. 202 et suiv.

« Sa Majesté, pour son voyage en Allemaigne, print, le
» dernier jour de ce moys de may, congé de ses deux sœurs
» les roynnes, et estant à cheval sur le marché (à Bruxelles),
» se tourna vers le peuple, et print aussi congé d'icelluy,
» qui ne fust sans grand regret et lamentation dudit peu-
» ple, et ainsi vint avec le prince coucher à Louvain.
» Dimanche, premier jour dudit mois (de juing), Sa Ma-
» jesté encores audit Louvain, où l'après-disner, ledit
» prince, accompagné d'aulcuns des siens, retourna en
» poste à Bruxelles veoir lesdites roynnes, ses tantes, jus-
» ques le lendemain matin qu'il revint, allant avec Sa
» Majesté disner à Thillemont et coucher à Sainctron. Le
» 3^e, à Tongrele, où l'évesque de Liége vint faire la ré-
» vérence à Sa Majesté, prenant congé d'icelle et de son
» fils le prince. Le 4^e, disner et coucher à Mastricht, où
» le prince fust juré et receu, lequel, sur le soir, partist
» en poste pour aller trouver les dames à Tournault. Le
» 7^e, de Mastricht, disner et coucher en la ville impériale
» d'Aix, où se retrouva ledit prince. Le 8^e, à Julliers; le 9^e,
» disner à Bergues et coucher à Colloigne, dont l'évesque
» luy vint au devants et y appointa Sa Majesté le différend
» entre lesdits évesques et les habitans dudit Colloigne.
» Le 14, Sa Majesté sur le Rhin coucher à Bonna, 15 à
» Andernack, le 16 à Covelens, où elle fust receue par
» l'électeur de Trèves. Le 17, Sa Majesté coucher à Poup-
» part, le 18, à Bacherak, le 19, à Maigence, où elle fust
» receue par l'évesque électeur. »

Il résulte du récit de Vandenesse que l'Empereur mit en tout six jours pour faire le trajet de Cologne à Mayence, et l'on comprend que, quel que fût le nombre d'heures qu'il consacra par jour à ce travail, il est tout à fait impossible que, dans un aussi court espace de temps, il pût faire autre chose qu'un aperçu des plus succincts; aussi le nom de *Libellus* que Van Male donne à l'œuvre de Charles paraît-il parfaitement approprié.

Cette première rédaction achevée, l'Empereur, pendant le long séjour qu'il fit à Augsbourg, après le voyage du Rhin, s'occupa-t-il à la compléter? Les indications directes nous manquent; mais, outre que la chose en elle-même est probable, je trouve dans la correspondance de Van Male un passage qui me porte fort à le croire. Voici ce que celui-ci dit, dans une lettre, écrite d'Augsbourg au seigneur de Praet, le 25 novembre 1550, quelques mois après la première composition du *Libellus :* « Caesar est valetudine » prorsus confirmata, quemadmodum ex Basdorpii litteris » copiose cognosces. Hodie satis expertus sum ejus incolumitatem, dum ab hora duodecima meridiei in quartam » usque solus perpetuo mecum scripserit, idque tanta » humanitate, ut crebro me admoneret commoditatis et » valetudinis meae. Caetera taceo (1). »

Ce travail de quatre heures, sur l'objet duquel Van Male ne veut pas s'expliquer, était-il consacré aux commentaires? Je ne l'affirme point, tout ce que je voudrais faire remarquer, c'est que cette longue séance ne pouvait point être donnée aux affaires politiques, que l'Empereur n'avait pas l'habitude de traiter avec son aide de chambre, quelque lettré qu'il fût.

En dehors de la correspondance de Van Male, il n'existe point, que je sache, d'autre mention du *Libellus* dans les documents contemporains. Dans la propre correspondance de Charles, du moins dans ce qui en a été publié jusqu'ici, autant que j'ai pu voir, il n'en est nulle part parlé. Les années qui suivirent le séjour de Charles à Augsbourg et la formation de ce premier noyau de mémoires, furent remplies par les événements les plus graves : le revirement des affaires d'Allemagne, la levée de boucliers de Maurice de Saxe avec ses funestes conséquences, la désastreuse guerre avec la France durent absorber toute l'activité de l'Empereur et le tenir constamment dans un état de préoccupation peu favorable évidemment à la continuation de l'œuvre commencée en 1550. Ce n'est qu'en 1556 que j'en trouve comme une réminiscence dans le discours que Charles prononça, lors de son abdication, devant les états généraux. La manière dont il y retrace ses nombreux voyages et expéditions rappelle tout à fait ce que Van Male dit du *Libellus :* « Dum scri- » beret in navi peregrinationes suas et expeditiones, quas » ab anno XV^{mo} in praesentem usque diem suscepisset. » Qu'on en juge par quelques passages que j'extrais du *Receuil de ce que l'Empereur dit de bouche aux estatz généraulx de par deçà le XXV^{me} d'octobre* 1555, *après la proposition faicte par le conseillier, noté par quelque bon personnaige estant à ladicte assamblée :*

---

(1) *Lettres sur la vie intérieure, etc.*, p. 3.

« Qu'il y en avoit xxxvi ans qu'il pleut à Dieu que l'Em- » pereur son grand-père fina ses jours; que lors il sollicita » l'élection de l'Empire, non pour ambition d'avoir plus » de seigneuries, mais pour le bien de plusieurs de ses » royaulmes et pays, et principalement de ceux de par » deçà;

» Que pour le mesme effect, doit ce temps-là ençà, il » auroit faict en iceulx pluiseurs voyaiges, qui sont esté : » neuf en Allemaigne, six en Espaigne, sept en Italie, » dix par deçà, quatre en France, tant en paix que en

» guerre, deux en Angleterre et deux en Affricque, que » font tous ensamble quarante, qu'il avoit faict ès provinces » susdictes, sans les visites qu'il avoit faictes en aultres » ses royaulmes, pays et isles, qui sont esté à unes et aul» tres à deux ou trois fois;

» Que, pour ce faire, il avoit esté forcé huyct fois pas» ser la mer de Levant, trois celle de Ponent, sans la fois » qu'il espéroit de brief, par la grâce de Dieu, passer, que » sera la quatrième de ceste mer et la xii^me^ en toutes, sans » le passaige qu'il avoit faict par France pour le remède » des choses qui pour lors se offroient en ces pays, que » ne se doibt tenir pour la moindre (1). »

Si, pendant les six années qui suivirent la première composition du *Libellus*, les indices qui prouveraient que Charles continuait à s'en occuper sont rares et peu certains, il est hors de doute qu'il y revint pendant sa retraite, et ce que nous savons par lui-même du but qu'il se proposait en se remettant à écrire l'histoire de sa vie, nous montre que, dans le travail de Yuste, il ne s'agit plus d'un bref et substantiel récit des faits, mais bien d'un compte rendu complet de son règne, destiné à apprendre à la postérité la vérité sur les choses de ce règne et à combattre les erreurs dans lesquelles étaient tombés ceux qui en avaient jusqu'alors écrit l'histoire.

Voici les renseignements positifs et explicites que nous possédons à cet égard.

Parmi les personnages importants qui vinrent voir l'Empereur à Yuste, se trouva le père François Borja, l'ancien duc de Gandie, qui avait connu intimement et servi Charles, longtemps avant que l'un et l'autre se retirassent du monde. Chargé de missions importantes de la part de la régente d'Espagne, le père Borja vint à Yuste deux fois pendant les derniers mois de 1557, en septembre et en décembre, et y retourna encore, à la demande de l'Empereur, en juillet ou en août 1558. Son biographe, le P. Pedro de Ribadeneyra, qui tenait en grande partie ses renseignements du saint religieux lui-même, rapporte avec beaucoup de détails les très-curieux entretiens que, dans ses visites à Yuste, l'ancien duc de Gandie eut avec l'Empereur, et, après avoir parlé de la mort de celui-ci, il ajoute :

---

(1) Cette pièce a été publiée par M. Gachard, dans les *Analectes belgiques*, pp. 87-91; voyez aussi les observations présentées par notre savant confrère, dans l'introduction à son ouvrage intitulé: *La retraite et la mort de Charles-Quint, au monastère de Yuste*, p. 88.

« No sé qual de las vezes que estuvo el padre Francisco » en Juste con el Emperador, le preguntò Su Magestad, » si le parecia que avia algun rastro de vanidad en escrivir » el hombre sus proprias hazañas? porque le hazia saber, » que él avia escrito todas las jornadas que avia hecho, y » las causas y motivos que avia tenido para emprenderlas : » y que no le avia movido apetito de gloria ni de vanidad » á escrivirlas, sino de que se supiesse la verdad, porque » los historiadores de nuestros tiempos, que él avia leydo, » la escurecian, ó por no saberla, ó por sus aficiones y » passiones particulares (1). »

En examinant de plus près les détails que Charles donne au P. Borja sur l'ouvrage dont il s'occupait à Yuste, on reconnaît aisément que c'est le même que le *Libellus* dont parle Van Male dans ses lettres. L'Empereur en désigne le contenu presque dans les mêmes termes que ceux dont s'est servi Van Male (1); mais cette première esquisse, achevée en six jours, a été développée, agrandie, rendue plus importante et plus complète par l'exposition des causes et motifs qui avaient guidé Charles dans ses principaux actes politiques. L'œuvre, dans cette nouvelle forme, qu'elle avait reçue à Yuste, était destinée à la publicité, car l'Empereur déclare à son pieux interlocuteur qu'il avait écrit pour que la vérité sur les actes de son règne fût connue.

---

(1) *Vida del P. Francisco de Borja, etc., escrita por el padre Pedro de Ribadeneyra,* en Madrid, 1594, in-fol. p. 115.

On verra plus tard que, dans cette nouvelle rédaction, Charles s'était encore servi de la coopération et de l'aide de Van Male; il paraît même que celui-ci, à la mort de l'Empereur, en avait entre ses mains le manuscrit, et que cet inappréciable trésor lui fut enlevé par don Luis Quixada et remis à Philippe II. Les recherches faites à différentes reprises par notre honorable confrère M. Gachard, avec tout le zèle et tout le savoir que nous lui connaissons, laissent sur ce point peu ou pas de doute. M. Gachard termine ainsi l'importante étude sur les commentaires de Charles V, qu'il a insérée dans le second volume de son ouvrage sur la retraite et la mort de l'Empereur (p. CLII) :

« Il resterait à savoir ce que Philippe fit des manuscrits
» de son père. Sur ce point les renseignements nous man-
» quent absolument. A en juger par le caractère et les
» actes connus du fils de Charles-Quint, il n'y aurait rien
» de surprenant à ce qu'il eût jeté ces manuscrits au feu.

---

(1) « Que él avia escrito todas las jornadas que avia hecho : *scriberet in* » *navi peregrinationes suas et expeditiones, quas ab anno XV^{mo} in* » *praesentem usque diem suscepisset.* »

» C'était, on l'a vu, le sort qu'il réservait à l'histoire que
» Van Male aurait écrite. Ce monarque était indubitablement un grand amateur de papiers, comme le remarque
» son historien Cabrera, qui prétend que par eux il remuait
» le monde de son siége royal, et l'on sait qu'il s'occupait
» avec une sollicitude particulière de faire recueillir les
» archives de l'État dans la forteresse de Simancas. Mais
» cela n'empêche pas qu'il ait détruit ou fait détruire
» quantité d'écrits qui pouvaient le compromettre ou
» dévoiler les secrets de sa politique, ou qui contenaient
» des choses dont il ne voulait pas que la connaissance
» parvînt à la postérité. Nous avons rapporté ailleurs comment furent brûlées, par ses ordres, en 1576, sa correspondance avec le grand commandeur de Castille, don
» Luis de Requesens, gouverneur général des Pays-Bas,
» qui était gardée au château d'Anvers, et, en 1593, les
» dépêches qu'il avait adressées au duc de Sessa, au comte
» de Fuentès et au marquis de Cerralvo concernant la
» destitution du duc de Parme, résolue par lui et prévenue
» par la mort de ce prince. Combien d'autres documents
» non moins précieux durent être anéantis de même! Sans
» parler des mémoires de Charles-Quint, que sont devenus
» les papiers de la reine Marie de Hongrie et de don Carlos
» et de don Juan d'Autriche, dont on cherche en vain
» quelque trace dans le grand dépôt de Simancas? »

Une disposition contenue dans le codicille du testament de Philippe II, connue depuis, ne vient que trop à l'appui de l'opinion de M. Gachard. Voici ce que l'on lit dans l'art. 14 de ce codicille : « Y porque es justo poner cobro en
» muchos papeles que yo querria poder reconocer, si mis
» indisposiciones y ocupaciones dieren lugar, mando y es
» mi voluntad que, si no lo hubiere hecho en vida, falle-

» cido que yo haya, se entreguen à don Cristobal de Mora,
» conde de Castel-Rodrigo, todas las llaves que yo tengo,
» así maestras y dobles como de escritorios; las primeras
» para que las dé al príncipe mi hijo, á su tiempo, y haga
» dellas lo que mandare; y las de los escritorios para que
» el mismo don Cristobal y don Juan de Idiaquez se junten con fray Diego de Yepes, mi confesor, con la mayor
» brevedad que fuere possible, y que, hallándose presente
» Juan Ruiz de Velasco, que les prodrá advertir donde
» estaran algunos papeles, abran y vean los tres todos los
» escritorios que yo tengo y se hallaran así en el lugar
» donde fuere mi fallecimiento, como en la villa de Madrid,
» si fuera della succediere; y quiero que todos los papeles,
» abiertos ó cerrados, que se hallaren de fray Diego de
» Chaves, difunto, que fué mi confesor, como se sabe,
» escritos dél para mí, ó mios para él, se quemen allí
» luego en su presencia, habiendo reconocido primero,
» sin leerlos, si entre ellos habrá algun breve, ú otro
» papel de importancia que convenga guardar, el cual se
» apartará en tal caso; y otros papeles de otres qualesquier
» personas, que trataren de cosas y negocios pasados que
» no sean ya menester, especialmente de los defunctos,
» y cartas cerradas se quemarán tambien alí en presencia
» de los mismos (1). »

On le voit, même en supposant que le manuscrit des commentaires ait été conservé par Philippe II et existât encore au moment de sa mort, comment croire qu'il ait pu survivre à des ordres aussi absolus et formulés avec tant de précision. Le passage du codicille concernant les papiers relatifs à des personnes défuntes est évidemment de nature à enlever tout espoir, quand même on voudrait en conserver une dernière lueur, comme M. Stirling le fait (1).

---

(1) C'est à mon honorable confrère M. Gachard que je dois la communication de cette pièce, qui lui avait été envoyée des archives de Simancas, et que M. Lafuente a également publiée dans son *Historia general de España*, tomo XIII, p. 340.

Mais s'il faut accepter comme accompli l'irréparable dommage fait aux intérêts les plus légitimes de l'histoire par la méfiance et les préjugés du fils de Charles V, est-ce à dire que, pour cette question des commentaires, tout soit fini et qu'il n'y ait qu'à clore les recherches en se résignant? Je ne le pense pas. Il reste à revenir au collaborateur de l'Empereur, à Van Male, et à voir si, en dehors du manuscrit des commentaires, il a existé des travaux de celui-ci sur le même sujet, et que sont devenus ces travaux? Ici j'entre dans un nouvel ordre de faits, dont on ne s'est guère occupé encore. Pour résoudre la question que je viens de soulever, il sera nécessaire de remonter de quelques années, et de suivre Van Male depuis l'époque où il écrivit, sous la dictée de l'Empereur, le premier *Libellus*.

III.

Dès les premiers temps de son entrée au service personnel de Charles, Van Male avait réussi à se concilier à un haut degré la faveur et la confiance de son maître. Il existe dans sa correspondance de nombreuses preuves de l'intimité étroite et affectueuse à laquelle l'Empereur avait admis ce serviteur dévoué. Qu'on me permette d'en citer quelques-unes. En 1551, il écrit d'Inspruck au seigneur de Praet : « Ego vivo et valeo et luctor cum laboribus et » miseriis meis; haec tamen eo patientius fero quo me » sentiam in dies hero meo (absit dicto invidia) magis ac » magis placere (1). » Au printemps de la même année, Van Male avait fait une assez grave maladie qui, pendant quelque temps, l'avait tenu éloigné de son service. A cette occasion, « Caesar ipse, » raconte-t-il à de Praet « quo die » primum ad cubiculum redii, amplius duabus horis » familiarissimus collocutus est; dum nihil praetermittit, » quia studiose percunctaretur quid egerim, scripserim, » dixerim, legerim imo somniaverim, etc. (2). » Pendant un des nombreux accès de goutte, dont Charles eut à souffrir à cette époque de sa vie, Van Male écrit à de Praet : » Non potui cetera diligentius perquirere, sum enim ad » lectum Caesaris tanquam ad palum alligatus, neque » possum vel transversum culmum ab eo discedere (3). » Dans les fréquentes insomnies auxquelles Charles était alors sujet, nous trouvons Van Male lui faisant des lectures, qui souvent amenaient des entretiens intimes entre son auguste auditeur et lui, entretiens dont il regrette de ne pouvoir rendre un compte détaillé à de Praet. Charles, quand il est dans les camps, se fait dire ses prières particulières par son fidèle aide de chambre. Il en fait même rédiger par celui-ci de plus intimes à son usage exclusivement personnel. A ce sujet, Van Male raconte, d'une manière fort émue, un incident des plus vifs et des plus curieux, qui montre jusqu'à quel point la confiance de Charles en lui avait grandi, et de quelle importance étaient les confidences qu'il lui faisait. Après avoir mentionné l'habitude qu'il avait de lire à l'Empereur, pendant ses indispositions, les Psaumes et d'autres morceaux de l'Écriture, et d'accompagner ses lectures de paraphrases et explications telles qu'il pouvait les donner, il continue ainsi (1): « Ventum est in hiberna Alpina; ibi Caesar, captata prius » opportunitate, occlusis cubiculi foribus, me vocat, im» perat altum earum rerum quas auditurus essem silen» tium, incipit aperire mihi multa, detegit ipsa praecor» dia, mentem, animum (2), τὸ φίλον ἦτορ, celat nihil. » Ego fere obstupui, imo etiam nunc horresco referens, » malimque perire quam earum rerum quemquam praeter » te conscium reddere. Scribo jam libere, Caesar quiescit; » nox est concubia, abiere arbitri. Longum esset tibi ex» ponere singula, nec ausim propter viarum pericula. » Tandem eo venit colloquium nostrum ut, narratis mihi » omnibus quae unquam ipsi per universam vitae perio» dum accidissent, proferret cartam suapte manu con» scriptam, in qua copiose prosecutus erat quae cuperet a

---

(1) « If this report of Van Male's table talk (voyez plus bas p. 243) be true, it » seems plain that the loss of the curious memoirs of Charles the Fifth, composed by himself and translated into latin by an elegant scholar — if indeed they are lost and not only buried in some forgetten hoard of spanish » historic lore, — may be added to the black catalogue of the misdeeds of » his dull, bigoted and cruel son. » (*The cloister life of the emperor Charles the Fifth*, by William Stirling, third edition. London, 1853, pp. 293 suiv.)

---

(1) *Ep. Malinaei XVI,* dans les *Lettres sur la vie intérieure, etc.,* p. 47.

(2) *Ep. Malinaei XXIII, ibid.*, p. 63. Le manuscrit porte : *Caesar ipse quotidie. Primum ad cubiculum redii,* ce qui ne donne aucun sens. De Reiffenberg pense qu'il y a un mot à suppléer, par exemple, *plaudit.* C'est une erreur; il est évident qu'il faut lire : *Caesar ipse, quo die primum ad cubiculum redii, amplius duabus horis familiarissimus collocutus est.*

(3) *Ep. Malinaei XIX,* p. 54.

---

(1) *Ep. Malinaei XII*, p. 31.

(2) M. de Reiffenberg a laissé une lacune dans le texte, après les mots *mentem*, *animum*. Dans le manuscrit se trouvent, à cette place, les mots τὸ φίλον ἦτορ, que j'ai restitués dans le texte.

» me in compedium redigi ad formulas precum quotidia-
» narum. Legi, relegi, intellexi, probe absolvi quae jus-
» serat intra dies aliquot, quia saepe numero erant retrac-
» tanda nonnulla quae vel ipse parum meminerat, vel
» rerum consideratione paulo diligentiore censebat postea
» immutanda. »

L'ayant admis à ce degré d'intimité, on doit trouver naturel que Charles ait compris Van Male parmi les serviteurs qui devaient l'accompagner dans sa retraite, et qu'il y ait continué à l'employer à la rédaction de ses commentaires. A ce sujet, nous ne sommes pas réduits à des conjectures seulement, il y a un témoignage du cardinal Granvelle qui confirme le fait et dont je parlerai plus loin; et bien mieux, il s'est conservé, tout à fait inaperçu jusqu'ici, un fragment assez étendu, sinon du texte même des mémoires de l'Empereur, ce que je n'oserai affirmer, bien que ce ne soit pas impossible, mais bien certainement des travaux de Van Male avec son maître.

On sait que Sepulveda, nommé, dès 1536, historiographe de l'Empereur et occupé à écrire l'histoire de son règne, vint, en 1557, à Yuste, rendre ses devoirs à Charles. Il s'établit à cette occasion des relations assez intimes entre lui et Van Male, qui paraît même avoir reçu Sepulveda dans sa maison. La communauté de goûts et d'études qui existait entre eux explique suffisamment ces rapports. Sepulveda vit aussi don Luis d'Avila, le grand commandeur d'Alcantara, l'historien de la guerre d'Allemagne, qui se trouvait également à Yuste, où il venait de recevoir les célèbres commentaires de Sleidanus *De statu religionis et reipublicae, Carolo Quinto Caesare,* qui avaient paru, quelque temps auparavant, à Strasbourg. Tous les deux, d'Avila et Van Male, engagèrent beaucoup Sepulveda à prendre connaissance de cet ouvrage dans l'intérêt de son propre travail sur les affaires d'Allemagne. Sepulveda leur avait communiqué la partie de son histoire qui comprenait les dernières guerres de l'Empereur avec la France, et ils y avaient relevé une omission importante. Sepulveda avait passé sous silence la fameuse campagne où Térouanne et Hesdin, après des siéges fort mémorables, furent pris par les troupes impériales. Sur les observations de ses deux amis, il leur promit de combler cette lacune et de lire Sleidanus que d'Avila offrit de lui envoyer (1).

Après son départ de la résidence de Charles, Sepulveda entretint une correspondance avec Van Male, dont il ne s'est conservé, que je sache, qu'une seule lettre, imprimée d'abord dans le recueil des lettres de Sepulveda qui parut à Salamanque en 1557, et reproduite dans l'édition de ses œuvres publiée à Madrid en 1780. Cette lettre est fort longue et fort intéressante par la forme autant que par le fond. Sepulveda, après avoir exprimé à Van Male toute l'affection et toute la reconnaissance qu'il lui porte (2), lui raconte son voyage depuis son départ de Yuste, les accidents, les dangers, les fatigues de toute espèce contre lesquels il eut à lutter et à la suite desquels il était tombé sérieusement malade. A peine convalescent, il avait repris ses études favorites, et s'était occupé d'abord des commentaires de Sleidanus. Il rend à Van Male un compte détaillé des qualités et des défauts de cet historien, auquel il reproche entre autres d'avoir trop négligé les événements qui ne concernent pas directement les affaires religieuses et les entreprises des novateurs. Et à cette occasion, il dit : « Certe Teruennae dirutae Hesdinique recepti historiam, » cujus praetermissae culpam vos mihi ut crimen et in- » signem negligentiam objiciebatis, ille quinque ac sex » versiculis absolvit. Quo magis nobis enitendum est, » us res tanta, quantam vos fuisse dicitis, scriptis nostris » pro dignitate, si qua facultas erit, celebretur. Quo tuum » de illius belli commentariis promissum atque receptum » cupidius expecto. »

---

(1) « Ac primum omnium Joh. Sleidani commentarios lectione percurrere » placuit, quos Lud. Avila noster, religiosorum equitum ex Alcantara prae» fectus, ut te praesente receperat, nuper ad me misit ea conditione, ut per» lectos statim remitterem, quos mihi usui esse posse, ambo mihi vere con» firmastis, ad ea recognoscenda quae ipse de rebus Germanicis conscri» pseram. » (Voy. la lettre de Sepulveda à Van Male, citée dans la note 2.)

(2) « Nolim, optime et doctissime Guilielme, ulla mea vel oblivione tui, » vel negligentia factum fuisse putes, ut ad te tam sero scriberem deque » meis rebus certiorem facerem, quod me primo quoque tempore facturum » receperam. Nam me tua vel singularis virtus vel perspecta humanitas ita » nuper cepit, officiisque demeruit, ut tui et tuorum in me meritis oblivisci » sine crimine non possim. Accedit studiorum communitas, magna benevo» lentiae inter viros probos conciliatrix... » (Voy. *Sepulvedae Epistola CII*, fol. 274, ed Salamanc., et t. III, p. 551, de l'édition de Madrid.)

Quels pouvaient être ces commentaires que Van Male avait promis à Sepulveda, afin que celui-ci en fît usage pour son histoire? Je n'oserais affirmer *a priori* qu'il s'agisse ici d'une partie des mémoires de l'Empereur, où celui-ci traitait de ses dernières guerres avec la France; mais quand on examine attentivement le récit que Sepulveda fait des événements qui se passèrent à Térouanne et à Hesdin, on demeure comme frappé de l'extrême différence qui existe entre cette partie de son ouvrage et tout le reste. Après avoir raconté d'une manière assez abrégée la marche et les événements de la guerre en Italie, Sepulveda revient tout à coup, et sous forme d'intercalation en quelque sorte, à l'histoire de la guerre dans les Pays-Bas, et n'en donne que l'épisode de Térouanne et de Hesdin, auquel il consacre seize longs chapitres (1). Aussitôt qu'il en commence le récit, sa narration change visiblement d'allure et de caractère : de générale et succincte, elle devient spéciale et développée, presque outre mesure, au moins eu égard aux proportions générales de l'ouvrage. Il entre sur tout ce qui se passa devant ces deux villes dans des détails minutieux et tout à fait particuliers, puisés évidemment dans des documents officiels, qui ne pouvaient être que les rapports envoyés à l'Empereur par ses généraux. Il sait ce qui se passe à la cour de Charles, les nouvelles qui y arrivent, l'effet qu'elles produisent sur l'Empereur; il connaît les délibérations des conseils de guerre, les demandes que les généraux adressent à l'Empereur, les réponses qu'il donne. Son récit des opérations, des mouvements et des travaux qui amenèrent la prise des deux villes, est un véritable extrait du journal du siége qui renferme jusqu'aux chiffres et quelquefois jusqu'aux noms des morts et des blessés. Mais ce n'est pas seulement la partie militaire des événements qu'il traite à fond, il connaît encore tout ce qui concerne les négociations avec les généraux ennemis : on dirait qu'il a pu consulter les rapports et les procès-verbaux des négociateurs; il sait ce qui a été dit de part et d'autre dans chacune de leurs réunions.

Le caractère et l'importance du récit de Sepulveda ressortent encore davantage, quand on le compare avec d'autres récits spéciaux des mêmes événements qui se trouvent dans des auteurs contemporains.

Les deux principaux sont, du côté des Français, celui de François de Rabutin, dans ses *Commentaires sur le faict*

---

(1) Sepulveda, *de Rebus gestis Caroli V*, l. XXVIII, cap. XXIV-XXXIX, éd. de Madrid, t. II, p. 457-467.

des dernières guerres en la Gaule Belgique (1), et du côté des Espagnols, celui de Sandoval, dans son Histoire de Charles V (2). Rabutin raconte les événements en homme qui les a vus de près. Sa narration est détaillée, intelligente et attachante à la fois par un air de vérité et de sincérité qui plaît; mais il ne sait que ce qui se passe chez les Français, et encore ne le sait-il pas comme quelqu'un qui a dirigé, mais comme quelqu'un qui a combattu et qui a appris des autres ce qu'il n'a pas vu lui-même. Sandoval a écrit d'après de bonnes sources; il est évident qu'il a consulté des relations militaires authentiques, mais il n'a que cela, et seulement pour le siége et la prise de Térouanne; sur celle de Hesdin, il ne donne que quelques lignes qui ne méritent pas d'être mentionnées. Aucun des deux n'atteint de loin à la hauteur où est placé l'auteur du récit dans Sepulveda, qui raconte avec une autorité si manifeste, une sûreté d'information si grande, un choix si intelligent des faits essentiels et principaux, qu'on sent à chaque page, qu'il a puisé à la source d'où partait le commandement et où aboutissaient tous les rapports et toutes les informations.

Le passage de la lettre de Sepulveda à Van Male, que je viens de citer, explique ce que, au premier abord, il y a d'extraordinaire dans ce fait. En écrivant cet épisode, Sepulveda avait sous les yeux les commentaires que Van

---

(1) *Commentaires sur le faict des dernières guerres en la Gaule Belgique, entre Henry second, très-chrestien roy de France, et Charles cinquiesme, empereur,* dediez au duc de Nivernois, pair de France, par François de Rabutin, gentilhomme de sa compaignie. Paris, Michel de Vascosan, MDLV, in-4°; et aussi dans Petitot, *Collection complète des mémoires relatifs à l'histoire de France,* tomes XXXI et XXXII.

(2) Sandoval, *Vida y hechos del emperador Carlos Quinto,* lib. XXXI, § XL.

Male, selon sa promesse, lui avait envoyés. Le doute à ce sujet n'est pas possible; mais il est difficile de préciser si la communication de Van Male comprenait la partie des mémoires de l'Empereur où il avait décrit ces événements et dont Charles l'aurait autorisé à faire part à Sepulveda, ou si c'étaient plutôt des annotations plus développées ou composées par Van Male, d'après les documents et les indications que ses travaux avec l'Empereur avaient mis à sa portée. A ne considérer que la forme du récit, je penche plutôt pour cette dernière opinion. Quoi qu'il en soit, quand on aura pris connaissance de ces seize chapitres de Sepulveda, on regrettera, j'en suis sûr, comme je le fais, que Van Male n'ait pas étendu à des parties et à des événements plus importants du règne de son maître ses précieuses communications.

Après la mort de Charles, auquel il paraît avoir donné des soins jusque dans ses derniers moments, Van Male se retira à Bruxelles, où probablement il obtint la conciergerie de la maison du Roi, dont, à en juger par une mention dans le testament de l'Empereur, celui-ci avait demandé pour lui la survivance à Philippe II (1). Il y mourut le

---

(1) « A Guillermo de Male, ayuda de mi cámara, que tiene trezientos florines de gajes al año, es mi voluntad que, si tomare la possession, y començare a gozar antes de mi fallecimiento de la consergia de la casa de Bruselas que el Rey mi hijo le ha hecho merced, para despues de los dias del que lo posee, tengo por bien de hazelle merced en tal caso de sesenta y dos florines al año de pension por su vida, y despues de yo fallecido, mientras no gozare de la dicha consergia, de ciento cincuenta florines al año de pension, hasta que vaque, y desde que vacare, que le den y goze los dichos sesenta y dos florines de como dicho es, que lo demàs se consuma : y demàs desto sesenta mil maravedes de ayuda de costa por una vez. » Voy. *Testamento del emperador Carlos Quinto*, dans Sandoval, ouvrage cité, t. II, p. 798, édition de Valladolid, 1606.

1^er^ janvier 1561. Lorsque la nouvelle de son décès fut arrivée en Espagne, Philippe II écrivit au cardinal de Granvelle une lettre datée de Tolède, le 17 février 1561, dans laquelle on lit ce qui suit (1) : « He entendido que podria » ser que Molineo escriviese alguna historia de Su M^d^ que » aya gloria, y que podria ser que en ella se alargase y » pusiese cosas no verdaderas ni dignas de que se scri» vieran de quien mereció que se dixese tanto bien; pues » él es muerto, bien será que, como á otro fin, y sin que » se entendia nada desto, hagais luego buscar sus escri» turas, y si entre ellas ó de otra manera halláredes esta, » me la embieis para que se quemen, como lo merezerán : » y con esto acabo, porque en leyéndola, entendais en » hazer esta diligenzia qui aquí digo. »

Granvelle répondit, le 7 mars, de Bruxelles au Roi, dans ces termes (2) : « Muerto Molineo, ántes que viniessen las » cartas de V. M., havia ya tenido yo cuidado de inquirir » si havia dexado algunos papeles, y señaladamente por » saber si hazia historia, y esta diligencia hize por la » mesma razon que V. M. apunta, dubdando que se hu» viesse puesto á dezir cosa que no conveniesse; mas no » se ha hallado papel ninguno desta materia, y he sabido » que muchos dias ántes que muriesse, rasgó y quemó » muchos papeles, y que viviendo se havia quexado mu» chos vezes á algunos amigos suyos hasta llorar, de que » muerto et Emperador (que en sancta gloria sea) le hu» viesse quitado Luis Quixada quasi por fuerça las me» morias que havia hecho con S. M., diziendo que eran sus

---

(1) Voy. *Papiers d'État du cardinal de Granvelle,* dans la *Collection des documents inédits sur l'histoire de France,* t. VI, p. 271.

(2) Même ouvrage, p. 290.

» travajos, mas que en fin tenia en la memoria buena
» parte de lo que en ellas havia, y que esperava algun
» dia escrivir algo por memoria de su amo, lo qual dezia
» que no havia aun empeçado, por haver estado por acá
» siempre achacoso y doliente. »

Constatons les faits importants qui sont signalés dans cette correspondance. A la cour d'Espagne, on savait que Van Male avait eu l'intention d'écrire l'histoire de Charles V, et Philippe II craignait que l'ancien aide de chambre de son père n'y produisît des choses contraires à la vérité ou peu dignes de la mémoire de l'Empereur. Il faut donc que Van Male ait parlé de ce projet ou ait manifesté d'une manière quelconque qu'il s'en occupait, et cela soit avant la mort de Charles, soit depuis, et à des personnes qui le rapportèrent à Philippe II. Je suis assez porté à croire qu'on n'en parla au Roi que lorsque la nouvelle de la mort de Van Male fut arrivée en Espagne. Si Philippe avait connu du vivant de celui-ci son projet, il est très-probable qu'il eût pris des mesures pour l'empêcher d'y donner suite. Mais ce projet devait être connu aussi dans les Pays-Bas, car Granvelle assure, dans sa réponse au Roi, que déjà avant de recevoir sa lettre, il avait pensé qu'il pourrait bien se trouver dans l'histoire faite par Van Male des choses inconvenantes. Quant à ce dernier point, j'avais pensé d'abord que la crainte de Philippe ne pouvait guère être sérieuse : tout le passé de Van Male, la nature de ses rapports avec l'Empereur, l'affection que celui-ci lui portait, devaient suffire pour la démentir. Je penchais fort à n'y voir qu'un prétexte mis en avant par le Roi, afin de justifier aux yeux de Granvelle la mesure qu'il lui ordonnait de prendre à l'égard des papiers de Van Male. Je me disais que Philippe pouvait éprouver le besoin d'une pareille justification, en se rappelant la conduite tout opposée que son père avait tenue dans une circonstance semblable. Deux historiographes (*coronistas*) de l'Empereur, Florian de Ocampo et Gines Sepulveda, étant fort âgés, Charles, à Yuste, dans la prévision de leur mort prochaine, avait insisté auprès de la régente d'Espagne pour que, en temps utile, des mesures conservatrices fussent prises à l'égard des travaux, manuscrits, etc., qu'ils pourraient laisser à leurs décès (1). Mais la manière dont Granvelle s'exprime dans sa réponse au Roi me force de renoncer à cette opinion. Il affirme que, déjà avant de recevoir les ordres du Roi, il avait craint que l'œuvre de Van Male ne renfermât des choses inconvenantes. L'appréhension de Philippe n'était donc pas un prétexte, comme celle de Granvelle, elle devait reposer sur des faits que nous ignorons et dont le Roi et son ministre avaient connaissance.

De leur correspondance ressort encore un autre fait qui mérite la plus sérieuse attention, c'est que, malgré l'enlèvement des papiers qui renfermaient ses travaux avec l'Empereur, Van Male entretenait le projet d'écrire l'histoire de son maître, et qu'il croyait posséder, dans sa mémoire et probablement aussi dans des papiers ou notes à lui, qu'il avait pu conserver, les matériaux nécessaires à cet effet.

Quand on considère la position que Van Male avait occupée auprès de Charles V, les confidences intimes que celui-ci lui avait faites dans plus d'une occasion, la connaissance que, par sa collaboration aux commentaires de l'Empereur, il avait de la manière dont Charles envisageait les événements de son règne, jugeait les hommes et les choses; quand, d'un autre côté, on tient compte du talent d'écrivain de Van Male, de l'élégance et de la facilité de son style latin, tel que sa traduction de l'histoire d'Avila et sa correspondance nous le montrent, de son instruction classique plus qu'ordinaire ; quand on se rappelle que de tout temps il s'était occupé de travaux historiques, et qu'avant d'être attaché au service de la personne de l'Empereur, son ambition avait été de devenir son historiographe (1), on conçoit aisément que le désir lui soit venu d'écrire l'histoire de son maître, en mettant à profit les données précieuses qu'il possédait. Ce désir il pouvait le réaliser, soit en agrandissant le premier *Libellus*, dont certainement il avait conservé une copie, soit en composant sur nouveaux frais une histoire du règne de Charles V, d'après ses propres notes et souvenirs.

---

(1) Voy. Stirling, *Cloister Life, etc.*, pp. 225-226.

Dans la lettre de Granvelle au Roi, l'époque des entretiens dans lesquels Van Male faisait part à ses amis de son projet n'est point précisée, et il est fort possible que ses plaintes sur l'enlèvement de ses papiers et l'annonce de ce projet, aient eu lieu déjà dans les premiers moments qui suivirent son retour de Yuste et son établissement à

---

(1) Voy. *Ep. Malinaei IV,* dans les *Lettres sur la vie intérieure de l'empereur Charles-Quint,* p. 9. « Omnis mihi spes reposita erat in quiete et otio,
» quod post longas tandem peregrinationes optabam contingere posse libe-
» rum et litterarium; ita enim interpretabatur ducentorum florenorum sala-
» rium illud, *ut in Belgio conquiescenti historiae scribendae munus in-*
» *jungeretur,* ad quam rem adjutoribus uterer iis, penes quos est rerum
» arcanarum nudae veritatis arbitrium et cognitio; erat enim operam suam
» mihi pollicitus Nicolaus Nicolai, D. Eleemosynarius aliique nonnulli, qui
» multa ostenderent ad historiae fidem ac seriem conducibilia. »

Bruxelles. Rien dans les documents que nous avons sous les yeux ne prouve que la mort l'ait surpris sans qu'il ait pu donner suite à son projet, et comme, depuis son retour d'Espagne jusqu'à sa mort, il s'est écoulé un laps de temps qui dépasse deux ans, il a très-bien pu achever une édition augmentée du *Libellus* ou un travail historique propre plus ou moins complet. Il est encore possible que, se rappelant ce qui lui était arrivé à la mort de l'Empereur et les violences de Quixada, il ait cherché à mettre ses travaux à l'abri d'un sort pareil, en les déposant entre les mains d'amis sûrs, et en confiant à ces amis le soin de les publier après sa mort. Certes, il n'y a que des conjectures à former à ce sujet, conjectures que je ne mentionnerais même pas et sur lesquelles j'insisterais encore beaucoup moins, si des faits, inaperçus jusqu'ici, ne venaient à leur appui et n'autorisaient à croire qu'il a existé des travaux de Van Male sur le règne de Charles V, et qu'on était parvenu à les soustraire aux recherches du roi d'Espagne et de son ministre. C'est sur ces faits que je désirerais appeler tout spécialement l'attention de mes honorables et savants confrères.

A peine Charles V eut-il cessé de vivre que déjà on s'empressa presque à l'envi d'écrire l'histoire de son règne. L'Allemand Staphylus, le Belge Snoekaert van Scouwenburg, et l'Espagnol Ulloa publièrent, encore dans l'année qui suivit la mort de l'Empereur, des ouvrages, dont les deux premiers surtout ne sont que des panégyriques dans le goût du temps, entremêlés d'anecdotes auxquelles il ne vaut guère la peine de s'arrêter. Deux ans plus tard, en 1561, parut, à Venise, un livre qui, bien que n'étant au fond qu'un résumé rapide et des plus succincts, répond cependant beaucoup mieux aux conditions d'une histoire sérieuse. Son auteur est un noble vénitien, connu aussi comme littérateur, Lodovico Dolce, son titre : *Vita dell' invittiss. e gloriosiss. imperador Carlo Quinto, discritta da M. Lodovico Dolce.* In Vinegia, appresso Gabriel Giolito de' Ferrari, MDLXI. In-4°.

Voici ce que je lis à la page 165 de cet ouvrage :

« Sapeva (Carlo Quinto) benissimo la lingua francese;
» e dicesi che egli, a imitatione di Giulio Cesare, com-
» pose in questo linguaggio alcuni bellissimi commentari
» delle cose da lui fatte, i quali, come odo, hora si tradu-
» cono in latino e si daranno fuori : e cio fece per dimo-
» strare al mondo, che i moderni historici si sono in molte
» cose ingannati. »

Établissons les faits qui se déduisent de ce passage de Dolce. Son livre parut à Venise à la fin de janvier ou au commencement de février 1561; la dédicace au duc Emmanuel Philibert de Savoie est datée du 28 janvier 1561. A cette époque, c'est-à-dire un mois à peu près après la mort de Van Male, on savait donc à Venise que Charles V avait écrit des commentaires, fait jusqu'alors connu d'un très-petit nombre de personnes, que ces commentaires étaient rédigés en français, qu'on les traduisait en latin et qu'ils seraient publiés. Quand on se rappelle le secret qui, jusqu'alors, avait entouré tout ce qui concernait ces mémoires (1), on peut se demander comment des détails si positifs aient pu en être connus à Venise. A cette question, parfaitement autorisée, il n'y a qu'une réponse : c'est que Van Male lui-même, avant sa mort, ou ses amis, après sa mort, avaient pris des mesures pour faire paraître à Venise, c'est-à-dire hors de la juridiction du roi d'Espagne, le premier *Libellus*, je dis le premier *Libellus,* car les mémoires rédigés à Yuste se trouvaient entre les mains de Philippe II et très-probablement n'existaient plus. Il est évident que la traduction latine dont parle Dolce n'avait pu être transmise à Venise que par son auteur, qui était Van Male, ou par ses amis qui la tenaient de lui.

---

(1) Dans les Pays-Bas on connaissait si peu leur existence, que Snoekaert van Scouwenburg, qui, dans son ouvrage *De republica, vita, moribus, gestis, fama, religione, sanctitate imperatoris Caesaris Augusti, Quinti Caroli maximi monarchae*, publié en 1559, s'intitule *Auratae militiae eques, imperatoris Caroli maximi olim, postea Philippi regis Hispaniae consiliarius et bibliothecarius*, pouvait encore, dans une édition de son livre qui parut en 1562, écrire ce qui suit : « Caesar noster Carolus re-

Mais ce n'est pas tout. Deux mois après la publication de Dolce, le 3 avril 1561, un autre littérateur de Venise, Girolamo Ruscelli, écrivit à Philippe II une lettre fort longue, fort intéressante et fort instructive pour nous à plus d'un titre, dont le but était d'engager le roi d'Espagne à faire choix d'un historien qui pût écrire l'histoire des princes de la maison d'Autriche et particulièrement celle de Charles V. A cet effet, Ruscelli expose au Roi comment, d'après lui, le futur historien de l'Empereur devait procéder pour s'acquitter convenablement de sa tâche; il dit, à cette occasion, à Philippe que l'Espagnol Ulloa et l'Italien Dolce avaient déjà publié des histoires de la vie de Charles, et qu'en dernier lieu, Bernardo Tasso (le père du poëte) lui avait montré quelques pages d'une vie de l'Empereur qu'il venait d'écrire, comme ayant été témoin de beaucoup de choses faites par Charles dans plusieurs de ses entreprises.

» rum suarum nullos scripsit ipse commentarios, Christum et Socratem et » Alexandrum Magnum in hoc imitatus, quamquam, si voluisset, commo- » dius quam ego multo, aut alius quivis id perficere potuisset. » (Lib. III, § XXXIII.)

« Et vedendo io, continue Ruscelli, ch' egli (Bernardo
» Tasso) molto caldamente s'affatica per condurla a fine,
» l'ho consigliato ad andar lentamente, non già nel venirla
» scrivendo, ma nel darla fuori, allegandoli per ragion
» principale, che essendo egli hora il terzo a scriverla,
» gli si convien far conoscere al mondo d'haverla fatta in
» modo, che si debbia veramente conoscer per altra da
» tutte l'altre. Il che però in cosa tale nè egli, nè altri non
» potrà fare, se non ha copia ò abondanza d'informationi
» delle cose di quel principe, et non sien quelle stesse, che
» son già note, e stampate, ò publiche. Et però gli ho
» ricordate due cose. L'una, che egli stesso il predetto
» imperator Carlo Quinto era venuto scrivendo in lingua
» francese gran parte delle cose sue principali, come già
» il primo Cesare di molte delle sue proprie fece, et che
» s'aspetta di hora in hora d'haverle in luce fatte latine
» du Guglielmo Marinde. L'altra, che in Ispagna si tiene
» ordinariamente un cronista, il quale ha questa parti-
» colar cura di venir giornalmente scrivendo le cose del
» re loro (1). »

Le passage de Dolce avait montré qu'au mois de janvier 1561, la publication de la traduction latine des commentaires de Charles était en voie d'exécution à Venise; celui de la lettre de Ruscelli prouve que, trois mois plus tard, au commencement d'avril, on s'attendait à la voir paraître d'un moment à l'autre. Le nom de l'auteur de la traduction est encore inconnu à Dolce, du moins il ne le cite pas. Ruscelli sait ce nom, il l'appelle Guglielmo Marinde, qui n'est autre que notre Guillaume Van Male. Sur le titre de sa traduction de l'ouvrage de d'Avila, Van Male donne lui-même la forme latine de son nom, qui est *Malinaeus,* que les Espagnols changeaient en *Malineo* et dont l'Italien Ruscelli fait *Marinde.*

---

(1) Voy. *Lettere di principi, le quali ò si scrivono da principi, ò a principi, ò ragionan di principi.* Libro primo, terza editione. In Venetia, appresso Giordan Ziletti e compagni, MDLXX, in-4°, f. 221.

On le voit, cette mention de Ruscelli lève tout doute sur l'existence du travail de Van Male; elle explique aussi pourquoi ce travail n'a point été publié à Venise, quoiqu'il soit incontestable qu'il s'imprimait au moment où Ruscelli écrivait sa lettre. Il y a vraiment comme une ironie du sort dans les circonstances qui ont dû en empêcher la mise au jour : les efforts faits à Bruxelles pour s'en saisir restent infructueux, le manuscrit échappe aux investigations de Granvelle, il s'imprime à l'insu et hors de l'atteinte, disait-on, du roi d'Espagne, et lorsqu'il est sur le point de paraître, la malencontreuse confidence de Ruscelli, qui ignorait les recherches faites après la mort de Van Male, vient révéler sa prochaine publication précisément à celui qui, dans l'intérêt de l'histoire, aurait dû l'apprendre le dernier, à Philippe II. Les détails que Dolce en avait donnés ne paraissent point avoir été connus immédiatement en Espagne. La communication de Ruscelli, qui lui était directement adressée, mettait Philippe au courant de tout, et le provoqua, n'en doutons point, à agir, afin d'atteindre à Venise ce qui lui avait échappé à Bruxelles. Et il n'a que trop bien réussi, soit en obtenant que l'impression commencée ne fût pas achevée, soit en faisant acheter et supprimer l'édition entière après son achèvement. Quels que soient les moyens qu'il employa, il est certain que rien n'a paru à Venise ni ailleurs en Italie : les recherches multiples et actives que j'ai faites, en dernier lieu avec l'aide d'un travail bibliographique d'un rare mérite (1), ne me laissent malheureusement aucun doute à cet égard. La notice de Ghilini, dans son *Teatro d'huomini letterati*, qui paraît affirmer le contraire, est dénuée de fondement (2).

Si les efforts de Philippe empêchaient l'ouvrage de Van Male de paraître, le fait que Charles V avait laissé des mémoires n'en fut pas moins connu dans les autres pays, comme il l'avait été d'abord en Italie. En Espagne, Ambrosio de Morales en parle déjà en 1564, dans une lettre à Zurita, citée par M. Gachard. En France, Brantôme le raconte d'après la lettre de Ruscelli, dont le recueil avait été traduit en français par Belleforest. Cette lettre de Ruscelli est devenue la source commune et unique dans laquelle ont puisé les auteurs de recueils d'histoire et de critique littéraires, qui mentionnent les commentaires de Charles V, tels que Valère André, Sweertius, Sanderus, Bayle, Adrien Pars, Lacroix du Maine, Meusel, etc. Tous reproduisent la notice de Ruscelli sans rien y ajouter.

Mais cette tentative de publier l'œuvre de Van Male à Venise, est-elle la seule qui ait été faite, ou y a-t-il lieu de croire qu'on ait encore essayé de la faire paraître ailleurs? Il existe une affirmation positive, d'après laquelle le

---

(1) Voyez *Bibliografia dell' imperatore Carlo V°*, dans l'ouvrage intitulé : *Della venuta e dimora in Bologna del sommo pontefice Clemente VII, per la coronazione di Carlo V° imperatore, celebrata l'anno MDXXX. Cronaca, etc., pubblicata di* Gaetano Giordani. Bologna, 1842, in-8°, pp. 115-160.

(2) Voici ce que dit Ghilini, ouvrage cité, vol. 2, p. 50, s. v. : *Carlo d'Austria, imperadore.* « Farò dunque menzione delle opere sue, che publicate, » accrescono non poca fama al suo per altro celebratissimo nome, e sono : » *Istoria delle cose da lui fatte,* la qual scrisse in lingua francese, ad imita- » zione di C. Giulio Cesare. »

Libellus aurait été imprimé et aurait paru. Antoine Teissier, historien et littérateur, en dernier lieu historiographe du premier roi de Prusse et précepteur du père du grand Frédéric, publia à Genève, en 1686, un recueil bibliographique qui devait faire suite à la Bibliothèque de Labbé, sous le titre *Catalogus auctorum qui librorum catalogos, indices, bibliothecas, virorum litteratorum elogia, vitas aut orationes funebres scriptis consignarunt.* En 1705, parut, encore à Genève, un *auctuarium* à ce catalogue, et à la page 36 de cet *auctuarium* se trouve la notice suivante : *Carolus Quintus scripsit de propria vita libellum, qui prodiit Hanoviae* 1602. Cette notice est répétée dans les mêmes termes dans l'appendice de l'*auctuarium*, page 5. Elle a été reproduite par Foppens, dans son édition de la *Bibliotheca Belgica* de Valère André, et se trouve aussi dans le recueil manuscrit de Paquot, qui est conservé à la Bibliothèque royale, section des manuscrits. Les deux Mencken, dans leur *Bibliotheca virorum militia atque scriptis illustrium,* en parlent également, mais émettent des doutes sur sa publication. Voici ce qu'ils disent : « Carolum Magnum » excipiat Carolus V imperator, qui, ut inter fortissimos » belli duces optimo jure referendus est, ita inter scriptores quoque locum obtinet. Ut enim nihil dicamus de » regulis quibus filium Philippum II instructum voluit, » anno MDLVII compositis, quas Leti et Teisserius publici » juris fecerunt, celebrantur vulgo commentarii quos de » rebus a se gestis gallice eum consignasse ferunt. At eos » lucem nondum aspexisse proclive est. Etsi enim et Adria» nus Pars quendam ejus librum lingua belgica Gandavi » 1599 fol. prodiisse testetur (1), et Antonius Teisserius

---

(1) C'est une erreur des Mencken. Adrien Pars (*Index Batavicus*, p. 428),

» diserte scribat Caroli Quinti de propria vita libellum » Hanoviæ a. 1602 prodiisse, adhuc tamen eum in manu» scriptis latere nonnullis de causis existimaverim. » Joh. Vogt, dans son *Catalogus historico-criticus librorum rariorum*, reproduit mot à mot l'opinion des Mencken, sans s'expliquer plus qu'eux sur les motifs de son doute. Il se contente de dire : *si extant* (*commentarii*), *certe rarissimi sunt*.

A la première vue de la notice de Teissier, je fis à peu près comme les Mencken, je doutai; mais un examen plus approfondi des mentions que cette notice renferme, modifia bientôt cette première impression, et me porta à continuer mes recherches. Je dus d'abord me dire que la probité littéraire, le caractère bien connu de Teissier excluent jusqu'au soupçon qu'il ait pu inventer cette notice; il a pu être induit en erreur par d'autres, mais à coup sûr, en écrivant les paroles citées, il avait devant lui des preuves quelconques qui, à ses yeux, mettaient la publication du *Libellus Caroli Quinti de propria vita* hors de doute. Puis ce titre de *Libellus* me frappa. Qu'on veuille bien se rappeler que c'est ainsi que Van Male désigne la première rédaction, le noyau des commentaires de l'Empereur, qu'il composa en 1550 pendant son voyage sur le Rhin. Or, ce titre de *Libellus* ne se trouve absolument que dans la lettre de Van Male au seigneur de Praet, où les circonstances de la composition du *Libellus* sont racontées, et cette lettre, ainsi que tout ce qui reste de la correspondance de Van Male, n'a été publiée qu'en 1843. Teissier ne pouvait donc pas savoir, en 1705, que Van Male donnait à l'œuvre de

---

ne parle que d'un recueil de lois, ordonnances, etc., de Charles-Quint, publié à Gand en 1599.

Charles V le nom de *Libellus,* et à moins de recourir à un hasard des plus étranges, on ne peut expliquer la mention de ce titre dans sa notice qu'en admettant que la version de Van Male a été réellement imprimée et a paru sous son véritable nom, celui que le traducteur lui donne dès 1550. Mon attention fut encore attirée par la date que Teissier assigne à la publication. Le sort qu'avait eu la tentative de publier à Venise le *Libellus* avait dû rendre fort circonspectes les personnes qui s'en étaient chargées, et on comprend qu'elles n'aient guère songé à faire un nouvel essai, tant que régnait Philippe II. Aussi attendit-on que ce monarque eût cessé de vivre. Il mourut en 1598, et quatre ans après, en 1602, paraît le *Libellus.* Cette date est donc parfaitement expliquée par les faits que je viens de retracer.

Une dernière considération se rapporte au lieu de la publication. Au commencement du XVII^me^ siècle, il existait des relations d'une nature particulière entre les Pays-Bas et la ville de Hanau. Le suzerain de celle-ci, le comte Philippe Louis II de Hanau-Munzenberg, avait épousé une princesse de Nassau, fille du Taciturne, et connue, dans l'histoire, sous le nom de *Catharina Belgia.* Par suite de ce mariage, il entretenait des rapports nombreux et suivis avec les Pays-Bas, et recevait, dans sa ville de Hanau, beaucoup de personnes que des motifs politiques ou religieux avaient amenées à quitter nos provinces. Un quartier nouvellement construit fut spécialement assigné à ces réfugiés, et le comte, qui donnait des soins particuliers à tout ce qui pouvait relever les intérêts moraux et matériels de ses populations, y avait fondé entre autres établissements une imprimerie dans laquelle s'imprimaient beaucoup d'ouvrages qui ne pouvaient point paraître ailleurs. Dans ces circonstances, on s'explique aisément que le *Libellus,* dont la publication dans les Pays-Bas aurait probablement rencontré des difficultés, même après la mort de Philippe II, ait pu paraître à Hanau.

On le voit donc, le titre, la date de la publication, le lieu de l'impression mentionnés dans la notice de Teissier, s'accordent parfaitement avec les faits inconnus ou inaperçus que j'ai relevés dans ces recherches. Si l'ignorance de ces faits a pu occasionner les doutes des Mencken, leur connaissance a dû me déterminer à persévérer dans les investigations. La question dont je me suis occupé principalement a été celle de savoir si le *Libellus* existe dans les grands dépôts littéraires de l'Europe. Par l'entremise de collègues et d'amis bienveillants, j'ai obtenu que des recherches sérieuses fussent faites dans un certain nombre des bibliothèques publiques les plus importantes; dans d'autres, avec l'assistance de leurs directeurs, j'ai fait moi-même, pendant un voyage récent, ces recherches. Les bibliothèques explorées sont celles du Musée britannique à Londres, la bibliothèque impériale et la bibliothèque Mazarine à Paris, la bibliothèque royale à Bruxelles, les bibliothèques des universités de Gand, Liége et Louvain, la bibliothèque impériale à Vienne, les bibliothèques royales de Berlin et de Munich, les bibliothèques des universités de Göttingue et d'Iéna, la bibliothèque ducale à Wiesbaden et celle de la ville à Francfort-sur-Mein. Partout le résultat fut négatif. Je résolus alors d'aller faire des recherches sur le lieu même de la publication. Je me rendis d'abord à Francfort pour compulser les catalogues des grandes foires de livres qui, au XVII^me^ siècle, y avaient lieu deux fois par an, au printemps et en automne, et dont la bibliothèque de cette ville possède une complète et précieuse collection (1). J'ai consulté ceux des années 1601, 1602, 1603, 1604. J'acquis la certitude que le *Libellus* n'y est point annoncé, ce qui permet de conclure que s'il a été imprimé, il n'a pas été mis en vente. Je continuai ensuite mes investigations à Hanau même, d'abord à la bibliothèque du gymnase, fondé par le comte Philippe-Louis II : je n'y trouvai rien. M. le premier bourgmestre Cassiani voulut bien faciliter avec l'empressement le plus obligeant mes recherches dans le dépôt de la ville, et m'indiqua en même temps M. le métropolitain Calaminus comme pouvant le mieux me guider dans ces explorations locales. Ce savant, que distinguent de rares connaissances littéraires et historiques, me fournit des indications fort utiles et m'assura son actif concours. Mais jusqu'ici, tous nos efforts sont restés stériles : aucun vestige du *Libellus* n'a pu être constaté à Hanau. Toutefois une dernière recherche se fait dans ce moment. Si le *Libellus* a été imprimé à Hanau, un exemplaire en a dû être déposé dans la bibliothèque du comte. La ligne des comtes de Hanau-Munzenberg étant venue à s'éteindre quelque temps après la mort de Philippe-Louis II, la bibliothèque de celui-ci, comprise parmi les biens allodiaux, a suivi la partie allodiale de l'héritage échue à la branche actuellement grand-ducale de la maison de Hesse. Il s'agit de rechercher si cette bibliothèque n'a point été dispersée, et si, dans le cas où elle aurait été conservée entière, un exemplaire du *Libellus* s'y trouve.

---

(1) Ces catalogues, dont l'importance pour l'histoire littéraire est très-grande, portent le titre suivant : *Catalogus universalis pro nundinis Francofortensibus vernalibus (auctumnalibus) de anno 1601, etc., hoc est :* « Designatio omnium librorum qui istis nundinis vel novi, vel emendatiores, » vel auctiores prodierunt. Francoforti permissu superiorum excudebat Joan» nes Saur. In-4°. »

Mais, me dira-t-on, pourquoi tant insister quand l'absence de toute trace du *Libellus* dans les plus grands dépôts littéraires de l'Europe ne montre que trop que la notice de Teissier est apocryphe; et, fût-elle exacte, comment expliquerez-vous qu'un livre de cette importance, s'il a réellement existé, ait pu disparaître aussi complétement? On me permettra de ne pas me rendre d'emblée à cette objection; il y a une explication qui y répond. N'est-il pas possible que le gouvernement espagnol ait eu connaissance de la publication qui se préparait à Hanau, et si Philippe III pensait, à l'égard des mémoires de Charles V, comme Philippe II, n'a-t-il pas pu faire prendre des mesures pour empêcher la propagation du livre, comme son père l'avait fait lors de la tentative de Venise dont parlent Dolce et Ruscelli? Et si cela est ainsi, ne se peut-il pas que l'un ou l'autre exemplaire du précieux ouvrage ait échappé à la suppression du reste? Je sais bien que ce ne sont là que des conjectures. Mais placé, comme je le suis, entre la nécessité de croire que, par un effet des plus extraordinaires de divination, on ait su, en 1705, ce qui n'a été connu que de nos jours, ou d'admettre que la notice de Teissier est vraie, mes conclusions sont : de chercher et de chercher toujours, jusqu'à ce qu'on ait trouvé.

Lettres sur l'identité de race des Gaulois et des Germains; par M. le général Renard, aide de camp du Roi, chef du corps d'état-major; à Messieurs les membres de l'Académie royale de Belgique, classe des lettres.

Messieurs,

Avant de vous transmettre ma VI^{me} lettre sur l'origine des Gaulois, des Germains et des Bretons, j'ai laissé écouler à dessein un assez long intervalle. Cette communication était la dernière qu'il me fût permis de vous faire, et avant de clore, en ce qui me concerne, la discussion de ces questions si importantes pour l'histoire de notre nationalité, j'espérais que mes contradicteurs relèveraient l'argumentation de mes lettres précédentes.

Cette espérance ayant été déçue, je reprends l'examen de l'opinion de M. le docteur Brandes sur l'identité de race des Gaulois et des Bretons.

En terminant aujourd'hui la tâche que vous m'avez permis d'accomplir, je remercie l'Académie de l'extrême bienveillance avec laquelle elle a accueilli mon travail. Je prends congé d'elle, en la priant de recevoir l'expression de ma gratitude pour l'indulgence et les bontés dont j'ai été l'objet de sa part.

SIXIÈME LETTRE.

ARGUMENT.

§ 1. Réfutation du IV^{me} chapitre du I^{er} livre de M. Brandes. — Origine des Pictes; usage abusif de l'étymologie. — § 2. Des noms des localités bretonnes; on ne peut arguer de leur similitude avec ceux de la Gaule. — § 3. Réfutation du livre VI^{me}. Des noms de lieux de la Bretagne armoricaine. — § 4. Au moyen des étymologies de localités, on prouve tout ce que l'on veut; on prouverait que les Flamands et les Français sont de la même race. — § 5. On prouverait que les Flamands et les Wallons sont des Basques. — Nomenclature à ce sujet. — Du degré d'utilité de ces comparaisons. — § 6. Le dialogue de Lar et de Querolus, cité par M. Brandes, n'a aucun rapport avec la question. — § 7. De l'établissement des Bretons dans l'Armorique; examen des textes qui s'y rapportent. — § 8. Preuve de la non-identité des Gaulois et des Bretons, déduite des circonscriptions ecclésiastiques de la Bretagne armoricaine. — § 9. Examen du texte du troisième synode de Llandaf. — § 10. De la langue des Celtes. — Nouvelles preuves pour établir que c'était un idiome germanique. — § 11. Résumé général de ma doctrine sur les origines des peuples celtes, bretons et germaniques.

§ 1. — M. le docteur Brandes termine le premier livre de son ouvrage par un chapitre quatrième, dont il est assez difficile de donner un résumé lucide.

L'intention de l'auteur est de tracer sur le sol de la Grande-Bretagne une ligne de démarcation entre les deux fractions de la grande famille celtique, à savoir : entre les *Kymris* et les *Gadhèles*. Je ne me serais pas arrêté à ce chapitre, qui ne projette aucune lumière nouvelle sur la question des races à laquelle il ne se rattache que d'une manière indirecte, si je n'avais voulu signaler, une fois de plus, l'incohérence des procédés étymologiques au moyen desquels nos contradicteurs prétendent infirmer les textes historiques les plus clairs et les moins contestables.

Suivant le professeur de Leipzig, dans la Grande-Bretagne, les Bretons se partagent en deux familles distinctes, les *Kymris* et les *Gadhèles*. Parmi les premiers, il range les populations placées au sud du rempart de Sévère (les Bretons-Gallois et les Belges du pays de Kent); toute l'Écosse, au contraire, appartient à la branche gadhélique de la famille celtique; les Scotts et les Pictes sont de même race et Gadhèles.

Cette grave question historique est résolue par l'auteur de la manière la plus commode, au moyen de l'étymologie de deux mots puisés dans un passage de Nennius : *Per* 132 *miliaria passuum id est a Penguaul, quae villa scotice* CENAIL, *anglice vero* PENELTUM *dicitur*, etc. (Brandes, p. 52). L'auteur ajoute : « Depuis que Zeuss a » prouvé que les gutturales gadhéliques se changeaient en » labiales chez les Kymris, il ne peut être douteux qu'un » lieu que les tribus du Nord nommaient *Cenail* et celles » du sud *Penel* (dans ce cas, la terminaison est anglo- » saxonne) — ne doive être placé sur la frontière des deux » langues. Cette ligne va du *Firth of Clyde*, à travers » l'île, vers *Firth of Forth*, que Beda considère comme » la frontière des Bretons et des Pictes » : (Beda, *Hist. eccl.*, I, 1) *Est autem sinus maris permaximus, qui antiquitus gentem Britonum a Pictis scernebat, qui ab occidente in terras longo spatio erumpit, ubi est civitas Britonum munitissima usque hodie, quae vocatur* ALCLUITH. (Dunbarton).

Ce passage et cette argumentation donnent lieu à plusieurs observations.

Que s'agissait-il de prouver? Que les Scotts et les Pictes appartiennent à la même branche d'une des races humaines et qu'ils diffèrent des Bretons. — Comment s'y prend M. le Dr Brandes pour arriver à cette solution? Il dit, d'une part, que les Scotts appellent du nom de *Cenail* une certaine partie du rempart de Sévère, tandis que les Angles donnent à ce même lieu le nom de *Penel ;* d'autre part, comme Beda enseigne que dans les temps reculés (*antiquitus*), les Pictes habitaient le pays où Nennius place les *Scotts,* il tire de ces deux arguments la conséquence que les Pictes et les Scotts sont un seul et même peuple.

On comprend déjà ce que cette façon de raisonner a de défectueux; et encore, M. le Dr Brandes n'arrive à cette conclusion qu'en tronquant le texte de Beda.

En ce qui concerne les Pictes, on peut se fier à Beda. Cet historien les a connus; de son temps, ils existaient encore comme nation; ce n'est qu'après sa mort qu'ils furent vaincus, détruits comme peuple indépendant et en grande partie exterminés par le roi d'Écosse Kenneth.

Or, Beda fait précéder et suivre la phrase citée plus haut par d'autres phrases qui changent radicalement le sens qu'on lui attribue (1). Du reste, dans plusieurs passages de son ouvrage, il présente toujours les Bretons, les Angles, les Scotts et les Pictes comme des populations différant d'origine et de langage (1). Dans celui-ci, après avoir raconté l'arrivée des Pictes dans le nord de la Grande-Bretagne, il narre comment l'arrivée des Scotts sortis de l'Irlande vint ajouter une troisième nation aux deux autres (les Pictes et les Bretons) que l'île possédait déjà. Les Scotts étendirent leurs possessions soit par la conquête, soit par la persuasion. Ils s'établirent, notamment, au nord de la Clyde qui, dans les temps antiques, séparait, il est vrai, les Pictes des Bretons, mais où les Scotts se fixèrent et où ils vivaient au temps de Beda, et, à plus forte raison, au temps de Nennius, après avoir repoussé les Pictes vers le golfe d'Édimbourg, à l'est de l'Écosse (2).

---

(1) Voici le passage complet (*Hist. eccl.*, I, § I) : *Procedente autem tempore Britannia post Britones et Pictos tertiam Scottorum nationem in Pictorum parte recepit. Qui duce Reuda de Hibernia egressi, vel amicitia vel ferro sibimet inter eos sedes, quas hactenus habent, vindicarunt... Ab hac* (Hybernia) *egressi, tertiam in Britannia Britonibus, et Pictis gentem addiderunt. Est autem sinus maris permaximus, qui antiquitus gentem Britonum a Pictis scernebat. Qui ab occidente in terras longo spatio erumpit, ubi est civitas Britonum munitissima usque hodie, quae vocatur Alcuith. Ad cujus videlicet sinus partem septentrionalem Scotti (quos diximus) advenientes sibi locum patriae fecerunt.*

La conséquence que M. le docteur Brandes tire des textes de Nennius et de Beda cités par lui est donc erronée. Le *Scotice* de Nennius ne s'applique pas plus aux Pictes que l'*Anglice* ne s'adresse aux Bretons, peuples auxquels il n'est aucunement fait allusion.

Mais, de la phrase de Nennius *Pengaul quae villa Scotice*

---

(1) En parlant de la puissance d'Oswald, il dit (III, § 6) : *Denique omnes nationes et provincias Britanniae, quae in quatuor linguas (id est Britonum, Pictorum, Scottorum, Anglorum) divisae sunt, in ditione accepit.* Voir aussi I, § 1.

(2) Cette position des Pictes et des Scotts est parfaitement indiquée par Beda, au § 12 du Ier livre, en parlant des invasions des Pictes et des Scotts à la chute de l'empire romain : *Denique, subito duabus gentibus transmarinis vehementer saevis, Scottorum a Circio, Pictorum ab Aquilone multos stupet gemitque per annos. Transmarinas autem dicimus has gentes, non quod extra Britanniam essent positae, sed quia a parte Britonum erant remotae, duobus sinibus mari interjacentibus, quorum unus ab orientali mari, alter ab occidentali, Britanniae terras longe lateque irrumpit, quamvis ad se invicem pertingere possint. Orientalis habet in medio sui urbem Guidi, occidentalis supra se, hoc est ad dexteram sui habet urbem Alcluith.*

Cenail, Anglice vero Peneltum dicitur, nous pouvons rapprocher un autre passage de Beda qui resout la question contre M. le docteur Brandes de la manière la plus nette et la plus décisive.

En parlant du rempart que les légions, quittant la Bretagne pour n'y plus revenir, élevèrent au nord, afin de garantir les Bretons contre les invasions des Pictes et des Scotts, le chroniqueur s'exprime ainsi : *Incipit autem duorum ferme milium spacio a monasterii Aebercurnig ad Occidentem; in loco qui sermone Pictorum* PEANUAHEL, *lingua autem Anglorum* PENELTUM *appellatur et terminatur justa urbem Alcluith.* (*Hist. eccl.*, I, 12.)

Ainsi Beda et Nennius sont parfaitement d'accord; les Anglo-Saxons nomment la localité dont il s'agit *Peneltum* ou *Penueltum;* mais les Scotts l'appellent *Cenail* et les Pictes *Peanuahel* (1). Si donc je me croyais en droit de tirer de l'étymologie les conséquences que l'honorable professeur de Leipzig en déduit, je serais fondé à soutenir, contrairement à l'opinion qu'il énonce, que les Pictes et les Scotts sont de races différentes, et que les premiers appartiennent à la même race que les Angles. Du reste, c'était l'opinion de Tacite; c'était l'opinion de *tous* les chroniqueurs saxons, anglais, gallois, écossais, irlandais, qui se sont succédé jusqu'à Camden, lequel, le premier, plaça l'interprétation des mots au-dessus des faits et des traditions historiques.

Cette manière d'argumenter avec des mots et des lambeaux de phrases doit évidemment conduire aux plus graves erreurs. Je ne puis m'empêcher de redire avec Pinkerton (1) : « Les arguments établis sur l'étymologie sont

---

(1) Quant aux Bretons, nous savons aussi comment ils nomment cette localité : *Murum et aggerem per latitudinem Britanniae deduxit; et vocatur Britannico sermone Guaul.* (Nennius, § 33.)

---

(1) Il faut juger, d'après Pinkerton (qui connaissait à fond la langue prétendûment celtique, et en parlait avec plus de connaissance de cause que les savants qui en raisonnent d'après les vocabulaires modernes), à quelles aberrations peut conduire la manie de l'étymologie! « Loin d'être un idiome pur, cette langue est la plus mélangée et la plus corrompue qui soit au monde: c'est un patois mêlé de scandinave, de breton, de latin et de bas allemand; de sorte que la plupart des mots qu'on donne comme celtiques sont des mots latins ou gothiques corrompus. « Il y a, du reste, de la marge pour » les étymologies, dit-il, dans un langage où *Gal* signifie à la fois *étranger,* » *lait, naturel du pays, guerrier blanc, gage, conquérant, ventre de* » *truite, gageure, etc.* ». Il se moque, avec raison, des celtistes qui, au lieu de donner à des noms de lieux, comme *Northhampton* (Hampton du nord), *Northhill* (colline du nord), *Uxbridge* (pont de l'Ouse), la signification propre qu'ils renferment, se complaisent à faire sortir, le premier de *nor* (embouchure de rivière), *tan* (rivière) et *ton* (habitation); — le second de *nor* (rivière) et *tyne* (habitation); — le troisième de *uc* (rivière) et *brig* (division), et, enfin, qui dérivent le mot *Ringwood* (bois circulaire) de *ren* (division), *cw* (rivière) et *hod* (forêt). De sorte que *ton, nor, uc* et *cw* signifient la même chose. Il demande encore si le français (qui, suivant l'expression si juste de Fauriel, naquit de *l'inévitable collision du latin et des idiomes primitifs de la Gaule*) a pu emprunter quelque chose à un idiome qui présente, dans ses déclinaisons, des inflexions du genre de celles-ci : *mac* = fils; *mhic* = d'un fils; *pen* = tête; *i ben* sa tête; = *i phen* = sa tête (au féminin); *y'm mhen* = ma tête, etc. D'après Pinkerton, les Bretons, Scotts ou Irlandais appartiennent à une race d'hommes de petite stature, ayant le crâne d'une épaisseur extraordinaire, le visage plat, les joues élevées et les yeux noirs. Si parmi eux, on rencontre aujourd'hui des hommes d'une grande taille, avec les cheveux blonds, les yeux bleus et tous les caractères extérieurs des Allemands, cela provient de leur mélange avec les Belges, les Pictes et les Anglo-Saxons. »

Quant à la liste des rois pictes, dont on fait un si grand étalage pour établir l'origine gaélique des Pictes, on ne la trouve que dans un chroniqueur écossais du XIVe siècle; elle n'a rien d'authentique, et l'on est tenté de dire, comme l'antiquaire de Walter Scott, que « c'est là une race de monarques » qui a poussé comme un champignon, et qui n'est que le produit du cer» veau brûlé de quelque barde d'Écosse, né des vapeurs de la vanité et de

» si incertains et si précaires qu'ils ne peuvent figurer que
» comme des présomptions, et jamais être opposés à des
» preuves solides et positives...... Il faut accorder la pré-
» férence aux citations. Les autorités sont des faits en
» histoire, et disputer contre elles c'est perdre sa peine,
» puisque, en dernière analyse, on est forcé toujours d'y
» revenir. »

§ 2. — Le second point du ch. IV, liv. I^{er}, que je désire relever est celui-ci. L'auteur, pour prouver l'identité des Gaulois et des Bretons, cite, à la page 58, une série de cent cinquante et un noms et de variantes de noms de localités anciennes de la Bretagne, dont les similaires se rencontrent également dans la Gaule. Au premier aspect, ce rapprochement paraît formidable, mais, en l'examinant de près, il perd étrangement de sa valeur.

Parmi ces noms, il en est cinquante environ que je n'ai trouvés dans aucun des glossaires de la géographie ancienne de la Gaule; en second lieu, pour ne pas préjuger la question, il n'est pas possible de maintenir sur cette liste les noms de localités belges, attendu que nos aïeux, suivant l'expression de César, avaient transplanté au delà du détroit les noms des cités de leurs pères; le pays qu'ils habitaient était, du reste, riche en édifices : *Qui* (*Belgae*) *omnes fere iis nominibus civitatum appellantur, quibus orti ex civitatibus eo pervenerunt... Hominum est infinita multitudo, craeberrima aedificia, fere Gallicis consimilia* (César., *B. G.* V, 12). Nous pouvons donc retrancher sans scrupule des mots tels que *Arduenna silva, Atrebates, Bellovaci*, *Catelauni*, *Eburones*, etc. et trente-deux noms de ce genre.

» la folie. » Pinkerton n'a eu qu'un tort avec Murray, c'est de prendre cette liste au sérieux.

Le docteur Brandes comprend encore dans son tableau une foule de mots dont les similaires se trouvent bien sur le territoire de la Gaule, mais non sur celui des tribus celtiques ou gauloises. Les Ibères et les Lygures ne sont pas gaulois, et les vingt-six noms de lieux qu'on leur emprunte doivent donc être retranchés, puisqu'ils tendent, au contraire, à établir que les Ibères et les Bretons seraient de même race.

Enfin, l'auteur cite des noms de lieux qui n'ont leurs similaires que dans la basse Bretagne et qui doivent être supprimés; car nous savons que les exilés bretons ont aussi importé dans leur nouvelle patrie, la *Domnonée* continentale, des noms de localités de leur patrie primitive. A la vérité, le nombre de ces mots n'est pas grand : il n'est que de dix. En résumé, il reste une quarantaine de noms de villes et de localités bretonnes qu'on retrouve dans la Gaule, comme *Aventicum*=Aventio, *Bibracte*=Bibrocum, *Carnutes*=Carnubia, etc.

Mais ces noms de localités sont-ils bien bretons? Il est permis d'en douter. D'une part, ces mots n'ont point la physionomie bretonne; il suffit pour s'en convaincre de parcourir les chroniqueurs bretons (1); d'autre part, les anciens Bretons ne possédaient pas, comme les Belges du continent et du pays de Kent, des champs cultivés, des édifices nombreux et des villes peuplées. Ils ne connaissaient pas l'agriculture; leurs habitations n'étaient que de misérables huttes, et ce qu'ils appelaient *oppida* étaient des forêts entourées d'un retranchement (2). S'il faut en croire

---

(1) Nennius nommera les villes bretonnes *Cantguic*, *Guinet*, *Gleguissing*, *Guunnessi*, *Cair-Guorthigirn*, *Derguentid*, *Rit Hergabail*, *etc.*, *etc.*

(2) *Urbium loco ipsis sunt nemora... arboribus enim dejectis ubi am-*

Tacite, c'est au temps d'Agricola seulement que cet état de choses changea chez ces peuples. Ce général illustre, soit par la persuasion, soit par contrainte, les amena à changer leurs mœurs rudes et sauvages et à construire des maisons, des temples et des places publiques (1).

Les villes bretonnes doivent encore et principalement leur origine aux causes suivantes : — d'abord, aux colonies de vétérans que Rome avait soin de fonder sur tous les territoires annexés à son vaste empire pour en assurer la conquête (la Gaule en fut couverte, et il en fut de même de la Grande-Bretagne (2)), — ensuite, aux camps permanents et aux châteaux ou forteresses établis, d'une part, dans les contrées conquises pour servir de garnisons à l'armée, et d'autre part, sur la lisière ou au sein des tribus insoumises pour les tenir en respect ou les asservir. Nous

---

plum circulum seperiunt, ipsi casas ibidem sibi ponunt, et pecori stabula condunt, ad usum quidem non longi temporis. (Strabon, *D. B.*, p. 199.)

Neque castella habent, neque urbes, neque agros ullos colunt. (Dion Cassius, LXXVI, § 12.)

Oppidum autem Britannici vocant, quum silvas impeditas, vallo atque fossa munierunt. (César, *B. G.*, V., § 21.)

(1) *Hortari privatim, adjuvare publice, ut templa, fora, domus extruerent, laudando promptos, et castigando segnes.... ut qui modo linguam romanam abnuebant, eloquentiam concupiscerent... paulatim discessum ad delinimenta vitiorum, porticus, et balnea, etc.* (*Agric.*, § 21.)

Il ne s'agit point du tout ici de la partie belge de l'Angleterre qui, depuis longtemps, était réduite en province romaine, et qui ne reparaît plus dans l'histoire avec sa physionomie propre, mais des Bretons proprement dits, des Silures de Tacite.

(2) *Redacta paulatim in formam provinciae proxima pars Britanniae : addita insuper veteranorum colonia.* (*Agr.*, § 14.)

Colonia Camulodunum, valida veteranorum manu, deducitur in agros captivos. (*Ann.*, XII, § 32) savons encore par Tacite que le nombre de ces camps et châteaux était considérable (1).

Or, presque toutes les colonies et les stations légionnaires (*stativa*) ont donné naissance à des villes. Les marchands, les vivandiers, les clients, les hommes d'industrie et de métier, et toutes les personnes que les établissements militaires attirent, ou bien qui recherchent leur protection, s'établissaient au pied des remparts; ils étaient eux-mêmes défendus par un retranchement extérieur nommé *procestria*. Des bourgs et des cités s'élevèrent ainsi à côté de tous les camps et châteaux importants. Après la chute de l'empire, ils survécurent aux légions, et un grand nombre d'entre eux perpétuent jusqu'à nos jours la mémoire des lieux que les légions avaient habités (2).

---

(1) *Mox Didius Gallus parta a prioribus continuit, paucis admodum Castellis.... Suetonius subactis nationibus firmatisque praesidiis.* (*Agr.*, § 14.)

Quibus rebus multae civitates quae in illum diem ex aequo egerant, datis obsidibus, iram posuere et praesidiis castellisque circumdatae, tanta ratione curaque, ut nulla ante Britanniae nova pars inlacessita transierit. (*Agr.*, § 20.)

(2) Tournai n'a pas d'autre origine. Le camp romain, vaste quadrilatère, dont il est encore possible de suivre le tracé, était établi sur la rive droite du fleuve enveloppant le terrain devenu depuis la paroisse St-Brice, et couvrant le pont sur l'Escaut qu'on appelle aujourd'hui le Pont-aux-Pommes. La ville marchande, industrielle, existait au débouché du pont, sur l'emplacement du quartier St-Pierre. Ce quartier est le berceau de la ville moderne. Le terrain occupé par les soldats, où fut trouvé le tombeau du père de Clovis, et qui portait le nom de *Burg*, ou château, ne lui fut adjoint que plus tard, en 1187. Les rois francs jusqu'à Philippe-Auguste paraissent avoir conservé la propriété du Burg, et ce roi semble en disposer comme d'un héritage de famille et de son autorité privée : *Homines de parochia Santae Bricis debent esse de communia Tornacenci et de consuetudinibus Tornaci.* (Charte de commune de la ville de Tournai.)

Si maintenant l'on veut bien remarquer que, durant les trois siècles de la domination romaine, et surtout au début de la conquête, des légions et des cohortes tirées de la Gaule furent souvent employées dans la Bretagne, il n'est pas étonnant que les vétérans et les soldats de ces corps aient donné à quelques-uns des établissements fondés par leurs mains des noms de localités empruntés à la patrie absente. C'est ainsi que de nos jours, les colons sortis d'Europe vont perpétuer dans d'autres parties du monde le souvenir des lieux où ils ont reçu le jour.

Je veux cependant faire la partie belle à M. le professeur Brandes; je veux bien admettre qu'une partie de ses noms soient bretons; malgré cette concession, j'espère lui prouver qu'il ne peut déduire de leur similitude les conséquences qu'il en tire.

§ 5. — Je trouve cette occasion dans l'examen du livre VI^me^ de l'œuvre du D^r^ Brandes que j'aborde à présent. Ce livre, ainsi que j'ai déjà eu occasion de le dire, traite des rapports ethnographiques des Keltes et des habitants de la Bretagne armoricaine (la basse Bretagne).

Le chapitre I^er^ de ce livre repose presque entièrement sur des déductions tirées de l'étymologie des noms de localités. L'auteur rencontre, dans la province de Bretagne, 84 noms qui se retrouvent dans d'autres provinces de la Gaule. La conséquence de cette similitude est, suivant lui, que les bas Bretons sont de même race que les Gaulois. (Brandes, pp. 256 à 262.)

Il y a quelque chose à rabattre à la liste que présente l'honorable professeur de Leipzig. Et d'abord il emprunte ses noms indistinctement à toutes les parties de la province de Bretagne. Il existe pourtant entre ces parties une différence essentielle. La province se composait autrefois de neuf évêchés, à savoir : ceux de *Rennes, Nantes, Dol, Saint-Malo, Saint-Brieux*, puis ceux de *Tréguier, Vannes, Quimper et Saint-Pol-de-Léon.* Mais les cinq premiers sont dans la haute Bretagne et les quatre derniers dans la basse Bretagne. C'est dans cette partie seulement que s'établirent les exilés d'Angleterre, les *Bretons-Bretonnants,* comme on les appelle, dont le langage et le physionomie sont en tout semblables aux Gallois d'Angleterre, et dont l'origine est ici en question. Le restant de la contrée, quoique conquise, avec le temps, par les ducs bretons, et principalement par Nomenoë, le plus illustre d'entre eux, n'en est pas moins restée une contrée gallo-romaine, et les localités qu'elle renferme, comme *Bains, Bécherel, Beignon, Rennes,* etc., au nombre de trente-huit, doivent être rayées du tableau. On doit également rayer du tableau les noms de localités de la basse Bretagne, au nombre de vingt-huit, qui n'ont des similaires que chez les Ibères et les Lygures, comme *Ambon* (Gers), *Brech* (Lot-et-Garonne), *Brue* (Tarn), *Cadillac* (Lot-et-Garonne), etc., et cela par les motifs que j'ai déjà déduits plus haut.

Après cette élimination nécessaire, il reste, dans la basse Bretagne, vingt-cinq noms qu'on retrouve dans le restant de la Gaule. Cette circonstance n'a rien que de très-naturel, si l'on admet la version de tous les chroniqueurs bretons, et surtout l'opinion d'Ermold le Noir, témoin oculaire et irréfutable (1). Tous admettent l'arrivée violente des étrangers qui occupèrent par la force la contrée et les villes des Gallo-Romains après en avoir chassé les étrangers : *cum universos provinciae incolas delevissent munierunt civitates*

---

(1) J'ai donné tous les textes dans la lettre I^re^, § 7.

et oppida militibus Britannis. Or les conquérants ne débaptisaient par tous les lieux qu'ils occupèrent, surtout les villes, les fleuves et les endroits bâtis : l'histoire ne nous présente pas de faits semblables. Bien loin de trouver étrange de rencontrer dans la basse Bretagne vingt-cinq noms de localités gallo-romaines, il y aurait lieu de s'étonner de n'en point constater davantage.

§ 4. — D'ailleurs, avec cet emploi brutal de l'étymologie, avec ces conséquences dérivées de la comparaison de mots et de noms, sans tenir compte de leurs origines, on prouve tout ce que l'on veut. Par exemple, je soutiens que les Flamands et les Wallons ou Gaulois sont de même race, et je cherche à le prouver par la critique sérieuse, laborieuse et sincère des textes, eh bien, je n'aurais pas besoin de me donner tant de peine, si la méthode de M. Brandes était considérée comme décisive. Puisqu'il baptise les bas Bretons Gaulois, avec vingt-cinq noms de localités, il me sera bien permis de proclamer également Gaulois, les habitants de nos contrées flamandes avec un nombre double de mots. Cette nomenclature n'est pas sans intérêt; la voici :

	Flandres, Anvers, Brabant et Limb.	**Gaule.**
1.	Arcen (Limbourg).	Arcenant (Côtes-d'Or).
2.	Asper (Flandre orientale).	Aspères (Gard).
3.	Autryve (Flandre occidentale).	Autrive (Allier).
4.	Bar (Anvers).	Bar (Ardennes, Aveyron).
5.	Bellem (Flandre orientale).	Belesmes (Seine-et-Marne).
6.	Berg.	Berg (Moselle).
7.	Blanden (Brabant).	Blandin (Hérault et Isère).
8.	Bossuyt (Flandre occidentale).	Bossuts (Seine-et-Oise).
9.	Boucle (Flandre orientale).	Boucle (Drôme).
10.	Bove-Kerke (Fl. occidentale).	Boves (Somme, Aisnes).
11.	Bree (Limbourg).	Bree (Mayenne).
12.	Briel (Flandre occidentale).	Briel (Aube).

Flandres, Anvers, Brabant et Limb.	**Gaule.**
13. Bueken (Brabant).	Buech (Hautes-Alpes).
14. Canne (Limbourg).	Canne (Nièvre, etc.).
15. Capelle-n (Fl. occ., Brab., Anv.).	Capelle (plusieurs départements).
16. Corbeeke (Brabant).	Corbaix (Seine-et-Oise).
17. Dalhem.	Dalhain (Meurthe).
81. Doel.	Dôle (Aisne, Jura).
19. Deurne (Anvers).	Deurne (Rhône).
20. Donck (Limbourg).	Duncq (Somme).
21. Emael (Limbourg).	Emalle-ville (Eure, Seine-Inférieure)
22. Fauquemont (Limbourg).	Faulquemont (Moselle).
23. Furnes (Flandre occidentale).	Furnes (Nord).
24. Gavre (Flandre orientale).	Gavre (Loire-Inférieure).
25. Gestel (Anvers).	Gestel (Morbihan).
26. Grammont.	Grammont (Aveyron).
27 Halle.	Halle ou Alle (Haut-Rhin).
28 Ham. — Hamme. — Hammont.	Ham (Manche, Mayenne, etc.).
29. Heer (Limbourg).	Heer (Namur).
30. Hornes.	Hornain (Belgique).
31. Houthem.	Houtain-Houtteville, etc.
32. Hove.	Hoves-Houtteville, etc.
33. Keer (Limbourg).	Ker (*passim*).
34. Lierre (Anvers).	Lierre (Seine-et-Oise, Pas-de-Calais).
35. Lillo, Lille (Anvers).	Lille (Nord).
36. Linden.	Linde (Dordogne).
37. Marcke.	Marck, Marque (Nord).
38. Melle.	Melle (Ile-et-Vilaine, Deux-Sèvres).
39. Millen.	Millen-court (Somme).
40. Miscom (Brabant).	Miscon (Drôme).
41. Moere.	Moere (Loire-Inférieure).
42. Molembeek.	Molembaix (Hainaut).
43. Montfort (Limbourg).	Montfort.
44. Niel.	Nielles (Pas-de-Calais).
45. Poucques (Flandre occidentale).	Poucques (Nièvre).
46. Ravels (Anvers).	Ravel (Drôme, Hautes-Alpes).
47. Renaix (Flandre).	Renay (Loire-et-Cher).
48. Rolle-ghem.	Rolle-ville (Seine-Inférieure).
49. Sonne-ghem.	Sonne (Ain, Ariége, Isère).
50. Tongres (Limbourg).	Tongres (Hainaut).

J'avoue bien volontiers que les celtistes pourront opposer à nos conclusions l'objection capitale que voici, basée sur des textes irréfutables: « Avant l'arrivée des tribus belges ou germaniques (comme on voudra) dans le nord de la Gaule, où vivent aujourd'hui les hommes qui parlent la langue flamande, le pays était habité par d'autres populations que les nouveaux venus ont refoulées vers le midi. Néanmoins en prenant possession de leur conquête, il n'est pas présumable que les tribus victorieuses se soient attachées à changer les noms de toutes les localités qu'elles occupaient. Le tableau précédent ne prouverait donc pas que les Flamands appartinssent à la même famille humaine que les Wallons et les Gaulois, s'il n'existait pas d'autres preuves directes pour établir leur idéalité ». Je suis de cet avis, cette argumentation est sans réplique; mais je répudie au même titre les listes des localités de la basse Bretagne et des Iles Britanniques qu'on m'oppose.

§ 5. — Je ne veux pas quitter ce sujet sans prouver, par un exemple saisissant, à quelles aberrations, à quelles erreurs entraîne l'emploi de l'étymologie des noms de localités, lorsqu'il n'est pas éclairé par une saine critique et par le flambeau de l'histoire. Du reste, ce que je vais dire ne manque pas d'intérêt, au point de vue de l'histoire de la Belgique: c'est pourquoi je n'ai pas craint de faire cette digression.

Je ne pense pas qu'on ait jamais confondu dans une même origine la race blonde des Gaulois avec les Lygures, les Ibères et les Basques, qui remplacent aujourd'hui les Ibères dans quelques départements français du midi. On peut avancer comme un fait acquis à l'histoire que les Belges Flamands et Wallons d'une part, et d'autre part, les Lygures, les Ibères et les Basques, n'appartiennent pas à la même famille humaine. Eh bien, lorsque l'on compare les noms de localités qu'habitent les descendants de ces trois peuples avec ceux de la Belgique, on est frappé des fréquentes analogies qu'on y rencontre. Afin de rendre la comparaison à laquelle je vais me livrer plus frappante, je me renfermerai, en ce qui concerne la Belgique, dans nos limites actuelles, et, en ce qui concerne les peuples du midi, dans les départements français qui ont toujours été considérés comme purs de mélange gaulois. A cet effet, je rejetterai la vallée du Rhône, le pied de Alpes, les bords de la Méditerranée; je rejetterai également le pays de Toulouse et une partie de la chaîne des Pyrénées, parce que les Volkes-Tectosages y ont pénétré; j'écarterai également presque tout le cours de la Garonne, à savoir les départements de la Gironde, de Lot-et-Garonne et de Tarn-et-Garonne, parce que les Bituriges-Vivisques et les Nitiobriges en ont occupé une partie; je me renfermerai enfin dans les six départements de *Tarn*, des *Pyrénées orientales*, des *Landes*, du *Gers*, des *Hautes* et des *Basses-Pyrénées:* les quatre derniers, comme on le sait, sont particulièrement la patrie des Basques. Dans ces lieux, les Gaulois de race blonde n'ont jamais eu d'établissements, et il n'est pas possible d'attribuer aux hommes de cette race les noms de bourgs, de villes et de rivières dont il va être question. Cela posé, voici le tableau que j'ai dressé (1) :

Localités flamandes et wallonnes.	Localités ibériennes.	
—	—	
1. Aaz (Anderlecht).	Aas.	B.-P.
2. Agaux (Battice).	Agos.	L., H.-P.

---

(1) Dans ce tableau, le département des Hautes-Pyrénées est désigné par H.-P.; Basses-Pyrénées = B.-P.; Gers = G^{s}; Landes = L.; Tarn = T.; Tarn-et-Garonne = T. et G.

Localités flamandes et Wallonnes.	**Localités ibériennes.**	
3. Agueusses (Angleur).	Aguts.	T.
4. Aix (Halanzy).	Aix.	H.-P.
5. Allier (Maulde).	Allier.	H.-P.
6. Andoye (Wierde).	Andaye.	B.-P.
7. Angleur (Liége).	Anglet, Angles.	P.
8. Angousart (Bierges).	Angous.	B.-P.
9. Ans (Liége).	Ance.	B.-P.
10. Arc (Wervicq).	Arc.	P.
11. Aries (Amonines).	Ariet.	B.-P.
12. Ardenne.	Ardennes.	G^s.
13. Arifagne.	Arifat.	T.
14. Arnelle (Longueville).	Arneille.	H.-P.
15. Ast (Gossoncourt). Astène (Flandre orientale).	Aste.	G., B.-P., H.-P.
16. Aubin (Neufchâteau).	Aubin.	B.-P.
17. Autrive.	Auterive.	G^s.
18. Appelle (Termonde).	Appelle.	T.
19. Aspelaere (Flandre orientale).	Aspe.	B.-P.
20. Aude-ghem.	Aude (riv.), Aude-lon.	P.
21. Ave.	Aves.	T.
22. Bazil (Trembleur).	Bazillac.	H.-P.
23. Beaumont.	Beaumont.	G^s.
24. Biron (Ciney).	Biron.	B.-P.
25. Bonneville (Sclayn).	Bonneville.	T.
26. Bonniers (Lobbes).	Bonniers.	L.
27. Bost (hameau dans 4 communes flamandes).	Bost.	L.
28. Boyen (Stockhem).	Boyen-tran.	G^s.
29. Bruges.	Bruges.	B.-P.
30. Bue (Ansereul).	Bué.	G^s.
31. Campagne (Engis).	Campagne.	G^s, B.-P.
32. Canne.	Canne.	G^s.
33. Capelle.	Capelle.	G^s, T.
34. Carante (Braine-l'Alleud).	Carante (Mont.).	B.-P.
35. Castillon.	Castillon.	G^s, B. et H.-P.
36. Castre.	Castres.	T.
37. Caumont (Amougies).	Caumont.	G^s.
38 Celles.	Celles.	T.

Localités flamandes et wallonnes.	Localités ibériennes.	
39. Carter (Flandre occidentale).	Cartères.	P.
40. Chapelle (dans 7 communes flamandes et wallonnes).	Chapelle	G^s.
41. Château (le) (Auvaing, Laneffe).	Chateau (le).	G^s.
42. Cordes.	Cordes.	T.
43. Corne (Hérinnes).	Corné.	G^s.
44. Cours (Beaufayt, etc.).	Cours	H.-P.
45. Crouzet (Templeuve).	Crouzette.	T.
46. Dour.	Douru.	T.
47. Dusque-gnies.	Duque.	G^s.
48. Ere (près Tournai).	Ere (Mont.).	B.-B.
49. Étoile (Wierde).	Étoile.	P.
50. Ferrières.	Ferrières.	H.-P.
51. Fontenelle.	Fontenille	G.
52. Fourne.	Fournes.	T.
53. Garde (Carnières).	Garde.	H.-P.
54. Gée (Thiange).	Gé (riv.).	B.-H.
55. Gel (Bar-le-Duc).	Gelle (riv.).	G.
56. Germe (Soignies).	Germe.	H.-P.
57. Geron.	Geronce.	B.-P.
58. Gourgue (Wierds).	Gourgue.	H.-P., T.
59. Grâce (Montegnie).	Grace.	G.
60. Grammont.	Grammont.	G^s.
61. Grange (Anthée-Esneux).	Grange.	G^s, L., H.-P.
62. Hermitage (plus. communes).	Hermitage.	T.
63. Horst (Schooten).	Horts.	P.
64. Igel (Luxembourg).	Igau.	H.-P.
65. Ill (Tongerloo).	Ille.	P.
66 Jassogne (Crupet).	Jasses.	B.-P.
67. Jausse (Mozet).	Jauson (ruiss.).	T.
68. Jezel (Luxembourg).	Jezeau.	H.-P.
69. Jonquière (Rouveroy).	Jonquières.	T.
70. Julemont (Champelon).	Jul.	T.
71. Jumet.	Jumet.	H.-P.
72. Laek (Houthalen).	Lacq.	B.-P.
73. Lamay (Grâce-Montegnée).	Lamayon.	B.-P.
74. Lasalle (Rotheux).	La Salle.	H.-P.
75. Latte (Wodecq).	Latte (la).	B.-P.

Localités flamandes et wallonnes.	Localités ibériennes.	
76. Lauwe, Leau, Loo.	Lau.	H.-P.
77. Launoy.	Launay.	L.
78. Laval.	Lavall.	P.
79. Lee (Sinay), Leez.	Lee, Lees.	B.-P.
80. Leers.	Lers (Mont.).	B.-P.
81. Lembeke.	Lembége.	B.-P.
82. Lenne.	Lene (riv.).	H.-P.
83. Lesse (riv.).	Lessert (riv.).	T.
84. Leug (Aerdselaer).	Leugue (riv.).	G^{s}.
85. Looz.	Loos.	B.-A.
86. Louvignies.	Louvigny.	B.-P.
87. Louzée.	Louzon.	H.-P.
88. Lede.	Ledas, Ledat.	T.
89. Lers.	Lers.	B.-P.
90. Marseille (Fleurus).	Marseillan.	G^{s}.
91. Mazée.	Mazeau.	H.-P.
92. Mespelaer.	Mespel.	T.
93. Mignault.	Mignot.	G^{s}.
94. Moll.	Molle.	G^{s}.
95. Mons.	Mons.	G^{s} et L.
96. Meysse.	Mées.	P.
97. Mont.	Mont.	B. et H.-P.
98. Montagne.	Montagne.	P.
99. Montaigu.	Montaigu.	G^{s}.
100. Montfort.	Monfort.	L., B.-P.
101. Morlanwelz.	Morlane.	B.-P.
102. Motte.	Motte.	T.
103. Nil.	Nils.	P.
104. Nivelle.	Nivelle (riv.).	B.-P.
105. Oreye.	Oreyte.	B.-P.
106. Ossogne.	Ossone.	H.-P.
107. Oster.	Ost.	H.-P.
108. Ouilles. (Lens).	Ouillon.	B.-P.
109. Ozo (Izier).	Ozon.	H.-P.
110. Pacht-goed.	Pacht.	B.-P.
111. Pailhe.	Pailhan, Pailhac.	G^{s}, H.-P.
112. Paradis (dans 4 communes).	Paradis.	B.-P.
113. Pauw (Oosroosebeke).	Pau.	B.-B.

Localités flamandes et wallonnes.	**Localités ibériennes.**	
114. Pede.	Pede (la).	B.-P.
115. Penne.	Penne.	T.
116. Petrelle.	Petre.	H.-P.
117. Pin (Yzel).	Pin.	*Passìm.*
118. Planois (Hennuyères).	Planès.	P.
119. Pouillon (Theux).	Pouillon.	L.
120. Recq (Yvoir), Reck.	Rech (le).	L.
121. Rhodes.	Rhodez.	P.
122. Richelette (Mortier).	Richet.	L.
123. Rielen (Lichtaert).	Riel (le).	P.
124. Rion (Dhuy).	Rion.	L.
125. Ris (Fosses).	Ris.	H.-P.
126. Rive (Fraipont).	Rive.	H.-P.
127. Rivière.	Rivière.	G^{s} et *passìm.*
128. Roquette (la) (Bagny).	Roquette (la).	T.
129. Sabarée (Cheratte).	Sabarros.	H.-P.
130. Salles.	Salles.	G^{s}, H.-P.
131. Samme.	Sames.	B.-P.
132. Sant (Braeschaet).	Sant (la) riv.	T.
133. Saussois (Tournai).	Saussuis.	T.
134. Savi.	Savi-gnac.	G^{s}.
135. Scarpe.	Scarpu.	P.
136. Soye.	Soyaux.	H.-P.
137. Tard.	Tardets.	B.
138. Tavern.	Tavernes.	G^{s}.
139. Tournai.	Tournai.	B.-P.
140. Vailles (Nivelles).	Vail (la).	P.
141. Vaneriau (Anderlues).	Vanera.	P.
142. Vergnies.	Vergnières.	T.
143. Verre (Custine).	Verre (la).	T.
144. Viane.	Vianes.	T.
145. Vignée (Villers-sur-Lesse).	Vignec.	H.-P.
146. Vigne (Biesmes).	Vignes.	B.-P.
147. Vir (Lavoir).	Vire.	P.

Cette nomenclature est déjà assez étendue. J'aurais pu y joindre des centaines de noms, si, au lieu de rester au pied des Pyrénées, j'avais étendu mes recherches sur toutes les contrées de la Gaule où les Ibères et les Lygures avaient des établissements.

Maintenant, en m'assimilant le procédé et la méthode de raisonnement des étymologistes purs, il me serait loisible d'avancer, comme on le fait pour les bas Bretons, que les Flamands et les Wallons sont de même race que les Basques, et pourtant j'énoncerais quelque chose d'absurde.

Ce tableau a, néanmoins pour moi, une fort grande signification. Je l'ai dressé, il y a longtemps déjà, lorsque, par des recherches laborieuses, j'en étais arrivé aux conclusions que j'émettais, dans les termes suivants, au § 9 de ma *Troisième Lettre :* « Les Celtes ne sont pas les premiers
» habitants de la Gaule. Lorsqu'ils quittèrent les îles éloi-
» gnées et les territoires transrhénans, d'où les chassaient
» et les guerres intestines et les inondations de la mer,
» pour pénétrer dans ce pays, ils y avaient été précédés
» par une autre race que les druides représentent comme
» indigène. La même race peuplait toute l'île de Bretagne
» avant que les Belges vinssent en occuper les côtes orien-
» tales. Les historiens appellent ces peuples de la Gaule
» et de la Bretagne Ibères et Lygures. Il est probable
» qu'avant l'arrivée des Celtes, ils avaient parcouru en
» maîtres toute la Gaule, et qu'ils avaient donné aux
» fleuves et aux principaux phénomènes naturels des
» dénominations dont quelques-unes ont pu survivre à la
» conquête.

» En second lieu, il n'est pas admissible, d'après ce
» que nous connaissons de leur caractère, que les Celtes
» aient chassé ou exterminé toute la population du pays
» conquis. Des débris de peuplades ont dû rester au
» milieu des vainqueurs, sous la clientèle de tribus puis-

» santes, ou bien comme colons et esclaves des chefs » celtes. Une seule de ces circonstances suffisait pour » perpétuer des noms de localités tirés des langues du » midi au milieu de noms teutons. »

Après que l'analyse et l'examen raisonné des textes m'eurent conduit à cette conclusion, je dus tout aussitôt penser que, si mon système était le vrai, je rencontrerais évidemment dans toute la Gaule et dans la Grande-Bretagne des traces de séjour de cette race méridionale précurseur de la race blonde du Nord. C'est alors que je fis un travail qui s'étendit à toutes les parties de la Gaule et de l'Angleterre, et dont je viens de donner un fragment, autorisé que j'étais par les citations de mes contradicteurs. Je me trouvais forcé de combattre ces derniers par leurs propres armes. J'ai été amené, pendant mes laborieuses études, à établir des nomenclatures d'une portée et d'une étendue bien plus grandes; et pourtant je les considère comme des présomptions et non comme des arguments décisifs; aussi je n'en produis jamais des extraits qu'avec répugnance. Ce sont des éléments de discussion curieux et non pas sérieux, et je parle des étymologies du langage, aussi bien que des étymologies des noms de localités. En effet, pour que ces tableaux possédassent une valeur réelle, il faudrait qu'ils continssent l'origine, l'histoire et les transformations de chaque mot. C'est ainsi que dans tous les vocabulaires de la prétendue langue celtique, on nous donne aujourd'hui comme du celte pur une énorme quantité de mots que les Romains et les Teutons (Belges, Pictes, Anglo-Saxons) ont fait pénétrer dans la langue des Bretons et des Irlandais, et que ceux-ci ont défigurés en se les assimilant. Avant de raisonner sur cette langue, ne faudrait-il pas d'abord en élaguer les mots étrangers qu'elle renferme? Et dans l'état où elle se trouve, qui serait capable d'effectuer ce travail ? Il est de fait que, dans son mélange actuel, on pourra longtemps répandre le doute sur les textes historiques les moins contestables, et l'on verra surgir encore de nouveaux disciples de Latour d'Auvergne-Corret, qui persisteront à soutenir que la langue des Bretons est non-seulement la mère du français, mais de toutes les langues indo-germaniques.

§ 6. — Le chapitre I^er^ du VI^me^ livre que nous examinons renferme un autre argument auquel je n'accorde aucune portée. L'auteur veut prouver, au moyen d'une phrase d'une comédie écrite au IV^me^ siècle, que le droit druidique existait à cette époque sur les bords de la Loire (*vade*, *ad Ligerim vivito*), et qu'on y trouvait des coutumes différentes de celles des Germains. Voici ce passage que Lar débite à Querolus : *Illic jure gentium vivunt homines; ibi nullum est praestigium : ibi sententiae capitales de robore proferuntur et scribuntur in ossibus ; illic etiam rustici perorant, et privati judicant; ibi totum licet. Si dives fueris Patus appellaberis,* etc. Je demande ce que font les druides et les Bretons en cette affaire; les campements bretons n'avaient pas dépassé la Vilaine, et les Gallo-Romains, qui plus tard furent englobés dans la province de Bretagne, n'occupaient que les embouchures de la Loire : il y a loin d'Oudon ou d'Ancenis aux sources du fleuve. Du reste, au IV^me^ siècle, que de peuples avaient visité la Gaule dans les rangs des légions et des troupes auxiliaires, et laissé des colonies sur les rives de ses grands cours d'eau ! A cette époque encore tout était en décadence, les mœurs, la langue, la religion. Le passage cité par M. Brandes est tout aussi vague que le passage de Pline que j'ai réfuté dans ma *Cinquième Lettre*.

§ 7. — Le chapitre II^me^ du VI^me^ livre est consacré à prouver, 1° qu'en tous temps, avant comme après César, il existait des relations entre la presqu'île armoricaine et le sud de la Grande-Bretagne, et que les deux populations se présentent comme de même famille et de même race; 2° qu'après les migrations des Bretons dans l'Armorique, les deux populations se trouvèrent mêlées, et qu'elles ne présentaient aucune différence entre elles.

L'auteur invoque une suite de textes que j'examinerai dans l'ordre où il les cite. Sur la première question :

a. Strabon, dit-il, rapporte que les Vénètes de l'Armorique s'exposèrent à une attaque de César pour empêcher son passage en Bretagne : d'un autre côté, Orose (VI, 8) dit qu'ils appelèrent les Bretons à leur secours, comme leurs frères de race (*Stammverwandten*) ! — L'expression d'Orose n'a point du tout cette signification : il s'exprime ainsi : *Auxilia quoque Britannis indicant.* Il ne s'agit donc point ici ni de frères de race ni de parents.

b. Végèce signale que les navires des Bretons et des Gaulois étaient identiques ! — M. Brandes cite le livre IV^me^, § 37, de Végèce. Je ne connais pas ce passage : le livre IV^me^ ne s'occupe pas de marine et n'a que trente paragraphes. Du reste, de quels Bretons est-il question ? Si c'est des habitants du pays de Kent, la ressemblance des navires serait toute naturelle.

C'est après des preuves de ce genre que M. le docteur Brandes s'écrie qu'il ne peut être douteux que les habitants de la Bretagne actuelle (les bas Bretons) aient été les proches parents des peuples du sud de l'Angleterre (*Kurz es kann keinem Zweifel unterliegen, dass die alte Bevölkerung der heutigen Bretagne mit der Südbritischen ganz nahe verwandt gewesen ist*, p. 266). Mais c'est là justement ce que le professeur de Leipzig oublie de prouver. Cela posé, il passe à la seconde partie de sa démonstration, au mélange des Bretons insulaires avec les Gaulois de l'Armorique.

Le premier texte invoqué est un passage d'Eumène, dans le panégyrique de Constantin, chap. 21. Je ne le citerai pas, car l'auteur lui-même est tout aussitôt amené à reconnaître qu'il ne prouve rien, sinon que des ouvriers bretons travaillaient à la réédification des murailles de la capitale des Édues (1).

Le second texte invoqué est celui de Guillaume de Malmesbury. Il nous entraînera dans une assez longue dissertation. Je l'invoque moi-même, mais dans un tout autre sens, dans ma *Première Lettre,* § 7, où le lecteur le retrouvera. Le chroniqueur fait remonter la première migration de soldats bretons à Constantin le Grand, qui les aurait établis sur les côtes occidentales de la Gaule, en récompense de leur fidélité : *In quadam parte Galliae ad occidentem super litus Oceani collocavit.* C'est là que les débris des armées, amenées de Bretagne par les tyrans Maxime et Constantin, se seraient fixés à leur tour après la défaite et la mort de ces deux usurpateurs : *Pars post fugam ad superiores Britannos concessit.* Ce texte est, pour M. Brandes, le témoignage irréfragable du mélange intime, complet des nouveaux venus avec les anciens habitants de la contrée. Selon lui, « les deux éléments de population, proches » parents l'un de l'autre, se mêlèrent si rapidement que » tous deux se réunirent pour défendre leur pays contre

---

(1) *Aus deiser Stelle aber ersehen wir nur, dass Britische Handwerker beim Wiederaufbau der Aeduerstadt mitwirkten*, p. 267.

» les attaques des Germains et des Romains (1). » Voici ce que je répondrai au savant professeur de Leipzig : L'expression de Guillaume de Malmesbury, *Constantinus.... in quadam parte Galliae ad occidentem super litus Oceani collocavit*, n'a pas le sens qu'il lui prête, et la preuve en est dans la phrase suivante qui la complète et l'explique : *Ubi hodieque posteri eorum manentes immane quantum coaluere, moribus linguaque nonnihil a nostri Britonibus degeneres.* Les habitants de la contrée à laquelle on fait allusion sont donc les descendants des colons et non pas des Gallo-Bretons; le langage et les mœurs sont bretons; c'est bien à eux exclusivement et non à d'autres qu'on les attribue. La manière dont s'opéra la prise de possession reste seule dans le vague, et l'écrivain bénédictin n'y fait pas allusion.

Avant de se prononcer avec une semblable assurance, il eût été prudent que l'auteur tînt compte des autres chroniqueurs du moyen âge, parmi lesquels le moine de Malmesbury est un des derniers venus. Au milieu de tous ces écrits, il ne fallait pas choisir le seul peut-être qui ne contrariât pas le système préconçu qu'on cherche à faire prévaloir, il ne fallait pas placer tous les autres sous le boisseau. A cette occasion, je demanderai à M. le docteur Brandes s'il se souvient de la leçon virulente qu'il a lancée à la page VII de son introduction. A l'entendre, « Holtzmann, ses prédécesseurs et ses adhérents ont montré, dans la défense de leur thèse, une incroyable faiblesse d'argumentation. Ils ne parviennent aux résultats qu'ils proclament qu'en mêlant arbitrairement des documents de tous les temps et de toutes valeurs, sans les éclairer par une critique judicieuse, en faisant usage de textes sans portée, exagérés à dessein, ou bien en leur donnant un sens forcé, en omettant enfin les textes les plus clairs et les plus décisifs. Mais quant à lui, docteur Brandes, c'est autre chose, il a tout lu, tout médité, et aucun passage d'importance n'a échappé à ses investigations. »

---

(1) *Die beiden einander ohnehin nahe verwandten Bevölkerungselemente, das ein heimische Gallisch-Armoricanische und das Britische, verschmolzen um so schneller, da Beide gemeinsam an der Vertheidigung ihres Landes gegen das Anstürmen der Germanen und gegen die Wiederunterjochungsversuche der Römer Thiel namen.* (B., p. 270.)

Après une aussi chaude catilinaire, après le *satisfecit* qu'il s'octroie, on a lieu de s'étonner de voir l'auteur suivre une marche si peu en harmonie avec ses paroles. En effet, il aurait dû nous dire pourquoi il préfère Guillaume de Malmesbury à tous les autres chroniqueurs du moyen âge, et pourquoi il a fait complète abstraction de ceux-ci.

D'abord, Guillaume de Malmesbury est le seul qui reporte à l'époque de Constantin le Grand la transplantation des Bretons dans la Gaule; il est vrai, du reste, qu'il commence la phrase où il en parle par un mot de doute (*ut aiunt*). Tous les autres chroniqueurs placent cette date au temps de Maxime et de Constantin. Bède dit que la jeunesse bretonne, conduite dans la Gaule par ces usurpateurs, ne revit jamais sa patrie : *Tyrannorum temeritate abducta nusquam ultra domum rediit* (I, § 12).

Nennius, qui vivait un siècle plus tard, indique le lieu où elle fut colonisée. Ce sont, dit-il, les Bretons de l'Armorique, et jamais depuis ils n'ont revu leur patrie. *Hi sunt Britonnes Armorici, et nunqum reversi sunt.* (Nennius, § 27.) Deux autres chroniqueurs, Henri de Huntinden et Sylvestre-Gérard, de Cambridge, confirment cette assertion.

Britonnes quos Maximus abduxerat.... Britones Armorici vocantur, dit le premier. *Non post-Britanniae excidium, sed longè antea a Maximo tyranno translata* (Dom Morice, *Hist. Bret.*, I, 164), dit le second, réfutant déjà, à cette époque, l'opinion si souvent émise depuis, et cette année encore dans notre pays (1), à savoir : que l'émigration des Bretons dans l'Armorique n'a eu lieu qu'au temps des invasions saxonnes. Les Triades bretonnes tiennent le même langage, et elles nomment le chef de l'expédition. « La » troisième expédition combinée qui sortit de l'île de Bre- » tagne fut conduite par Ellen, puissant dans les combats, » et Cynan, son frère, seigneur de Meiriadog en Armorique, » où *ils obtinrent terres, pouvoir et souveraineté* de l'empe- » reur Maxime. » — « Et aucun d'eux ne revint et ils restè- » rent là où ils forment une communauté. » (Tryade XIII^me^, traduction de Probert.)

Tous ces témoignages affirment d'une manière formelle que les soldats bretons s'établirent, au temps de Maxime, dans la partie de l'Armorique où nous les voyons aujourd'hui. Ils ne s'expriment pas avec netteté sur la manière dont cet établissement a été fondé, mais on y chercherait vainement la plus légère trace d'un mélange entre les nouveaux venus et les habitants de la contrée.

Ce ne sont pas là les seuls documents que le moyen âge nous a légués. Les chroniques de Saint-Brieuc, écrites sur les lieux mêmes où les événements se sont passés, dans la partie gallo-romaine, sur les frontières des Bretons-Bretonnants, attestent que les anciens habitants de la contrée ont été chassés : *Postremo cum universos provinciae incolas*

---

(1) *De S^{ta}-Ursula. etc.,* Auct. Victore De Buck., presbyt. Soc. Jesu. 1858.

delevissent, munierunt civitates et oppida militibus Britannis. (Dom Morice, *Hist. de Bret.*, I, p. 9.) Raoul de Diceto, doyen de Saint-Paul de Londres, confirme la version des chroniques de Saint-Brieuc : *Maximus.... Armoricorum regnum, quae nunc Britannia dicitur debellavit.... interfecit quidquid masculani sexus erat per Armoricam, tandem sedato regno Armorico, ipsum Britannico populo replevit.... fecitque alteram Britanniam et eam Conano-Meridiaco donavit.* (Collect. de Gale, p. 556.) Enfin, Galfrid de Montmouth, qui de tous les chroniqueurs raconte avec le plus de détails, dans la Passion de sainte Ursule, la translation des Bretons dans l'Armorique, s'exprime ainsi en parlant de la partie de l'Armorique assignée aux Bretons : *Erit haec altera Britannia, et eam ex genere nostro expulsis indigenis, replebemus.* (*Passio sanctae Ursulae*, § 4.) Après cela, l'évêque d'Asaph raconte comme quoi Conan de Mériadec, voulant donner des femmes à ses guerriers, mais ne voulant pas faire alliance avec les Gaulois, envoya des messagers dans la Grande-Bretagne, afin d'obtenir des épouses pour ses soldats. C'est alors que sainte Ursule s'embarqua avec ses compagnes; la flotte, dispersée par la tempête, à la sortie de la Tamise, fut en partie engloutie par les flots et en partie capturée par des pirates partisans de l'empereur Gratien, ennemi de Maxime : *Et ut nullam commixtionem cum Gallis facerent, decrevit ut ex Britannia insula mulieres venirent.* (*Passio sanctae Ursulae*, § 7.)

Je sais bien que la critique a rejeté tous ces textes comme erronés, et soutient que la transplantation des Bretons dans l'Armorique n'a eu lieu qu'à l'époque des invasions saxonnes. Je ne partage pas cette manière de voir; mais, en supposant qu'elle soit la véritable, il ressortira de ce qui précède la conclusion que voici : Durant tout le moyen âge, les chroniqueurs, soit gallo-romains ou bas bretons, soit de la Grande-Bretagne, admettent comme tradition nationale constante, que l'établissement des Bretons dans l'Armorique est le résultat de la violence, et qu'il a été accompli aux dépens des anciens habitants. L'idée du mélange intime et complet des deux populations est un effet de l'imagination.

Ce mélange ne résulte même pas des écrits sur lesquels on s'appuie pour reporter vers le milieu du V^me^ siècle l'arrivée des refugiés bretons. Pour détruire cette hypothèse, nous avons une autorité dont on ne peut révoquer en doute la véracité, une autorité parfaitement renseignée, Ermold le Noir, dont j'ai cité l'opinion *in extenso* dans ma lettre première, § 37. Les vers suivants ne laissent aucun doute :

> *Hic populus* . . . .
> *Arva capit prorsus atque tributa parat.*
> *Tempore nempe illo huc rus quoque Gallus habebat*
> *Quando idem populus fluctibus actus adest*
> . . . .
> *Ut requies sibi cessa, movent mox horrida bella,*
> *Et custode novo rura replere parant;*
> *Lancea pro censu, munus pro jure duelli*
> *Redditur hospitibus, pro pietate tumor.*
> Etc.

Ainsi, que l'on assigne la colonisation des Bretons dans l'Armorique au temps de Maxime ou au temps des invasions saxonnes, le résultat est toujours le même : violence de la part des arrivants, dépossession pour les Gallo-Romains. On peut ajouter que tous les documents historiques parvenus jusqu'à nous sont unanimes pour établir et confirmer ce fait.

§ 8. — Si à cette unanimité de traditions, on veut bien ajouter toutes les considérations que j'ai développées dans mes lettres précédentes au sujet des bas Bretons, au sujet du type de leur physionomie, de leurs mœurs, coutumes, institutions, différant si essentiellement de ceux des Gallo-Romains, la non-identité de race se présentera comme un axiome historique incontestable. A côté de ces nombreux éléments de preuve, les celtistes n'ont à opposer que de vagues présomptions.

Plus on creuse le sujet et plus l'on en voit jaillir des conséquences contraires à leur système. Car, enfin, si la transplantation des Bretons au milieu des Gaulois eût été pacifique, s'il y eût eu mélange intime des deux populations, au profit de qui ce changement se fût-il opéré? Évidemment au profit de la population la plus civilisée. C'est le contraire qu'on rencontre. De plus, la division ou plutôt la circonscription ecclésiastique de ces contrées n'eût pas été troublée, tandis que l'étude des faits révèle un bouleversement dont les autres parties de la Gaule ne montrent pas de traces, malgré l'établissement de nombreux barbares sur leur sol.

Je recommande à M. le professeur Brandes la lecture d'un travail du plus haut intérêt, et rédigé, avec autant de modestie que de véritable talent, par M. J. Desnoyers, secrétaire de la Société de l'Histoire de France : *La Topographie ecclésiastique de la France,* dont la première partie a vu le jour dans l'annuaire de cette Société, pour l'année 1853. M. Adrien de Valois avait déjà établi que les divisions ecclésiastiques sous les Francs et durant tout le moyen âge correspondaient aux anciennes divisions politiques des derniers siècles de l'empire romain; de sorte que les *civitates* de la *Notitia dignitatum imperii* représentaient les limites des circonscriptions diocésaines de l'an-

cienne France. Deux siècles après Adrien de Valois, le savant et regretté M. Guérard avait repris son travail resté incomplet, et poussant plus loin ses investigations jusqu'aux archidiaconies, il en était arrivé à cette conclusion, que ces subdivisions des diocèses ont été composées en grande partie avec les *pagi minores*, dont elles représentent assez généralement l'ancienne circonscription. Le beau et utile travail de M. Desnoyers a pour but de compléter l'œuvre de ces illustres savants et de combler les lacunes qu'ils ont laissées ouvertes. Cette concordance entre les divisions politiques et ecclésiastiques n'est pas altérée dans le nord, dans l'est ni au sud, malgré les établissements des Francs, des Burgondes et des Goths partout où la population gallo-romaine n'a pas été anéantie ou déplacée. Mais dans la basse Bretagne, il n'en est plus ainsi; là, comme je l'ai dit, se révèlent des bouleversements qui n'ont d'analogue nulle part dans la Gaule. Je laisserai parler M. Desnoyers : « Les invasions des Bretons
» insulaires ne tardèrent pas à modifier cette organisa-
» tion conforme aux plus anciens et aux plus constants
» usages du christianisme. Leurs colonies, en s'établissant
» successivement dans les régions occidentale et nord-
» occidentale de cette partie des contrées armoricaines,
» avaient peu à peu envahi la plus grande partie des terri-
» toires occupés par les diocèses de Léon, de Quimper et
» de Vannes. Les Bretons avaient imposé à leurs nouvelles
» conquêtes des noms empruntés à leur ancienne patrie
» insulaire, ceux de *Domnonée*, de *Cornouaille*, de *Petite-*
» *Bretagne*. Leurs luttes contre les anciens habitants
» gallo-romains de l'Armorique et contre les rois francs
» occasionnèrent des partages de territoires qui devaient
» infailliblement troubler les premières divisions diocé-

» saines. En outre, les Bretons émigrés amenaient avec
» eux des moines, des prêtres et même des évêques, dont
» la présence et l'influence déterminèrent la création de
» monastères très-puissants, mais encore tendirent peu à
» peu à constituer, dès avant Nomenoë, des sortes de
» territoires diocésains, dont les titulaires furent désignés
» par les chefs bretons en dehors des usages consacrés par
» l'Église (1). »

§ 9. — M. le Dr Brandes a cru trouver une preuve contre le système que je soutiens dans les actes du troisième synode de Llandaf (560). Encore ici, je diffère d'opinion avec le professeur de Leipzig; le texte qu'il cite confirme ma thèse, bien loin de l'affaiblir. — Au temps d'Ofdocée (*Oudoceus*), évêque de Llandaf, Guidnerth assassina son frère pour une contestation au trône, et fut excommunié. Après trois années écoulées, il voulut rentrer en grâce, et Ofdocée l'envoya en pèlerinage auprès de l'archevêque de Dol, *eo quod ipse Guidnerth et Britones et archiepiscopus illius terrae essent, unius linguae et unius nationis, quamvis dividerentur spatio terrarum; et tanto milius poterat renuntiare scelus suum et indulgentiam requirere, cognito suo sermone*. (Labbe, *Sacrosancta concilia*, V, p. 830.) M. le Dr Brandes tire de ce texte la conséquence, que non-seulement les Gallois et les Bretons armoricains parlaient le même langage, mais encore les peuples de la partie ouest de la Gaule, attendu que le monastère de Dol avait été érigé sur la contrée gallo-romaine.

---

(1) *Annuaire de l'hist. de France*, 1853, page 187. Dans le *Bulletin arch. de l'Association bretonne*, tome III, 2e et 3e liv., 1852, M. de la Borderie a émis l'opinion que les divisions ecclésiastiques de la Bretagne, différentes de celles du reste de la Gaule, ne se sont pas modelées sur les divisions gallo-romaines; qu'à l'imitation des provinces méridionales de la Grande-Bretagne, d'où partirent les nouvelles colonies, l'administration épiscopale y est toute personnelle et non point topographique; que les diocèses furent entés sur les comtés bretons, c'est-à-dire les divisions ecclésiastiques sur les divisions politiques, à l'inverse de ce qui eut lieu dans presque toute la Gaule. (*Ibid.*, p. 207.)

Le texte, au contraire, tend à établir que l'archevêque de Dol parlait breton par exception. C'est lui seul qu'on met personnellement en jeu et non les habitants de la contrée. Et, en effet, l'archevêque, de Dol, à cette époque (560), était de la même nation et de la même langue que le prince gallois : « c'était le missionnaire ou l'émigré insulaire que » l'Église a vénéré, sous le nom de saint Samson, évêque » ou archevêque sur sa terre natale, et qui fonda, pen» dant le VI^me^ siècle, un monastère dans le lieu où s'est » établie plus tard la ville de Dol. » (Desnoyers, *Topog. eccl.*, p. 229.) Saint Samson mourut en 564. Cette circonstance donne au texte synodal un sens net et irréfutable, et elle met à néant l'interprétation de M. le docteur Brandes.

§ 10. — J'ai dit que, dans un appendice, M. le docteur Brandes avait traité des *Restes du celtique dans la langue française.* C'est, comme le dit M. Holtzmann, la partie la plus faible de l'ouvrage. Après avoir établi que la langue française a pris naissance dans la *lingua romana rustica*, laquelle est un composé de gaulois et de latin, il ne peut invoquer à l'appui de ce principe (lequel je considère moi-même comme incontestable) que les étymologies de Diffenbach et de Chevalet, c'est-à-dire la négation du principe. Je m'en réfère, à cet égard, à ce que j'ai écrit dans ma *Troisième Lettre;* je n'ai rien à y changer. Les origines de la langue française s'expliquent parfaitement par le flamand ou le *niederdeutsch* et le latin, et aucunement par le latin et le breton. Je ne reviendrai pas sur cette discussion, seulement, avant de finir, je désire présenter quelques comparaisons entre les étymologies tirées du prétendu celtique et celles extraites du flamand (1). Je ferai abstraction des mots wallons, parce que je les ai donnés à la fin de ma *Première étude sur l'Histoire de la Belgique*, ainsi que des lettres A, B et C qui se trouvent à la fin de ma *Troisième Lettre*. Je ne donnerai pas tous les mots de mon vocabulaire, cela nous mènerait trop loin ; mais j'en citerai suffisamment pour convaincre le lecteur que la décomposition ou les études sur la formation de la langue française, bien loin de nuire à ma thèse, de détruire les principes que j'ai établis, les confirment au contraire, à savoir : 1° que la langue française est un mélange de latin et de gaulois; 2° que les Gaulois parlaient un idiome germanique et non pas breton.

Je rappellerai que les quatre points cardinaux sont flamands : nord=*noord*, est=*oost*, ouest=*weest*, sud=*zuid*.

Les noms des couleurs principales sont flamands : bleu =*bleauw;* gris=*grys;* blond=*blond;* rouge=*rood;* jaune ou gaune=*gheel;* écarlate=*scharlaken;* brun=*brun*, etc.

Les noms composés français sont la traduction des mots composés flamands : pissenlit=*pisse-bed* (urinaria); maître de poste=*post-meester* (cariosus); pierre ponce=

---

(1) Je n'ai pas besoin de rappeler que je sépare les Germains proprement dits des Suèves et des Scandinaves. C'est aux premiers seulement que j'assimile les Gaulois, c'est-à-dire les hommes de la race blonde qui s'établirent dans la Gaule. Ce n'est donc ni dans l'allemanique, le gothique, l'anglo-saxon, ni dans les traductions de Kéron, moine de St-Gall, d'Otfrid, moine de Weissembourg, ni dans les Minnesingers (attendu que tous ces auteurs appartiennent au haut allemand), qu'il faut puiser ses comparaisons, mais dans notre vieux flamand, et particulièrement chez les Flamands de l'ouest. J'ai développé ce point dans mes lettres précédentes. — Je laisse aux mots pris dans Kilianus l'orthographe de son dictionnaire.

puym-steen (pumex); beau-frère=*schoon-broeder;* belle-mère=*schoon-moeder* (socrus); beau-père=*schoon-vader* (socer); pierre de touche=*toets-steen* (coticula); sage-femme=*vroedwrouw* (obstetrix), etc.

Le vocabulaire de M. le docteur Brandes ne contient pas un seul adjectif, tandis que l'étymologie franco-flamande fournit les plus usuels : blanc (candidus)=*blanck;* fel, félon=*fel;* fier=*fier;* vil=*fielt;* frivole=*frevel;* frais=*frisch;* gros=*groot;* hâtif=*haestich;* haut=*hoog;* juste=*juist;* jovial=*juwel;* calme=*kalm;* chétif=*kattif* (k); clair=*klaer;* court=*kort;* couard=*kuwaerd;* chelme (méchant)=*schelm;* laid=*leelyk;* mat (fatigué)=*mat;* moindre=*minder;* net=*net;* riche=*ryck;* rond=*rond;* sur (acide)=*suer;* fade=*vaedigh;* faux=*valsch;* franc=*franck;* sot=*zot;* léger=*ligt;* maigre=*mager;* neuf=*nieuwe;* espiègle=*uilespiegel*, etc.

Les termes de marine, à peu d'exceptions près, sont flamands. Comme on ne pouvait attribuer aux Francs l'introduction de ces mots dans la langue, on a fait cet honneur aux Normands. Comment les Normands, dont les flottes, qui dévastèrent la Gaule, étaient presque entièrement composées de longs bateaux, maniés à la rame, sans mâts et sans voile, et qui n'avaient de grands navires que pour les chefs, auraient-ils pu imposer leurs dénominations à un pays qui avait fourni des flottes puissantes à l'empire romain et à Charlemagne, alors que nous savons que, dans toutes choses, ces mêmes Normands se laissèrent absorber par la civilisation gallo-romaine?

Chevalet a donné ces mots, et il est curieux de les réunir.

Affale=*afvallen;* amarrer=*maaren;* bâbord=*bakboord;* balast=*ballast;* balise=*balie;* barque=*bark;* bau=*balk;* baudequin=*boodken;*

beaupré=*boegspriet;* bélandre=*bylander;* berne=*beuren* (hisser); berge=*berg;* bise=*biezen* (souffler); bitte=*beeting;* bodine=*bottem;* bomerie=*bodmerye;* bosseman=*bootsman;* bouée=*boey;* bouline=*boelyn;* brise=*breeze* (angl.); cale=*kiel;* chaloupe=*sloep;* cingler=*saegel* (angl.); clamp =*klamp;* clapoter=*klappen;* crone=*kraan;* dérive=*dryven* (être poussé par le vent); drenc (v. f., dosse des vergues)=*dringen;* èbe=*ebbe;* écore=*schore;* écoute=*schoot;* écume=*schuim;* élingue=*schlinge;* éperon=*spoor;* épisser=*splitzen;* escalope=*schlep;* eschipre (v. fr.)=*schipper;* esneke (v. f., sorte de barque)=*snik;* espars=*spar;* esquif=*schip;* estière (v. f., gouvernail)=*stuur;* estrope=*strop;* esturman (v. f., pilote)=*stuurman;* étai=*stut;* faubert=*zwabber;* flotte=*vlot;* frégate=*fregat* (?); fret=*vragt;* gaffe=*gaffel;* grée=*gereed;* haler=*haalen;* hamac=*hangmat;* héler=*hollen* (all.); hisser=*hyzen;* hulot=*hol;* lest=*last;* lof=*loef;* louvoyer=*laveeren;* mât=*mast;* pilote=*piloot;* quille=*kiel;* racage=*rak;* rade=*reede;* ralingue=*raalyn;* ris=*rif;* stangue=*stang;* tribord (bord du gouvernail)=*stuurboord;* varangue=*vloerwrang;* varech=*wraaken* (rejeter); vindas=*windas.*

Si de la marine on passait aux divers métiers, on verrait surgir des résultats identiques; les mots des outils, des instruments dont les ouvriers se servent remonteraient au vieux flamand ou à la langue des Thiois. Déjà un des plus savants philologues de l'Académie a entrepris ce travail pour le menuisier (l'*escrinier* du vieux français), et ses recherches ont été couronnées du plus éclatant succès (1). Les mots : *boutique*, *atelier*, *banc*, *établi*, *bois*, *outil*, *vilebrequin*, *scie*, *rabot*, *varlope*, *guimbare* ou *guibore*, *windas*, *pince*, *tricoise*, *crusquin* ou *trusquin*, *vis*, *écrou*, *bieze*, *cogète*, *hève*, *daile*, *hépe*, *crèses*, etc., sont du vieux flamand. Si l'on poussait plus loin, ce seraient les mêmes révélations.

Les fameux ouvriers en cuivre (*koper*) de Dinant, se nomment les *copères;* les mineurs du pays wallon sont des *borains* (de *boren*); la *houille* qu'ils exploitent, les *bures* qui servent à l'exploiter, les *cufats* qui la remontent au jour, tout cela est flamand. Dira-t-on encore que l'on a attendu les dominateurs francs, ou les Lètes germains pour donner des noms aux arts manuels et aux instruments qu'ils emploient?

---

(1) *Lettre de J.-D. Bormans, à M. Ch. Grandgagnage, sur les éléments thiois (flamands) de la langue wallonne.*

Comparons maintenant aux verbes français que M. le docteur Brandes attribue au celtique ceux que le flamand nous fournit. (Je ne prends pas les substantifs, cela nous mènerait trop loin.) Ces verbes sont au nombre de 25. Ce sont : *bâiller, barguigner, bertauder, blaguer, bondir, bouder, brifer, caquer, changer, chômer, claquer, craquer, entamer, gazouiller, glaner, gronder, hâtir, moquer, narguer, plonger, rabâcher, rebarder, sorner.* Et ceux qui voudront bien consulter l'ouvrage de M. Brandes pourront s'assurer combien sont éloignées de la forme française les étymologies bretonnes qu'on leur oppose, bâiller est tiré de *badaleiñ*, bertauder de *bearr,* changer de *ceannaich*, etc., et il reste à examiner si, lorsqu'on rencontre l'expression à peu près identique, ce n'est pas du français corrompu qu'on retrouve. J'opposerai à ces mots les étymologies suivantes que j'extrais du vieux glossaire de Kilianus, sans les discuter. On remarquera qu'ici la forme est presque identique, au lieu de se montrer tourmentée comme dans toutes les comparaisons celtiques. Je néglige à dessein les autres vocabulaires du langage thiois, et, ainsi que je l'ai dit plus haut, je commencerai à la lettre *D*.

Dauber=*dabben;* danser=*danssen;* tarir=*darren;* tonner=*donderen;* radoter=*doten;* droler (v. f.)=*drollen;* durer=*dueren;* errer=*erren;* faillir=*fallen;* festoyer=*festeren;* ficher=*fiecken;* flatter=*fletteren;* frire =*fryten;* froncer=*fronssen;* gaber=*gabberen;* gagner=*gewinnen;* graver=*graven;* gripper=*grypen;* grisonner=*grysen;* grouiller=*grol-*

len; grogner=*grunnen;* hacher=*haecken;* sou-haiter=*haeyten;* hâter=*haesten;* hanter=*handteren;* ouïr=*hooren;* heurter=*horten;* hurler=*huylen;* combattre=*kampen;* connaître=*kennen;* choisir=*kiesen;* claquer=*klacken;* é-clairer=*klaeren;* coucher=*koetsen;* ac-coupler=*koppelen;* coûter=*kosten;* craquer=*kracken;* crier=*kraeyen;* gratter=*kraetsen;* croquer=*kroken;* croller=*krollen;* crotter=*krotten;* laisser=*laeten;* laper=*lapen;* lécher=*lecken;* lanterner=*lenteren;* louer=*loven;* il-lustrer=*lusteren;* moudre=*maelen;* é-mailler=*maeleren;* mener=*mennen;* mesurer=*metten;* morceler=*morselen;* moisir=*mossen;* muer, mutiner=*muyten;* offrir=*offeren;* aoûter=*oogsten;* paqueter=*packen;* presser=*pressen;* piquer=*picken;* piper=*piepen;* pisser=*pissen;* pincer=*pitsen;* plaquer=*placken;* plaider=*pleyten;* planter=*planten;* plonger=*plonssen;* é-plucher=*pluysen;* bouffer=*poffen;* em-poter=*potten;* priser=*prysen;* prouver=*proeven;* rabattre=*rabatten* (k. ?) rayonner=*raeyen;* racler=*raeckelen;* railler=*rallen;* rançonner=*ransoenen;* rester=*resteren;* rafler=*riffelen;* rimer=*rymen;* rayer=*royeren;* rouler=*rollen;* ravir=*rooven;* ruisseler=*ruysselen;* rousper (v. f.)=*rupsen;* saccager=*sacken;* as-sembler=*saemelen;* sarcler=*sakeleren;* saucer=*saussen;* es-carmoucher=*schaermoetsen;* décamper=*schampen;* é-charper=*scherpen;* choquer=*schocken;* secouer (e-scouer, v. f.)=*schoeuren;* écorcer=*schorssen;* écosser=*schossen;* é-crier=*schreeuwen;* secouer=*schudden;* écurer=*schueren;* é-squiver=*schuyven;* siffler=*sifflen;* souffler=*soffelen;* épargner=*spaeren;* épeller=*spellen;* étoffer=*stofferen;* tanner=*tannen;* en-tasser=*tassen;* tâter=*tatsen;* târir=*teeren;* tempérer=*temperen;* tamiser=*temsen;* toucher=*toetsen;* trousser=*torssen;* at-traper=*trappen;* tresser=*trensen;* trousser=*trossen;* toucher=*tocken;* etc.

Il y a entre tous ces mots une conformation identique; il est évident qu'ils ont passé d'une langue dans l'autre; l'analogie est ici complète, et l'on n'est pas obligé de faire un effort pour la reconnaître, comme chez les celtistes, dans le plus grand nombre de cas. Il faut quelque bonne volonté pour faire dériver : grignoter de *kriña*, glaner de *glui*, moquer de *mag*, et ainsi de suite.

§ 11. — L'opinion de nos contradicteurs est le résultat de l'erreur suivante. Ils ont donné au mot *gaulois* une interprétation à laquelle les historiens de l'antiquité n'avaient jamais songé; ils ont admis les Celtes et les Belges comme les premiers et uniques habitants de la Gaule, sans se rappeler que les uns et les autres venaient de la rive droite du Rhin, et que d'autres hommes avaient pu occuper ces contrées avant eux; puis, trouvant sur le sol de la Gaule quelques monuments, quelques expressions linguistiques, des noms de lieux, de fleuves, de montagnes étrangers aux langues germaniques, ils en ont déduit, malgré le petit nombre et la fragilité de ces preuves, la diversité de race des Gaulois et des Germains, et cela contrairement aux textes anciens et aux faits les plus formels. Néanmoins, je ne repousse pas ces travaux où l'on a déployé une patience et un esprit de recherches hors ligne, je n'en infirme pas la valeur; je les accueille au contraire; seulement, je n'admets pas les conséquences que leurs auteurs en ont tirées.

Pour mieux expliquer ma pensée, je vais résumer, en une série de paragraphes, mon système sur les origines gauloises et bretonnes, tel qu'il ressort des discussions que j'ai soutenues, et des thèses que j'ai développées dans les six lettres que l'Académie m'a permis de lui adresser : on comprendra mieux en quoi ma doctrine diffère de celle de M. Brandes.

1.

Les premiers habitants de la Gaule n'appartenaient pas à la race blonde du Nord. Ils faisaient partie des familles humaines qui se distinguaient par un teint coloré, des yeux et des cheveux noirs, et dont les Ibères et les Ligures constituaient les derniers représentants, lors de l'apparition de Romains en deçà des Alpes. Quoiqu'il existât évidemment quelques nuances entre les diverses branches de cette race du Midi, comme entre les rameaux détachés d'un tronc commun à des époques différentes et placés dans des milieux et des climats divers, il est utile néanmoins, pour la lucidité de la discussion, de donner un nom à l'ensemble de ces familles méridionales. Je les désignerai donc sous la dénomination de race *liguro-ibérienne*. Les Ligures, en effet, se montrent partout à côté des Ibères en Espagne comme au sud de la Gaule (1). Scylax proclame la race liguro-ibérienne la plus ancienne de l'Europe (2). Ses migrations se perdaient tellement dans la nuit des temps que, dans les diverses contrées qu'elle habitait, on la considérait comme autochthone (3).

---

(1) Thucydide dit, liv. VI, § 2 : « Après les Cyclopes et les Lestrigons, » les *Sicaniens* paraissent avoir fait les premiers établissements dans la Sicile, et même, à les en croire, ils sont les plus anciens, puisqu'ils se disent » autochthones; mais on découvre que ce sont des Ibères, qui furent chassés » par les Lygiens du bord du fleuve Sicanus (la Sègre), dans l'Ibérie. » (Trad. de l'Evesque). — Polybe, liv. III, 7, montre des Ligures dans l'armée d'Annibal avant qu'il eût franchi l'Èbre. — Philistus (Diodore de Sicile, liv. V, § 6) soutient également l'identité des Sicaniens et des Ibères. — Il y a également des Sicaniens dans le nord de l'Afrique. Ils élevèrent les remparts d'Aspis (Silius Italicus, *Bel. Pun.*, liv. III, v. 243). Il existe aussi des Ibères près du Palus Méotide (Strabon, liv. XI, p. 491). D'un autre côté, les Lusitaniens sont confondus avec les Ibères par Diodore (*Excerpt. Photii*, p. 519), et Étienne de Byzance signale une ville de Ligures nommée *Ligystim*, près de Tartessus.

Cette race liguro-ibérienne est la plus ancienne de l'Europe (*Europae primi sunt Iberi*). Partout où on la rencontre, les établissements se perdent si bien dans la nuit des temps, que l'on considère les Ibères comme *autochthones;* en Sicile (Timée), dans la Gaule (Amm. Marc.), dans l'île de Bretagne (César).

(2) *Scylacis Caryandensis periplus*, § 2.

(3) Diodore de Sicile, liv. V, § 6; Amm. Marcellin, liv. XV, § 9; César, *B. G.*, liv. V, § 12. Maintenant, la plupart des grands critiques, et parmi eux je crois pouvoir citer Niebuhr et Walckenaer, considèrent les *Sicanes* et les

2.

Les possessions de la race liguro-ibérienne n'avaient pas toujours été limitées aux contrées que César leur assigne. Tout prouve qu'elles s'étendaient jusqu'aux extrémités de la Gaule. Deux villes célèbres de l'intérieur ont été fondées, suivant la tradition, par des chefs de ces races méridionales; toute la côte occidentale a conservé le vieux nom ibérien *(Armorique)*; toute la Gaule est couverte de localités dont l'étymologie s'explique difficilement par les langues germaniques et qui trouvent leurs similaires ou des analogues dans le pays des Ibères (1).

3.

Rien ne prouve que la race liguro-ibérienne n'ait pas fait sentir son influence sur la rive droite du Rhin et au nord des Alpes : cette influence semble ressortir des beaux travaux auxquels les savants allemands se sont livrés à propos des origines celtiques. Seulement ils ont attribué aux Celtes ce qui appartenait aux hommes qui les avaient précédés dans ces contrées. D'autre part, la race liguro-ibérienne remplissait d'habitants l'île de Bretagne et l'Irlande, et cela dans des temps si éloignés que César considérait les Bretons comme des populations indigènes. Leur

---

Sicules comme de la même race. Les Sicules seraient donc aussi de la race ibérienne; de plus, on les considère comme les *autochthones* de l'Italie. La race liguro-ibérienne aurait donc rempli, dans les temps primitifs, l'Italie, l'Espagne, les îles de la Méditerranée, la Gaule et ses annexes (les Iles-Britanniques).

(1) Diodore de Sicile, liv. IV, § 19; Nennius, § 10; Pline, liv. IV, § 31. Voyez aussi plus haut la comparaison de noms des lieux de la Belgique et du pays des Basques.

caractère ibérien a été signalé en termes formels par Tacite, et de nos jours encore, il n'est pas possible de le nier. Les Gallois et les Irlandais primitifs n'ont pas leurs similaires parmi les hommes de la race blonde, mais parmi ceux de la race brune de l'Espagne. A défaut de leur physionomie, tout en eux, les mœurs, les institutions, la religion, le caractère, les éloigne des Celtes et les rapproche des Ibères. Il en est de même de leurs traditions : il n'en est aucune qui invoque les Gaulois, le Rhin, le nord et l'est de l'Europe; toutes proclament l'origine méridionale des Bretons et des Irlandais; les uns et les autres sortent des contrées de l'Été et du nord de l'Afrique. Il y a cependant entre eux cette différence : avant d'aborder ces îles, qui devinrent leur nouvelle patrie, les premiers séjournèrent dans la Gaule et les seconds en Espagne. On peut même se demander si les Bretons ne sont pas des Ibères, qui habitaient le centre de la Gaule avant l'arrivée des Celtes et que les invasions de ceux-ci auraient rejetés au delà de la Manche (1).

4.

Tandis que les Ibères occupaient, par leurs familles diverses, l'Italie, la Sicile, l'Espagne, la Gaule et les îles Britanniques, une race fameuse se développait sur la rive droite du Rhin et au nord des Alpes illyriennes. Ses tribus campaient, d'un côté, jusqu'à la Baltique, et, de l'autre, jusqu'aux fleuves de la Pologne et de la Russie méridionale, où elles confinaient à l'Asie et à la Grèce. Les historiens grecs appelaient les hommes de cette race du nom de Celtes, et quelquefois Cimmériens ou Cimbres. Ils étaient grands de taille, blancs de peau et se distinguaient par des cheveux blonds, et des yeux bleus. C'est à eux que j'assimile les Germains purs de Tacite, et non les Suèves et les Scandinaves (1). Pressées par des populations nombreuses venues de l'Asie et que les anciens connaissaient sous le nom de *Scythes*, les familles celtiques s'ébranlèrent par fractions et à diverses époques pour chercher de nouveaux territoires vers le sud et vers l'occident.

---

(1) César, *B. G.*, v. 12-14; Tacite, *Agric.*, §§ 10-11. — Voyez sur la physionomie, les mœurs, les institutions, etc., mes Lettres IIme et Vme. — Pour les traditions, voyez *Archaiol. of Wales*, I, p. 76. — Tryades, 4 et 5. Dans la collection de Gale, — Nennius, chap. III, p. 19, chap. VI-VIII et p. 101. *Polychronichon Ranulphi Hedgeni Chestiensis*, pp. 181, 185, 209. — Johanis Fordun, p. 569, etc., etc. Je le répète, physionomie, institutions, mœurs, traditions, rien n'appartient aux Celtes chez les Bretons et les Hiberniens. Tout les rattache à la Libye et au nord de l'Afrique, comme Bochard (*Geographia sacr.*) l'a fort bien prouvé.

5.

Ces premières migrations des Celtes, ce mouvement irrésistible des peuples de l'orient vers l'ouest, qui dura près de vingt siècles et que le bras des Francs devait seul arrêter, se perdent dans la nuit des temps. On en constate les premiers résultats treize siècles environ avant notre ère. A cette époque, les *Ombres* ou *Ambrons* (2) avaient conquis une partie de l'Italie et étendu leur domination jusqu'au Tibre. Ils furent, plus tard, subjugués par les Étrusques. Mais une de leurs tribus conserva son indépendance, fit alliance avec des colons sortis de la Grèce, et donna naissance, par ce mélange, au peuple sabin, qui introduisit dans les institutions et la langue des Romains des éléments dont l'origine germanique ne saurait être révoquée en doute (1).

---

(1) J'ai développé cette thèse avec beaucoup de soin et d'étendue dans ma *Première Étude sur nos origines nationales*. Je ne trouve rien à changer à ce que j'ai écrit à ce sujet, il y a onze ans. — Voyez aussi ma *Lettre IIme*.

(2) Dans la haute Allemagne, l'*a* ou l'*au* devient souvent, dans le vieux langage, *o*, *ou*, *oo*. Dans la Bavière, les paysans disent *Boier=Baier*; *ocht=acht;* à Strasbourg, on dit aussi *othem=athem; Austria* devient aussi *Oosterich; ave=ove; gau=gou* (canton); *auge* devient *ouge* et *ooge*. (Voir, au sujet de ce changement de lettres, le glossaire de Schilterus.)

Les Ombres laissèrent au nord des Alpes une partie des hommes de leur tribu, et ce sont eux sans doute qui, avec les Liguriens, se joignirent aux Teutons et aux Cimbres pour envahir la Gaule et l'Italie. C'était, du reste, l'habitude des tribus celtiques, ainsi que nous le verrons encore tout à l'heure. Elles n'émigraient pas tout entières; les peuplades qui composaient les armées descendues en Italie, laissèrent constamment des représentants dans la Gaule; il en fut de même pour les Belges, qui envahirent l'Angleterre, et cette circonstance jette une grande lumière sur l'histoire de ces migrations (2).

---

(1) Voir, pour l'indication des textes, ma *Troisième Lettre*, § 3. — Voir aussi Praschius, *De Origine germanica latinae linguae.*

(2) C'est peut-être à cette circonstance que l'on doit l'origine du mot *gaulois*, donné d'abord aux Celtes envahisseurs de l'Italie et de la Grèce, et que les Romains étendirent plus tard aux Celtes de la Gaule, quoique ceux-ci répudiassent ce nom (*qui ipsorem lingua Celtae, nostra Galli appellantur*, César, I, 1). Ces migrations étaient de véritables expatriations forcées, causées par des dissensions intestines, l'envahissement du territoire de la tribu par des nations étrangères ou par des tribus de même race, obligées elles-mêmes de chercher une nouvelle patrie. Ces migrations se répétaient tous les ans dans les pays pauvres, comme le Danemark et la Suède, d'où sortirent les *Nortmannen.* Les exilés celtiques ont pu se donner le nom de *wale*, qui, dans leur langue, a la même signification que *peregrinus*, d'où *Walhlei* ou *Galli* pour les Romains, qui remplaçaient le *w* teuton par le *G*. (Schilterus au mot *wale*, et Boxhorn. *Orig. gall.*, c. 4.)

A la même époque, les Celtes occupaient déjà le centre de la Gaule. Leur présence est signalée dans les traditions relatives aux expéditions d'Hercule dans le sud de ce pays; expéditions dont les astronomes avaient conservé le souvenir dans la constellation de l'*Hercule agenouillé*, et dont les monuments du pays, au temps d'Ammien Marcellin, gardaient encore la mémoire *(quod etiam nos legimus in monumentis eorum incisum)*. En dégageant ces traditions de la gangue fabuleuse et poétique dont les anciens entouraient les faits les moins contestables, afin de les transmettre plus facilement aux générations postérieures, il en ressort les résultats remarquables que voici. Les Celtes étaient encore bien éloignés des Cévennes et de la Garonne. Le centre de leur puissance n'avait pas même atteint la Loire, car les méridionaux victorieux bâtissent la forteresse d'*Alesia*, qu'ils peuplent de leurs soldats, à quinze lieues seulement de la Marne, ligne de démarcation de la Belgique ancienne. Ces traditions confirment de plus l'alliance des deux races, et le récit des druides leur vient en aide (1). Une pareille alliance se renouvela plus tard en

---

(1) Diodore de Sicile, liv. IV, 19, v. 24; Amm. Marc., liv. XV, 9. Voici la traduction de ces divers passages, d'après Hoefer et Nisard :

« Hercule, après avoir donné le royaume des Ibères aux plus vertueux des
» indigènes, se mit à la tête de son armée et pénétra dans la Celtique : par-
» courant toute cette contrée, il abolit des coutumes sauvages, et entre autres
» celle de tuer des étrangers. Comme son armée se composait de volontaires
» accourus de toutes les nations, il fonda une ville qu'il appela *Alesia*, nom
» tiré des longues courses de ces troupes (Αλη, course vagabonde).....

» La fille du souverain de la Celtique y vit Hercule, et, admirant son cou-
» rage et sa force extraordinaire, elle s'abandonna à lui très-volontiers, et
» aussi avec le consentement de ses parents. De cette union naquit un fils
» qui surpassa beaucoup ses compatriotes en force et en courage. Il con-
» quit beaucoup de pays limitrophes et accomplit de grands exploits guer-

Espagne entre les deux mêmes races, et la nation qui naquit de ce mélange reçut le nom de *Celtibère.*

Plus tard, les Celtes ou Gaulois réagirent contre cette influence des peuples méridionaux. Ils s'avancèrent de plus en plus vers le midi; ils reléguèrent les Ibères au pied des Pyrénées, les Ligures au pied des Alpes, et pénétrèrent jusqu'à la Méditerranée. Mais le contact dont je viens de parler devait évidemment altérer la pureté de la race blonde, modifier sa langue, ses mœurs et ses institutions. C'est, en effet, ce qui eut lieu. On constatait au temps des Romains une différence entre les Celtes du Nord et ceux du Midi; entre les Gaulois et les Belges; on la constatait également au moyen âge entre les hommes de *langue d'oc*, au midi de la Loire, et ceux de *langue d'oïl,* au nord de ce

---

» riers. Il donna à ses sujets le nom de Galates (Gaulois); tout le pays reçut le
» nom de Galatie (Gaule).

. . . .

» Selon les antiquités druidiques, la population n'est indigène qu'en par-
» tie; elle s'est recrutée à diverses reprises par l'incorporation d'insulaires
» étrangers et de peuplades transrhénanes, chassés de leurs foyers, soit par
» les vicissitudes de la guerre, soit par les invasions de l'Océan. — L'opinion
» soutenue par les naturels, et leurs monuments en font foi, est qu'Hercule,
» fils d'Amphitryon, destructeur de Géryon et de Taurisque, l'un tyran de
» l'Espagne, l'autre de la Gaule, eut, de son commerce avec diverses femmes
» des plus nobles familles de ce dernier pays, un grand nombre d'enfants,
» dont chacun donna son nom au canton régi par ses lois. »

Je ferai remarquer que les Taurisques étaient des tribus celtiques qui, au temps de César, avaient encore des représentants au nord des Alpes, depuis le Tyrol jusqu'à la Thrace. Pendant cinq siècles, unis aux Scordisques, autres tribus celtiques, ils avaient dominé l'Illyrie; au V^me^ siècle de Rome, ils avaient conquis la Macédoine, d'où les chassa Antigone-Sonates; de même ils avaient fait de la Thrace un empire gaulois, qui fut entièrement détruit vers le milieu du VI^me^ siècle. Une autre remarque est celle-ci : les Gaulois, d'après Diodore, ne seraient pas des Celtes purs, mais des Celtes unis aux soldats méridionaux que conduisait Hercule fleuve; elle est encore aujourd'hui flagrante à nos yeux (1).

6.

Le mouvement des tribus celtiques vers le sud était causé principalement par une pression venue du nord. Les hommes de la race blonde, constamment poussés par les peuples nommés *schytiques,* passaient successivement le Rhin, et poussaient à leur tour les tribus qui les avaient précédés sur la rive gauche. Les faits et les traditions druidiques attestent que la marche des migrations successives de l'orient vers l'occident s'effectuait entre la Baltique et la forêt Hercynienne, et que c'est par le moyen et le bas Rhin, de Mayence à la mer, que les diverses confédérations de tribus opéraient leur passage.

Un de ces grands bouleversements eut lieu dans le VI^{me} siècle avant notre ère. Des tribus violemment déplacées ou privées d'une partie de leurs territoires, se virent forcées d'envoyer une partie de leur population chercher une autre patrie (2). Deux expéditions furent formées : l'une prit la route de l'Illyrie, où elle put se mêler aux autres tribus celtiques qui déjà s'y trouvaient établies. Elles s'avancèrent avec elles vers les frontières de la Grèce qu'elles devaient envahir plus tard. La seconde expédition prit la route de l'Italie. De l'année 587 à 521, quatre armées franchirent les Alpes. Les noms des peuplades qui les composaient nous ont été conservés par Tite-Live (3).

---

(1) Les Ibères se trouvent représentés par les Gascons ; les Ligures par les Provençaux; les Celtes mêlés aux races méridionales, par les hommes de la langue d'oc, qui dépassaient beaucoup, comme on sait, les limites de la Provence, qui avait reçu le nom de *Languedoc.*

(2) Justin, liv. XX, *D. B.,* p. 479.

(3) Tite-Live, liv. V, pp. 34-35; *D. B.,* p. 322.

Ici vient se placer une remarque extrêmement importante. Toutes les tribus qui bordent la Seine et la Marne de l'ouest à l'est sont déplacées. Ce sont les *Aulerques*, les *Cenomans*, les *Carnutes*, les *Senons* et les *Lingons;* elles entraînent avec elles les autres tribus qui se trouvent sur la route des Alpes, à savoir les *Bituriges*, les *Boïens*, les *Insubres*, les *Arvernes* et les *Édues;* parmi elles, il ne se trouve aucune des tribus de la confédération belge, tandis que toutes celles de la Celtique qui lui sont limitrophes ont été refoulées vers le sud. Il est donc évident que l'invasion belge peut être considérée comme la cause des bouleversements qui ont produit de pareils résultats; de sorte que je me crois autorisé à assigner au commencement du VI^{me} siècle avant notre ère, l'arrivée de nos pères dans la Gaule.

7.

Toutes les peuplades que César a comprises dans la confédération belge n'ont pas pénétré à la fois dans la Gaule. Les Nerviens et les Trévires, ainsi que les tribus clientes de ces tribus fameuses dans le nord de la Gaule, formaient un groupe à part, et le souvenir de leur existence au delà du Rhin n'était pas encore effacé de leur mémoire lorsque Tacite les connut (1). Je reporte leur arrivée vers l'an 300 avant notre ère.

A cette époque, en effet, la Gaule est le théâtre de bouleversements féconds en résultats dignes d'être notés.

D'abord, en l'année 299, de nouvelles migrations de Celtes franchissent les Alpes, exigent des Cisalpins la moitié de leurs trésors et demandent des terres aux Étrusques (2).

---

(1) Tacite, *Ger.*, p. 27.

(2) Tite-Live, X, p. 10.

En second lieu, les Ibères et les Ligures, qui, jusqu'à cette époque ou un temps qui n'en est pas fort éloigné, régnèrent seuls des Pyrénées aux Alpes, sont dépossédés violemment de leurs territoires, et des Celtes-Belges, les Volks ou Bolks Arécomiques et Tectosages, les remplacent entre Toulouse et le Rhône, le long des côtes de la Méditerranée, où ils n'existaient pas un demi-siècle auparavant (1). En 281, ces Belges du Midi faisaient partie des armées gauloises qui envahirent la Grèce, et elles fondaient des colonies au sud de la forêt Hercynienne. En 216, sous le nom de Gésates, elles prenaient part aux expéditions de l'Italie (2), sous les ordres de leur chef Virdumar, accouru au secours des Gaulois cisalpins.

Les établissements des Belges dans le Midi ouvraient aux Celtes les passages des Pyrénées orientales. Dès ce moment, les fils aventureux de la race blonde franchirent les Pyrénées comme ils avaient franchi les Alpes, et pénétrèrent dans la Péninsule ibérique. L'histoire et les vicissitudes de cette migration, du reste, fort peu puissante, ne sont pas parvenues jusqu'à nous; nous en constatons seulement les résultats. Trois peuplades réussirent à se maintenir dans ces contrées; l'une dans les montagnes, où le Tage, le Douro et le Minho prennent leur source; elle se mêla intimement avec la population ibérienne, d'où naquit la nation des Celtibères, dont la renommée ne tarda à devenir fameuse. La deuxième peuplade fut repoussée au midi de la Lusitanie, aux rives du Guadiana, et la troisième fut reléguée à la pointe nord-ouest de l'Espagne, aux environs du cap Finistère. La faiblesse de ces établissements et leur complet isolement aux extrémités de contrées, du reste, fort peu peuplées, prouvent que la présence des Celtes était tolérée et qu'elle n'eut aucune influence sur les destinées de ce pays (1).

---

(1) D'après le périple de Scylax, il n'existait que des Ibères et des Ligures des Pyrénées aux Alpes : *Iberos sequntur Ligures et Iberi mixti usque ad Rhodanum fluvium.* Niebuhr et Ukert fixent la date du périple de Scylax au temps de Philippe de Macédoine, vers 360 avant notre ère; Cluvier et Voss, postérieurement à 359; Bougainvillers, de 350, à 360. Il est vrai que Mannert la fait remonter au commencement de la guerre du Péloponèse, en 431. Voir à ce sujet l'ouvrage de Gail., *Geog. Graeci minores.*

(2) Voir à ce sujet ma *Première Étude sur l'Histoire de la Belgique*, pp. 184 et suiv.

---

(1) D'après Lucain, les Celtes mêlés aux Ibères sont des exilés (Pharsale, liv. IV, v. 9, *Profugia gente vetusta Gallorum*). — En parlant des Celtes du Portugal, Pline dit (liv. III, § 1) : *Celticos a Celtis ex Lusitania advenisse manifestum est, sacris, lingua, oppidorum vocabulis, quae cognominibus in Baetica distinguuntur.* — Strabon parle en ces termes de la petite colonie celtique des environs du pays de Finistère (*Extremi incolunt Artebri circa promontorium quod Nerium vocatur, quod et occidui et septentrionalis terminus est lateris. Circum habitant ipsum Celtici consanguinei eorum qui ad Anum sunt.* (L'Anas c'est le Guadalquivir). J'ai vainement cherché sur quels faits, sur quels textes on fonde la grande extension que quelques auteurs prêtent à l'invasion celtique dans la Péninsule ibérique. De plus, on a émis, au sujet de la date et des causes de ces événements, des systèmes qu'il ne m'est pas possible d'approuver. Je ne parlerai ici que de ceux de M. Amédée Thierry et de Niebuhr, qui, du reste, sont diamétralement opposés.

Niebuhr, dans ses *Vorträge über alte Länder*, I, p. 603, émet l'opinion suivante : « De même que, pendant deux siècles, la Sierra Morena formait » une barrière naturelle entre les Chrétiens et les Mahométans; de même » cette montagne a séparé les Ibères des Celtes. » Après ces prémisses, Niebuhr regarde comme évident que les Ibères, peut-être unis à d'autres tribus de même race sorties de l'Afrique, ont franchi la Sierra Morena en vainqueurs, refoulé les Celtes au delà des Pyrénées, en permettant aux quelques débris que nous avons signalés de rester en Espagne, et conquis tout le midi de la Gaule. — Cette appréciation n'est basée sur aucun texte, et elle est contredite par tous ceux que je connais. Ainsi, Lucain dit positivement que les

Il était de tradition parmi les Belges que l'arrivée du deuxième groupe avait causé le déplacement de nombreuses tribus qui habitaient le pays avant leur invasion, et ces tribus appartenaient évidemment au premier groupe. Tandis que les Belges arécomiques et Tectosages étaient poussés

---

Celtes de l'Ibérie étaient des exilés de la Gaule antique, et lorsque Ammien Marcellin affirme que des peuples de la Gaule, les uns peuvent être considérés comme indigènes et les autres comme étrangers, il a soin d'ajouter que les étrangers viennent des contrées transrhénanes et non pas de l'Andalousie et de la Murcie (XV, 9). Le système de Niebuhr n'est pas soutenable. Je ne diffère avec M. A. Thierry qu'au sujet de l'époque et de l'étendue des invasions celtiques dans l'Ibérie. Il les fait remonter au XV^me^ siècle avant notre ère, tandis que je crois devoir leur assigner le III^me^. Il suppose que ce sont les Celtes envahisseurs qui forcèrent les Sicanes et les Ligures à abandonner la Péninsule. Selon lui, ils pénétrèrent dans la Gaule derrière les Celtes conquérants. Les premiers auraient gagné l'Italie par le littoral de la Méditerranée, puis seraient passés de l'Italie dans la Sicile, dont les Sicules leur disputèrent la possession. Quant aux Ligures, ils se seraient arrêtés le long du golfe de Lyon et de la rivière de Gènes. Or, comme le passage des Sicules dans la Sicile eut lieu vers l'année 1364 avant notre ère, le célèbre historien français reporte au XV^me^ siècle l'entrée des Celtes en Espagne (*Hist. des Gaulois,* I, pp. 6 et suiv.). Il fonde son système sur deux textes, l'un de Thucydide et l'autre de Festus Avienus; mais il n'est pas possible de leur donner la signification qu'il leur prête. L'historien grec dit que l'on découvre que « les Sicaniens de Sicile » étaient des Ibères, qui furent chassés par les Lygiens des bords du fleuve » Sicanus en Ibérie. » (Liv. VI, 2.) Il n'est pas du tout question de Celtes, et les Sicaniens ont pu passer directement de l'Espagne en Sicile sans le détour par la Gaule et l'Italie. Le passage de Festus Avienus a été cité par moi, dans ma *Première Lettre,* § 2; il s'agit là de Ligures chassés par les Celtes et réfugiés dans la Grande-Bretagne; on ne dit pas à quelle époque, ni le point de départ. La supposition de M. Amédée Thierry manque de base. Les Celtes n'ont été maîtres des passages des Pyrénées qu'après le Périple de Scylax; il est donc plus que probable que leurs invasions dans l'Ibérie ont eu lieu après cette époque. Je ferai ensuite remarquer qu'ils ne font apparition dans l'histoire qu'au temps d'Annibal. Avant cette époque, les Carthaginois ont tiré presque toutes leurs troupes de la Péninsule, et il n'est jamais question que d'Ibérie et non de Celtibérie. (Diod. de Sicile, XIII.)

vers le Midi, les peuplades de l'Ouest étaient également forcées d'envoyer une partie de leur population chercher de nouveaux territoires (1). Les exilés passèrent la mer et conquirent le pays de Kent, où Tacite et César les trouvèrent en présence des vieilles populations ibériennes. Leur invasion devait être relativement récente, car les liens des colons avec la mère patrie étaient encore puissants au temps de César, et les Belges de la Bretagne reconnaissaient la suprématie des Belges de la Gaule (2). Il y avait parmi eux des Ménapiens, des Bellovaques, des Attrébates, mais point de Trévires ni de Nerviens.

8.

Après l'établissement du second groupe de tribus belges, le nord de la Gaule, saturé d'hommes et rempli de guerriers valeureux, opposa aux invasions un obstacle insurmontable. Jusqu'à l'époque des invasions cimbriques, et depuis la migration de Sigovèse, c'est-à-dire pendant cinq siècles, il s'était établi sur la rive droite du Rhin un double courant. Tandis qu'au nord de la forêt Hercynienne, le mouvement d'invasion vers la Gaule se dessinait d'orient en occident, au sud de la même forêt, le mouvement partait de la Gaule et se dirigeait d'occident en orient vers la Thrace et la Macédoine. Un siècle avant notre ère, ce double courant fut troublé dans sa marche, et la rive droite du Rhin fut le théâtre d'événements qui devaient changer la physionomie de ces contrées.

Les Suèves et la nation asiatique, qui porta en Suède le culte d'Odin, approchaient de l'Elbe. Les Teutons et les

---

(1) César, *B. G.,* liv. II, 4, v. 12.

(2) Ibid., liv. II, 4.

Cimbres, obligés de chercher de nouveaux territoires, et ne pouvant briser la formidable barrière du Rhin, se précipitèrent violemment vers le midi jusqu'aux Alpes, puis, prenant à droite, elles entrèrent dans la Gaule par le Jura, entraînant à leur suite les Tigurins et les Ambrons. Par la route tracée par les Cimbres, les Suèves s'étendirent à leur tour, soumettant à leur domination les peuplades celtiques qui restaient entre le Rhin et les Alpes, dans la Bohême et l'Illyrie. L'union des Celtes du Nord et des sectateurs d'Odin produisit les peuples scandinaves, dont les Goths faisaient partie; l'union des Suèves et des Celtes a donné naissance aux Allemands. Les Celtes purs, à l'époque où César conquit la Gaule, se trouvaient relégués entre le Mein, l'Elbe, l'Océan et le Rhin, où l'histoire les désigne sous le nom de Germains. Ces noms de Germains, Belges, Gaulois, étaient des désignations de confédérations de tribus et non de races (1).

9.

En résumé, au temps de César, les Ibères au sud et les Belges au nord représentaient les types purs des deux races qui peuplaient la Gaule; au centre, le type celte avait été altéré par le contact et par des alliances avec les hommes du Sud. Ainsi se trouve justifiée la division de la Gaule en trois parties, et l'explication que Strabon en donne dans ses écrits; les Aquitains diffèrent absolument (*planè*) des Celtes et des Belges. Les Celtes et les Belges sont de même race, quoiqu'on observe quelque différence dans leur langage, leurs institutions et leurs mœurs;

---

(1) Tacite, *G.*, 2. Voir ma *Première Étude sur l'Histoire de la Belgique, Origines*, et ma *Deuxième Lettre*.

mais, dans les temps antiques, les mœurs et les institutions de ces deux grandes fractions de la Gaule étaient identiques à celles des Germains (1).

Les Celtes, en pénétrant dans la Gaule, n'ont pas détruit toutes les populations vaincues, ni changé la dénomination des localités qu'ils occupaient. Il n'est donc pas étonnant que les savants trouvent sur les territoires possédés par la race blonde des monuments, des noms, des mots qui n'appartiennent pas aux langues teutoniques. Ces noms sont nombreux, ainsi que je l'ai prouvé en comparant les localités de notre pays avec celles de la Gascogne.

L'origine de la grande erreur que je combats a été de confondre les Français avec les Gaulois ou Celtes de race pure. La raison, en effet, devait se refuser à les assimiler aux Germains. La France est un mélange des races du Midi et des races du Nord, des hommes au type blond avec ceux du type brun. Ce qui existait au temps de César, au sud de la Loire, s'est étendu, durant l'empire romain, au nord de ce fleuve. Le pays a été romanisé, sa langue, ses mœurs, ses institutions ont été altérées, et de nombreuses colonies de vétérans se sont établies sur son sol, mêlées aux Celtes libres et aux esclaves de toutes races qui obéissaient à ceux-ci. Chose étrange, la nation française a hérité des caractères de ces races diverses, et le temps n'est parvenu ni à les unir, ni à les fusionner; ils sont là aussi vivaces que si les deux races étaient encore en présence. De là ces revirements extraordinaires que son histoire nous révèle sans cesse, selon que l'un ou l'autre caractère devient dominant.

---

(1) César, *B. G.,* liv. I, 1; Strabon. (Voir *Deuxième Lettre* , § 3.)

* * *

CLASSE DES BEAUX-ARTS.

Séance du 3 février 1859.

M. Fr. **Fétis**, président de l'Académie.
M. Ad. **Quetelet**, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Alvin, Braemt, De Keyzer, G. Geefs, Leys, Navez, Roelandt, Van Hasselt, Jos. Geefs, Érin Corr, Snel, Baron, Éd. Fétis, De Busscher, *membres;* Calamatta, *associé;* Siret et Balat, *correspondants.*

CORRESPONDANCE.

Une lettre de M. le Ministre de l'intérieur fait connaître que le sieur Louis Baeckelmans, d'Anvers, lauréat du grand concours d'architecture, en 1858, a reçu la pension de 2,500 francs à laquelle il a droit, pendant quatre ans, pour voyager à l'étranger dans le but de se perfectionner dans son art.

— M. Eugène Delacroix remercie la classe pour sa nomination d'associé dans la section de peinture. « En me trouvant rattaché, dit-il, par un titre aussi distingué à l'illustre école de Belgique, pour laquelle mon admiration est sans bornes, je reçois une des récompenses les plus flatteuses de ma carrière d'artiste. »

— Il est donné lecture d'une lettre de M. Fierlants, qui a fait parvenir des épreuves photographiques, exécutées à Bruges.

Ces travaux ont été vus avec beaucoup d'intérêt, de même qu'une collection photographique d'objets microscopiques d'histoire naturelle reproduits par MM. Bertsch et Harnatch, et communiqués par M. Melsens, membre de l'Académie.

— Il est fait hommage d'une brochure de M. Bock, intitulée : *Historische Ergebnisse eines archäologischen Fundes in Croatien.* — Remercîments.

RAPPORTS.

M. Ed. Fétis, secrétaire de la commission de la Caisse centrale des artistes belges, lit son rapport annuel sur les progrès de l'association pendant l'année 1858. Les rentrées faites sont à peu près le double de ce qu'elles avaient été pendant l'année précédente. L'avoir de l'association est actuellement de fr. 60,605 58 c^s^, d'après les états présentés par M. Braemt, trésorier, et le revenu annuel s'élève à fr. 2,722 50 c^s^. — Des remercîments sont votés à

MM. Éd. Fétis et Braemt pour les soins donnés à la Caisse centrale des artistes belges.

Il sera procédé à la révision des statuts, et MM. Ducpetiaux, Faider et Devaux, membres des deux autres classes de l'Académie, seront invités à se réunir au comité directeur pour procéder à cette révision.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

M. Ad. Quetelet présente quelques aperçus sur la théorie des proportions du corps humain et sur la marche actuellement suivie en Allemagne pour ce genre d'études. Il a fait connaître, pendant les années précédentes, les recherches du statuaire Schadow sur ce sujet important, par l'analyse de ses ouvrages et ses observations manuscrites. Il avait également déjà rendu compte à l'Académie des travaux du célèbre docteur Carus, ainsi que de ses observations manuscrites.

Le nouvel ouvrage communiqué aujourd'hui à la classe est de M. le professeur Zeising, de Munich; il a été inséré dans le tome XXVI, 2^me^ partie, des Mémoires de l'Académie impériale Leopoldino-Caroline des Curieux de la nature. Il est intitulé: *Uber die Metamorphosen in den Verhaltnissen der menschlichen Gestalt von der Geburt bis zur Vollendung des Langenwachsthums.*

L'auteur de ce dernier ouvrage, de même que le docteur Carus, semble suivre plus particulièrement la théorie suggérée par la philosophie naturelle. Il croit trouver *à* *priori* dans une série de nombres qu'il nomme *Goldne-Schnitt*, le rapport proportionnel entre tous les membres du corps humain.

La présentation de cet ouvrage donne lieu à différentes observations. M. Fétis fait à ce sujet quelques remarques sur la théorie du beau dans les arts.

— M. Baron a terminé la séance par la lecture d'une pièce de vers mêlée de prose, qu'il ne destine point au *Bulletin*.

OUVRAGES PRÉSENTÉS.

Exposé de la situation du royaume, période décennale de 1841 à 1850; publié par le Ministre de l'intérieur. Bruxelles, 1 gros vol. in-fol.

Documents statistiques publiés par le département de l'intérieur, avec le concours de la Commission centrale de statistique. Tomes I et II. Bruxelles, 1857 et 1858; 2 vol. in-fol.

Jakob van Artevelde, episch verhael in acht zangen; door M. Prudens Van Duyse. Gand, 1859; 1 broch. in-8°.

Acta Sanctorum octobris; illustrata a J. Van Hecke, B. Bossue, V. De Buck et E. Carpentier. Tomus IX (quo dies vigesimus primus et vigesimus secundus continentur). Bruxelles, 1858; 1 vol. in-fol.

Inscriptions sépulcrales des églises, couvents, hospices et chapelles de la ville de Mons; recueillies sur les lieux et dans les manuscrits, par Léop. Devillers. Mons, 1858; 1 broch. in-4°.

La procession de Mons; notice par le même. Mons, 1858; 1 broch. in-8°.

Guide-album du voyageur à la grotte de Han sur Lesse; par un habitant du village. Bruxelles, 1859; in-8°.

Laster en onschuld, drama uit het hedendaegsch leven; door Emm. Rosseels en Ch.-P. Du Mont. Anvers, 1850; grand in-12.

Romantische verhalen; — Na onweder, kalmte, drama; — *Anna*, eene ware geschiedenis uit de volksklas; — *Vreemde bloemen; — Twee vliegen in eenen slag*, tooneelspel met zang; *Beknopte verhandeling, voor het volk, over de minderjarigheid de voogoy en de zelfmaking; — Een blik in de Geschiedenis van het regt,* sinds de eerste tyden tot op onze dagen; — *Loon naer werken*, tooneelspel; — *Lente-Bladen;* door Ch.-P. Du Mont. Gand et Anvers, 1850-1858; in-8°.

De wraek te middernacht of vyftien jaren later; tooneelspel, door K. Van den Broucke de Vooght. Bruges, 1856, 1 broch. in-8°.

Flore mycologique de Gentinnes. Catalogue des Mycètes observés dans cette partie du Brabant wallon pendant les années 1855, 1856 et 1857; par le comte Alfred de Limminghe. Namur, 1858; 1 vol. in-8°.

Notice sur les collections botaniques de M. le comte de Limminghe, à Gentinnes (Brabant). Gand, 1858; 1 broch. in-8°.

Journal de l'imprimerie et de la librairie en Belgique. Tome II et un paquet de livraisons. Bruxelles, 1855 et 1857; in-8°.

Messager des sciences historiques. Année 1858. 4^{me} livr. Gand, 1858; 1 broch. in-8°.

Société archéologique de Namur : — Annales. Tome V. 2^{me} et 3^{me} livr.; — *Rapport sur la situation de la Société en* 1857. Namur, 1857 et 1858; 3 broch. in-8°.

Annales du cercle archéologique de Mons. Tome I. Mons, 1858; 1 vol. in-8°.

Académie royale de médecine de Belgique : — Mémoires. Tome IV. 2^{me} fascicule; — *Mémoires des concours et des savants étrangers.* Tome IV^{me}; — *Bulletin*, 2^{me} série. Tome II, n^{os} 1 à 3. Bruxelles, 1858; in-4° et 3 broch. in-8°.

La Presse médicale belge. XI^me^ année. N^os^ 1 à 12. Bruxelles, 1859; 12 feuilles in-4°.

Annales de la Société de médecine pratique de la province d'Anvers, établie à Willebroeck. XIII^me^ année. 5-8 livr. Malines, 1858; in-8°.

Inleeding tot eene geschiedenis der nederlandsche diplomatie; door G.-W. Vreede. 2^me^ partie. Utrecht, 1858; 1 vol. in-8°.

Bydragen voor vaderlandsche geschiedenis en oudheidkunde; door Is.-An. Nyhoff; nouvelle série. Tome I, 1^er^ et 2^me^ livr. Utrecht, 1857-1858; in-8°.

Annales de la Société historique et archéologique à Maestricht. 1853-1856. Maestricht; 5 broch. in-8°.

L'Investigateur, journal de l'Institut historique. 24^me^ année. 287^me^-289^me^ livr. Paris, 1858; 3 broch. in-8°.

Bulletins de la Société des antiquaires de Picardie. Tome VI. Feuille 36 jusqu'à la fin, et titre. Amiens, 1859; in-8°.

Académie des sciences, belles-lettres et arts de Besançon. Séances publiques du 24 août 1857 et du 28 janvier 1858. Besançon, 1858-1859; 2 broch. in-8°.

Mémoires de l'Académie impériale des sciences, arts et belles-lettres de Dijon. 2^me^ série. Tome VI. Année 1857. Dijon, 1858; 1 vol. in-8°.

La Bourgogne, revue œnologique et viticole; par C. Ladrey. 1859. 1^re^ livr. Dijon; broch. in-8°.

Programme de la 26^me^ session du congrès scientifique de France qui s'ouvrira à Limoges le lundi 12 septembre 1859. Limoges, 1859; 1 broch. in-4°.

Société des antiquaires de la Morinie : — Mémoires. Tomes I-IX; — *Atlas :* Tomes V-VII et IX; — *Bulletin historique.* Janvier 1852 à septembre 1855. S^t^-Omer; 13 vol. et 13 broch. in-8°.

Revue agricole, industrielle et littéraire de l'arrondissement de Valenciennes. IX^me^ année, n^os^ 10-12. X^me^ année, n^os^ 1-6. Valenciennes, 1858; 8 broch. in-8°.

Jacmart Pilavaine, miniaturiste du XV^me^ siècle; par Léon Paulet. Amiens, 1859; 1 broch. in-8°.

Notice historique sur la foire de la S^t^-Jean à Amiens; par M. l'abbé Jules Corblet. 1856; 1 broch. in-8°.

Notice historique sur le culte de saint Médard; par le même. 1856; 1 broch. in-8°.

Dépêches des ambassadeurs milanais sur les campagnes de Charles le Hardi; par le baron Fréd. Gingins la Sarra. Tomes I et II. 1858; grand in-8°.

Noels d'Aimé Piron en partie inédits; recueillis et mis en ordre; par M. Mignard. Dijon, 1858; 1 vol. in-12.

Spicilége d'histoire littéraire ou documents pour servir à l'histoire des sciences, des lettres et des arts dans le nord de la France; par M. Le Glay. 1^er^ et 2^me^ fascicules. Lille, 1858-1859; in-8°.

Mémoire sur les archives de l'abbaye de Vicogne; par M. Le Glay. Valenciennes, 1855; 1 broch. in-8°.

Observations astronomiques faites à l'observatoire de Genève dans les années 1851 et 1852; par E. Plantamour. Genève, 1858; 1 vol. in-4°.

De la température à Genève d'après vingt années d'observations; par le même. Genève, 1857; 1 broch. in-4°.

Résumés météorologiques des années 1855, 1856 et 1857 pour Genève et le Grand Saint-Bernard, par le même. Genève, 1856-1858; 3 broch. in-8°.

Note sur la comète de Donati; par le même. Genève; 1 broch. in-8°.

Epigraphisches; par le D^r^ Grotefend. Hanovre, 1857; in-8°.

Neues Jahrbuch für Pharmacie und verwandte Fächer. Band X. Heft 4-6, octobre à décembre. Spire, 1858; 3 broch. in-8°.

Württembergische Naturwissenschaftliche. XV^nter^ Jahrg. 1^ste^-2^tes^ Heft. Stuttgart, 1859; 2 broch. in-8°.

Historische Ergebnisse eines archäologischen Fundes in Croatien; von C. Bock. Vienne, 1858; 1 broch. in-8°.

Historisch Vereins in Niedersachsen. — *Archiv.* XIV^{me} vol. 1^{re} et 2^{me} livr.; — *Zeitschrift.* Années 1854, 1855 et 1856, 1^{re} livr.; — *Zwanzigste nachricht.* 1857. Wurtzbourg; in-8°.

Annali di matematica pura ed applicata; publicati da Barnaba Tortolini. Année 1858. Rome; 6 cahiers in-4°.

Annali di scienze matematiche e fisiche; compilati da Barnaba Tortolini. Tome VIII. Rome, 1857; 1 vol. in-8°.

Su i terremoti avvenuti in Roma nell' anno 1858 relativamente alle fasi lunari; lettera di Caterina Scarpellini. Rome, 1859; ½ feuille in-4°.

Atti dell' imp. reg. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. Serie Terza. Tomo IV^{to}. Disp. 2^a-3^a. Venise, 1858; 2 broch. in-8°.

Historiae patriae monumenta, edita jussu regis Caroli Alberti : — *Edicta regum Longobardorum;* — *Liber jurium reipublicae Genuensis*, 1854-1857; 3 vol. in-fol. Tomes I et II.

Portugaliae monumenta historica a saeculo octavo post christum usque ad quintum decimum, jussu Academiae scientiarum Olisiponensis edita : — *Scriptores*, vol. I. Fasc. 1, — *Leges et consuetudines.* Vol. 1. Fasc. 1. 1856; in-fol.

Real academia de Lisboa : — *Memorias. Classe de sciencias mathematicas, physicas et naturaes.* Nouvelle série. Tome I. Partie 1 et 2. Lisbonne, 1854-1855; 2 vol. in-4°; — *Classe de sciencias moraes, politicas, bellas-lettras.* Nouvelle série. Tome I. Partie 1^{re} et 2^e, 1854-1855. Tome II. Partie 1^{re}, 1855. Lisbonne; 3 vol. in-4°.

Anaes das sciencias e lettras, sciencias mathematicas, physicas, historico-naturaes e medicas. Tome I. Mars à septembre 1857; Lisbonne; in-8°.

Anaes das sciencias moraes e politicas e bellas lettras. Tome I. Mars à juillet 1857. Lisbonne; in-8°.

Almanaque náutico para 1860; calculado de orden de S. M. en el observatorio de Marina de la ciudad de San Fernando. Cadix, 1858; 1 vol. in-8°.

Observations météorologiques faites à l'École polytechnique de

Lisbonne; par M. Pegado. Octobre à décembre 1858 et résumé. Lisbonne; in-plano.

Engravings of the ganglia and nerves of the uterus and heart; by Robert Lee. Londres, 1858; in-4°.

Report of the commissioner of patents for the year 1856. Arts and manufactures in three volumes. Washington, 1857; 3 vol. in-8°.

History of the reign of Philip the Second, king of Spain; by William H. Prescott. Vol. IIIme. Boston, 1858; 1 vol. in-8°.

Report on the vital statistics of the United States, made to the mutual life insurance company of New-York; by James Wynne. New-York, 1857; 1 vol. in-4°.

BULLETIN

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES,

DES

LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

1859. — N° 3.

CLASSE DES SCIENCES.

Séance du 5 mars 1859.

M. **Melsens**, directeur.
M. **Ad. Quetelet**, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Sauveur, Timmermans, Wesmael, Martens, Stas, De Koninck, Van Beneden, A. De Vaux, le vicomte B. Du Bus, Nyst, Gluge, Nerenburger, Schaar, Liagre, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres;* Schwann, Spring, Lacordaire, Lamarle, *associés;* d'Udekem, Gloessener, Montigny, Candèze, *correspondants.*

M. Ed. Fétis, *membre de la classe des beaux-arts*, assiste à la séance.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'intérieur fait parvenir une copie de l'arrêté royal, en date du 7 février dernier, qui modifie en quelques points l'arrêté du 6 juillet 1851, relatif aux cinq prix quinquennaux de 5,000 francs chacun, en faveur des meilleurs ouvrages qui auront été publiés, en Belgique, par des auteurs belges et qui se rattacheront à l'une des catégories déterminées par ledit arrêté :

1° Sciences morales et politiques;
2° Littérature française;
3° Littérature flamande;
4° Sciences physiques et mathématiques;
5° Sciences naturelles.

Le même arrêté concerne le prix quinquennal d'histoire établi par l'arrêté royal du 1er décembre 1845; il porte :

1° Le jury chargé de juger le prix quinquennal ne pourra délibérer qu'au nombre de cinq membres.

2° Lorsqu'il aura pris connaissance des ouvrages soumis à son examen, il décidera, en le désignant, si parmi eux il en est un qui mérite le prix quinquennal à l'exclusion des autres.

La question sera mise aux voix sans division.

Elle ne pourra être résolue affirmativement que par quatre voix au moins.

Aucun membre n'aura la faculté de s'abstenir de voter.

3° L'art. 5 de l'arrêté royal du 6 juillet 1851 est rapporté.

4° Les dispositions qui précèdent et celles que renferme le règlement du 29 novembre 1851, sont applicables au prix quinquennal d'histoire institué par l'arrêté royal du 1er décembre 1845.

— Par une autre lettre, M. le Ministre de l'intérieur fait connaître que les membres du jury chargés de décerner le prix quinquennal des sciences physiques et mathématiques pour la période de 1854 à 1859, sont, cette année : MM. De Koninck, Liagre, Martens, Nerenburger, Stas, Timmerhans et Timmermans.

— M. Éd. Everett écrit de Boston que la bibliothèque du docteur Bowditch sera ouverte, et que les corps savants qui envoyaient leurs publications à l'illustre mathématicien américain, sont invités à continuer leurs communications.

— Le congrès scientifique de France fait parvenir le programme de sa 26me session, dont l'ouverture aura lieu à Limoges, le 12 septembre 1859.

— Mme Scarpellini transmet, avec les dernières observations météorologiques faites à Rome, une notice sur les tremblements de terre survenus dans cette ville pendant l'année 1858.

— M. de Selys-Longchamps communique le résultat des observations qu'il a faites avec M. Michel Ghaye, sur l'état de la végétation à Waremme, le 21 octobre dernier.

— L'Académie de Palerme remercie l'Académie pour l'envoi de ses publications.

— Le corps d'état-major des ingénieurs des mines de

Russie fait parvenir un exemplaire des annales de l'Observatoire physique central de Russie pour 1855. — Remercîments.

— L'Académie accepte le dépôt d'un billet cacheté, déposé par M. Melsens.

— M. le secrétaire perpétuel présente :

1° Une note de M. Phocas Lejeune *Sur une maladie des plantes crucifères agricoles et horticoles;* (Commissaires : MM. Kickx et Wesmael.)

2° Un mémoire *Sur la berbérine et ses sels*, par M. Louis Henry, de Marche, professeur à l'université de Louvain. (Commissaires : MM. Martens, Stas et De Koninck.)

— M. Lamarle est prié de se joindre aux commissaires déjà nommés précédemment pour examiner un mémoire de M. Bède *Sur la capillarité.*

RAPPORTS.

M. le secrétaire perpétuel fait connaître que les comptes de l'Académie pour 1858, déjà approuvés par la commission administrative, ont été examinés et admis également par la commission des finances de la classe des sciences.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Note sur une classe particulière de surfaces à aire minima; par M. Lamarle, associé de l'Académie.

1. On sait que les surfaces qui satisfont à la condition de circonscrire un volume donné *sous une aire minima*, remplissent en même temps d'autres conditions très-remarquables. Déterminées géométriquement par *la constance de leur courbure moyenne*, elles représentent, au point de vue physique, les formes extérieures qu'affecte une masse liquide où l'équilibre subsiste sous la seule influence des attractions moléculaires.

Cette propriété des surfaces à aire *minima* se rattache à la théorie capillaire. Elle offre, à cet égard, des moyens précieux d'investigation, et elle acquiert une importance toute nouvelle depuis que les formes d'équilibre d'une masse liquide, supposée libre entre certaines limites, ont été rendues réalisables par une ingénieuse invention due à M. Plateau.

En présence des moyens nouveaux mis à la disposition du physicien pour étudier les principaux phénomènes de l'attraction moléculaire, il y a un véritable intérêt à augmenter le nombre des données théoriques susceptibles d'être vérifiées par voie d'expérience. Tel est, en partie, l'objet que nous nous proposons dans la présente note.

Déjà plusieurs géomètres ont traité la question qui nous occupe ici. Monge a, le premier, donné l'intégrale générale des surfaces dont la courbure moyenne est partout égale à zéro. Au point de vue des applications, cette première solution, toute compliquée d'imaginaires, laissait beaucoup à désirer. MM. Ossian Bonnet et Catalan ont donné d'autres solutions simples et satisfaisantes. En dehors de ce cas particulier, aujourd'hui résolu, le cas général des surfaces à courbure moyenne constante a été l'objet de travaux distincts accomplis par d'autres géomètres, au nombre desquels nous citerons MM. Delaunay, Beer, etc. Ces derniers travaux ont fait connaître quelles sont, parmi les surfaces de révolution, celles qui pour un même volume circonscrit, ont une aire *minima*. Nous poursuivons ces recherches en les appliquant au cas d'une surface engendrée par le déplacement d'une ligne qui tourne autour d'un axe, en même temps qu'elle se déplace parallèlement à cet axe. Nous admettons d'ailleurs que les angles décrits par rotation sont et restent proportionnels aux longueurs franchies par translation.

On observera que le problème ainsi énoncé, .comprend, comme cas particuliers, les surfaces de révolution et, de plus, parmi les surfaces réglées qui ne sont point de révolution, l'hélicoïde gauche à plan directeur. Il embrasse ainsi toutes les solutions possibles, en ce qui concerne les surfaces réglées et les surfaces de révolution. Il comprend, en outre, une autre solution déjà connue et plusieurs solutions nouvelles.

2. Prenons un système d'axes coordonnés rectangulaires et représentons par

$$x = \varphi(y)$$

l'équation d'une ligne quelconque tracée dans le plan des x, y.

Par hypothèse, cette ligne tourne autour de l'axe des x

en même temps qu'elle glisse parallèlement à cet axe. Soit l la longueur franchie par translation pendant une révolution complète : l'on a

$$\frac{l}{2\pi} = \text{const} = \mu,$$

et l'on trouve aisément pour équation de la surface engendrée

$$(1) \quad \ldots \quad x = \mu \text{ arc tang} \frac{z}{y} + \varphi(z^2 + y^2).$$

Cela posé, le problème qu'il s'agit de résoudre consiste à déterminer, parmi les surfaces que l'équation (1) représente, celles qui satisfont à la condition d'avoir *une courbure moyenne constante*, ou, ce qui revient au même, de *circonscrire un volume donné sous une aire minima.*

Si, d'abord, nous nous plaçons au premier point de vue et que nous désignions par ρ et ρ' les deux rayons de courbure principaux en un point quelconque de l'une des surfaces cherchées, nous aurons pour équation du problème

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} = \text{const} = \frac{2}{r}.$$

r étant le rayon qui mesure la courbure moyenne.

La condition exprimée par l'équation (2) a pour traduction générale

$$(3) \left[1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right] \frac{d^2x}{dz^2} - 2 \frac{dx}{dz} \cdot \frac{dx}{dy} \cdot \frac{d^2x}{dz\,dy} + \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2\right] \frac{d^2x}{dy^2}$$
$$= \frac{2}{r} \left[1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}.$$

Transportons dans l'équation (3) les valeurs des coefficients différentiels qu'elle renferme, en les déduisant de l'équation (1), et posant $z = o$ dans les résultats obtenus. Nous avons ainsi pour équation différentielle de la ligne méridienne cherchée

$$(4) \quad . \; . \quad \frac{(1 + \varphi'(y)^2)\,\varphi'(y)}{y} + 2\frac{\mu^2}{y^3}\varphi'(y) + \left(1 + \frac{\mu^2}{y^2}\right)\varphi''(y) = \frac{2}{r}\left[1 + \varphi'(y)^2 + \frac{\mu^2}{y^2}\right]^{\frac{3}{2}}.$$

Si, d'ailleurs, on prend x pour variable indépendante et qu'on pose

$$\frac{dy}{dx} = p, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = q,$$

il vient

$$\varphi'(y) = \frac{1}{p}, \quad \varphi''(y) = -\frac{q}{p^3},$$

ce qui donne, au lieu de l'équation (4),

$$\frac{p^2 + 1}{y} + \frac{2\,\mu^2 p^2}{y^3} - q\left[1 + \frac{\mu^2}{y^2}\right] = \frac{2}{r}\left[1 + p^2 + \frac{\mu^2 p^2}{y^2}\right]^{\frac{3}{2}},$$

ou bien encore

$$\frac{dy}{\sqrt{1 + p^2 + \mu^2\frac{p^2}{y^2}}} - \frac{pdy\left[y + \frac{\mu^2}{y}\right] - \frac{p^2\mu^2}{y^2}dy}{\left[1 + p^2 + \mu^2\frac{p^2}{y^2}\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{2}{r}ydy,$$

et, intégrant une première fois,

$$(5) \quad . \; . \; . \quad \frac{y}{\sqrt{1 + p^2 + \mu^2\frac{p^2}{y^2}}} = \frac{y^2}{r} + \mathrm{C}.$$

3. Au lieu d'opérer, comme nous venons de le faire, on peut déterminer la ligne méridienne par la condition qu'elle engendre pour un volume donné une aire *minima,* ou pour une aire donnée le plus grand volume.

En supposant une révolution complète, les expressions du volume et de l'aire *engendrée* sont respectivement

$$\pi\int y^2 dx \text{ et } 2\pi\int y dx \sqrt{1 + p^2 + \mu^2 \frac{p^2}{y^2}}.$$

On déduit de là, eu égard à la condition qui doit être remplie,

$$\delta\int\left(y^2 + 2ay\sqrt{1 + p^2 + \mu^2 \frac{p^2}{y^2}}\right) dx = o.$$

Or, en regardant comme fixes les deux extrémités de l'arc générateur, et ne faisant varier que x, l'on a d'abord

$$\delta p = -\frac{dy \, . \, \delta dx}{dx^2},$$

puis substituant dans la variation de l'intégrale

$$\int\left(y^2 + \frac{2ay}{\sqrt{1 + p^2 + \mu^2 \frac{p^2}{y^2}}}\right) d\delta x = o.$$

Il vient donc, en intégrant par parties et observant qu'aux limites $\delta x = o$,

$$\int\Big(\delta x \, . \, d\left[y^2 + \frac{2ay}{\sqrt{1 + p^2 + \mu^2 \frac{p^2}{y^2}}}\right] = o.$$

De là résulte, comme précédemment,

$$y^2 + \frac{2ay}{\sqrt{1 + p^2 + \mu^2 \frac{p^2}{y^2}}} = \text{const.}$$

4. Reprenons l'équation (5), où nous savons, *à priori*, quel sens s'attache à la constante r. En y remplaçant p par $\frac{dy}{dx}$, on trouve, en général,

$$(6) \;.\;.\; dx = \frac{\sqrt{y^2 + \mu^2}}{y} \frac{y^2 + cr}{\sqrt{r^2y^2 - (y^2 + cr)^2}} dy,$$

et, pour le cas particulier des surfaces de révolution, μ étant égal à zéro,

$$(7) \;.\;.\;.\; dx = \frac{y^2 + cr}{\sqrt{r^2y^2 - (y^2 + cr)^2}} dy.$$

Désignons les premières surfaces sous le nom d'*hélicoïdes* et observons que leurs lignes méridiennes, exprimées par l'équation (6), dérivent très-simplement de celles qui correspondent aux surfaces de révolution et qui sont représentées par l'équation (7). Pour passer de celles-ci à celles-là, il suffit de considérer de part et d'autre les points qui ont même ordonnée et d'y réduire, dans le rapport de y à $\sqrt{y^2 + \mu^2}$, la tangente de l'angle que la touchante à la courbe fait avec l'axe des x.

On sait, d'après M. Delaunay, que les lignes méridiennes des surfaces de révolution, à *courbure moyenne constante*, sont les roulettes engendrées par le foyer d'une section conique qui roule sans glisser sur l'axe de révolution. Soit y l'ordonnée du point décrivant et ω la vitesse angulaire de roulement; si, *toutes choses restant d'ailleurs les mêmes*, on fait glisser la section conique avec la vitesse variable $\omega\left(\sqrt{y^2+\mu^2}-y\right)$, les roulettes se modifient et deviennent les lignes méridiennes des *hélicoïdes à courbure moyenne constante.*

Lorsque la ligne méridienne est une droite parallèle ou perpendiculaire à l'axe de révolution, elle ne se modifie point, dans le passage des surfaces de révolution aux hélicoïdes correspondants. Le cas du parallélisme donne le cylindre droit à base circulaire pour les deux genres de surfaces. Le cas de la perpendicularité donne, d'une part, le plan, de l'autre, l'hélicoïde gauche à plan directeur, et il est ainsi démontré que, dans cet hélicoïde, la courbure moyenne est constamment nulle.

5. Signalons un résultat curieux, fourni par l'induction, et d'ailleurs très-facile à établir rigoureusement.

Soient, *en général*, A, A' deux surfaces dont l'une est un hélicoïde, l'autre une surface de révolution.

Soient s, s' leurs lignes méridiennes respectives et x, x' les abscisses qui correspondent de part et d'autre à deux points m, m' équidistants de l'axe de révolution.

μ étant le rapport de la vitesse de translation à la vitesse angulaire dans la génération de la surface A, on suppose qu'il existe entre les lignes méridiennes s, s' la relation générale

$$dx' = \frac{y}{\sqrt{y^2+\mu^2}}\,dx.$$

Cela posé, on a le théorème suivant :

m, m' *étant deux points équidistants de l'axe, et pris, l'un sur la surface* A, *l'autre sur la surface* A', *il y a même courbure moyenne en chacun de ces points.*

Ce théorème comporte, ainsi qu'on le voit aisément, une infinité d'applications particulières. Nous nous bornerons à en donner une.

Supposons la ligne s droite et inclinée sur l'axe de révolution.

La surface A est un hélicoïde gauche; la surface A′ un hyperboloïde de révolution à deux nappes.

Soit p la tangente de l'inclinaison de la droite s sur l'axe; la ligne s' a pour équation

$$px' + c = \sqrt{\mu^2 + y^2}.$$

On voit ainsi comment se correspondent l'hélicoïde gauche et l'hyperboloïde de révolution, ces deux surfaces ayant même courbure moyenne en leurs points conjugués, c'est-à-dire en deux points quelconques pris, de part et d'autres, à égale distance de l'axe des x.

DISCUSSION DE L'ÉQUATION (6).

6. Reprenons l'équation (6) et supposons d'abord que la courbure moyenne, assujettie à demeurer constante, soit égale à zéro. Il vient alors

$$dx = \pm c \sqrt{\frac{\mu^2 + y^2}{y^2 - c^2}} \cdot \frac{dy}{y},$$

et désignant par c' la constante introduite par la seconde intégration.

$$x = c' \pm c \log\left(\sqrt{y^2 + \mu^2} - \sqrt{y^2 - c^2}\right) \pm \mu \text{ arc tang} \frac{\mu c}{y^2 - \sqrt{(y^2 + \mu^2)(y^2 - c^2)}}$$

L'hypothèse $c = o$ donne pour ligne méridienne

$$x = c'$$

et pour surface correspondante, l'hélicoïde gauche à plan directeur.

En général, la ligne méridienne est une courbe située tout entière au-dessus de l'axe des x et dont le point le plus bas répond à l'ordonnée $y = c$. Si l'on détermine la constante c' de manière que l'axe des y passe par ce point, l'on a

$$x = \mu \operatorname{arc\,tang.} \frac{\mu}{c}\sqrt{\frac{y^2 - c^2}{y^2 + \mu^2}} - c \log. \frac{\sqrt{y^2 + \mu^2} - \sqrt{y^2 - c^2}}{\sqrt{\mu^2 + c^2}} \quad (^*)$$

ou posant

$$z = \mu \operatorname{arc\,tang.} \frac{\mu}{c}\sqrt{\frac{y^2 - c^2}{y^2 + \mu^2}}$$

et substituant

$$\sqrt{y^2 + \mu^2} = \frac{\sqrt{\mu^2 + c^2}}{2}\left[e^{\frac{x+z}{c}} + e^{-\frac{x+z}{c}}\right].$$

Soit $\mu = o$. La surface engendrée étant alors de révolution, il vient pour ligne méridienne

$$y = \frac{c}{2}\left[e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}}\right],$$

c'est-à-dire la chaînette.

7. Dans le cas général, la courbure moyenne n'étant pas nulle, on a,

$$dx = \frac{\sqrt{y^2 + \mu^2}}{y} \frac{y^2 + cr}{\sqrt{r^2 y^2 - (y^2 + cr)^2}}\, dy.$$

(*) MM. Ossian Bonnet et Catalan ont donné cette solution comme cas

Posons

$$y^2 + \mu^2 = z^2,$$

il vient

$$dx = \frac{z^2(z^2 - \mu^2 + cr)dz}{(z^2 - \mu^2)\sqrt{\left[z^2 + cr - \mu^2 + \frac{r}{2}\sqrt{r^2 - 4cr}\right]\left[\frac{r}{2}\sqrt{r^2 - 4cr} + \frac{r^2}{2} - cr + \mu^2 - z^2\right]}}$$

Soit fait maintenant

$$z^2 = \mu^2 + \frac{r^2 - 2cr}{2} + \frac{r}{2}\sqrt{r^2 - 4cr} - r\sqrt{r^2 - 4cr}.\sin^2\varphi.$$

Le radical qui figure au dénominateur de la valeur de dx se réduit à

$$r\sqrt{r^2 - 4cr}.\sin\varphi.\cos\varphi.$$

On a d'ailleurs

$$dz = -\frac{r\sqrt{r^2 - 4cr}.\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{\mu^2 + \frac{r^2 - 2cr}{2} + \frac{r}{2}\sqrt{r^2 - 4cr} - r\sqrt{r^2 - 4cr}.\sin^2\varphi}}\,d\varphi.$$

posons pour simplifier

$$P^2 = \mu^2 + \frac{r^2 - 2cr}{2} + \frac{r}{2}\sqrt{r^2 - 4cr} = \mu^2 + \left(\frac{r}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{r^2 - 4cr}\right)^2$$

et

$$K^2 = \frac{r\sqrt{r^2 - 4cr}}{P^2}.$$

---

particulier des surfaces où la courbure moyenne est égale à zéro. (*Comptes rendus des séances de l'Académie*, 1853, volume XXVII, page 531, et volume XL, page 275.)

De là résulte en substituant,

$$(8).\ dx = \mathrm{P}d\varphi\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi} + \frac{cr.d\varphi}{\mathrm{P}\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}} + \frac{\mu^2 c.r.d\varphi}{\mathrm{P}[\mathrm{P}^2-\mu^2-\mathrm{P}^2k^2\sin^2\varphi]\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi}}$$

La solution générale se trouve ainsi ramenée aux intégrales elliptiques, et l'on peut la considérer comme complète, au point de vue analytique.

APPLICATION PARTICULIÈRE.

8. Considérons en particulier le cas où $c = o$, c'est-à-dire le cas où il s'agit de l'hélicoïde qui dérive de la sphère et qui lui corrrespond.

L'équation (8) se réduit à la forme très-simple

$$(9)\ .\quad dx = \sqrt{\mu^2 + r^2}\,.\,d\varphi\sqrt{1 - \frac{r^2}{\mu^2 + r^2}\sin^2\varphi}$$

et l'on a en même temps

$$(10)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\quad y = r\cos\varphi.$$

Désignons par s l'arc de l'ellipse dont les axes principaux sont respectivement $2a$ et $2b$, on a d'abord pour équation de cette ellipse

$$(11)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Posons

$$x = a\sin\varphi,$$

il en résulte

$$y = b\cos\varphi$$

et ensuite

$$ds = ad\varphi\sqrt{1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2}\sin\varphi^2}.$$

En attribuant aux quantités a, b les valeurs suivantes

$$a = \frac{r}{\mu}\sqrt{\mu^2 + r^2}, \quad b = r,$$

on en déduit pour la différentielle de l'arc elliptique

$$ds = \frac{r}{\mu}\sqrt{\mu^2 + r^2}\,.\,d\varphi\sqrt{1 - \frac{r^2}{\mu^2 + r^2}\sin{}^2\varphi},$$

et l'on voit aisément comment la courbe méridienne, représentée par les équations (9) et (10) dérive de l'ellipse représentée par l'équation (11).

Soient m, m' deux points quelconques ayant même ordonnée $y = r\cos\varphi$, l'un placé sur l'ellipse, l'autre sur la méridienne cherchée : s étant la longueur de l'arc mesuré sur l'ellipse entre le sommet du petit axe et le point m, $\frac{\mu}{r}s$ est l'abscisse qui correspond au point m' de la courbe méridienne.

S'agit-il ensuite de la section faite dans l'hélicoïde par un plan perpendiculaire à l'axe de révolution et désignée sous le nom de *parallèle?* Le méridien tournant en même temps qu'il glisse, il est visible que, si l'on prend pour pôle le point où le parallèle est percé par l'axe de révolution, les ordonnées du méridien deviennent les rayons vecteurs du parallèle. On voit d'ailleurs que, pour une translation représentée par l'abscisse x du méridien, l'angle décrit par l'ordonnée correspondante est mesurée par l'arc $\frac{x}{\mu}$ du cercle au rayon 1, ou, ce qui revient au même, par l'arc $\frac{rx}{\mu}$ du cercle au rayon r.

Il suit de là que, pour construire le parallèle de l'hélicoïde cherché, on peut opérer de la manière suivante :

1° Tracer avec le rayon r une circonférence de cercle ;

2° Appliquer sur cette circonférence, à partir d'un même point, les arcs s de l'ellipse (11) ;

3° Prendre, dans cette ellipse, les ordonnées qui correspondent aux extrémités des arcs s ;

4° Reporter ces ordonnées sur les rayons vecteurs menés du centre aux extrémités des arcs s devenus circulaires.

9. Procédant comme il vient d'être dit et prenant le centimètre pour unité de longueur, nous avons attribué à μ et r les valeurs suivantes :

$$r = 5,$$

$$\mu = \frac{r}{\sqrt{3}}.$$

De là résulte immédiatement

$$\frac{r^2}{\mu^2 + r^2} = \frac{3}{4}$$

et par suite

$$y = 5 \cos \varphi,$$

$$s = 10 \int_0^\varphi d\varphi \sqrt{1 - \frac{3}{4} \sin^2 \varphi}.$$

Cela posé, nous avons calculé les valeurs qui figurent dans le tableau ci-après, et que l'on peut d'ailleurs déterminer graphiquement.

Valeurs correspondantes et simultanées		
des ANGLES φ.	des ARCS D'ELLIPSE *s*.	des ORDONNÉES *y*.
degrés.	centimètres.	centimètres.
0	0	5,000
1	0,1745	4,999
2	0,35	4,997
3	0,52	4,993
4	0,70	4,988
5	0,87	4,981
10	1,74	4,92
15	2,59	4,83
20	3,44	4,698
25	4,26	4,53
30	5,06	4,33
35	5,83	4,095
40	6,57	3,83
45	7,28	3,535
50	7,95	3,214
55	8,59	2,868
60	9,18	2,50
65	9,74	2,11
70	10,27	1,71
75	10,76	1,20
80	11,22	0,86
85	11,67	0,43
90	12,1105	0,00

La partie de la courbe méridienne représentée fig. 1 a pour abscisses les longueurs de l'arc s réduites dans le rapport de μ à r, c'est-à-dire de 1 à $\sqrt{3}$. Les ordonnées correspondantes sont celles qui figurent en regard de ces arcs dans la dernière colonne du tableau précédent.

La partie du parallèle qui correspond à une translation égale en longueur à la corde ac de l'arc abc (fig. 1), est représentée fig. 2. On l'a construite en décrivant une circonférence de cercle ayant son centre en o et cinq centimètres de rayon. On a porté sur cette circonférence, à partir du point o', les arcs s de l'ellipse et sur les rayons vecteurs correspondants aux extrémités de ces arcs, les longueurs exprimées par y dans la troisième colonne.

Le déplacement par translation correspondant à un quart de révolution a pour mesure

$$\frac{5.\pi}{2\sqrt{3}} = 4{,}5345,$$

c'est-à-dire les 0,324 de la corde ac (fig. 1).

Ces diverses données ont été communiquées à M. Plateau, il y a cinq ou six ans. Il fit alors construire en fil de fer les contours de cinq parallèles, qu'il disposa le long d'un axe en fil de fer (*), dans des plans normaux à cet axe et espacés entre eux de $4^c{,}53$. Chaque parallèle était rencontré par l'axe au point o et disposé dans son plan de manière que d'un parallèle au parallèle suivant, la droite $o\,o'$ eût tourné d'un angle droit. Cet appareil étant placé dans un mélange d'eau et d'alcool de même densité que l'huile interposée en

---

(*) L'axe doit être recouvert de fil de coton pour n'être pas mouillé par l'huile, autrement l'expérience ne réussirait pas.

quantité convenable entre l'axe et les parallèles, on vit l'hélicoïde se former de lui-même et affecter exactement la forme déterminée par la ligne méridienne (fig. 1).

Fig. 1.

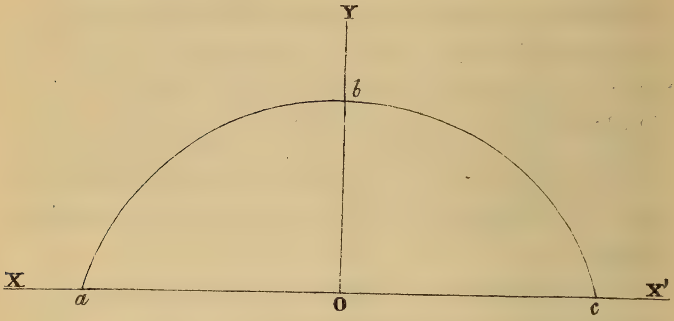
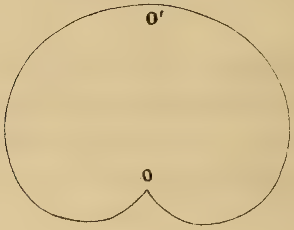


Fig. 2.



N.B. Dans l'impression, les figures (1) et (2) ont été réduites de moitié.

Table de mortalité pour le Brabant, d'après les documents du recensement de 1856; par Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel de l'Académie.

La première table de mortalité fut calculée en 1693, pour la ville de Breslau en Silésie, par l'astronome Halley, directeur de l'observatoire royal de Greenwich.

Dans le siècle suivant, des tables semblables furent construites pour la plupart des États de l'Europe. On fit alors la remarque que plusieurs de ces tables étaient calculées par des astronomes : on pouvait, en effet, perdre de vue que la méthode de calcul est à peu près la même que celle qui s'offre pour quelques-uns des phénomènes célestes.

Il existe deux espèces de tables de mortalité : les unes sont déduites indirectement des chiffres annuels des naissances et des décès; les autres sont déduites d'un recensement exact de la population, en y faisant intervenir également les chiffres des naissances et des décès, au moins à titre de vérification, surtout pendant les premiers âges de la vie.

En Belgique, les fluctuations de la mortalité ont été calculées très-tard : le 4 juin 1825, je présentai à l'Académie royale une première table, mais pour la ville de Bruxelles seulement : les nombres étaient calculés d'après les résultats des six années d'observation précédentes.

En 1827, je m'efforçai de donner plus d'extension à cette table, en réunissant aux documents de Bruxelles ceux de quelques autres villes, telles que Tournay et Maestricht. Cette table fut publiée, pendant la même année, dans mes *Recherches sur la population, les naissances, les décès, etc., dans le royaume des Pays-Bas*, page 31.

Je cherchai à donner plus de développement à ces premiers essais, et, en 1832 (1), je publiai une table de mortalité pour la Belgique entière, en faisant la distinction des hommes et des femmes, des villes et des campagnes. Les éléments avaient été empruntés aux registres de l'état civil du royaume, pendant les trois années antérieures à 1830.

Je m'occupai ensuite d'étudier la mortalité sous un autre point de vue. Je construisis une table qui, à côté de la distinction des âges, faisait celle des différents mois de l'année (2), afin de reconnaître *l'influence des saisons.* Un extrait de ce travail a été inséré dans le tome I^{er} des *Mémoires de l'Académie des sciences morales et politiques de l'Institut de France.*

En 1851, dans un écrit sur les *Nouvelles tables de mortalité pour la Belgique* (3), je rapprochai des nombres que j'avais donnés précédemment, deux nouvelles tables dont l'une était calculée sur les décès de 1841 à 1847 inclusivement et l'autre sur les décès de 1841 à 1845 seulement. Je crus devoir donner la préférence à la dernière, parce qu'elle excluait les nombres de 1846 et 1847 qui me semblaient moins sûrs, et, d'une autre part, à cause de la ressemblance plus grande de ses chiffres avec ceux de 1827 et 1832, dont je comparai les nombres. Jusque-là, les tables de mortalité que j'avais calculées, reposaient sur les chiffres des naissances et des décès seulement. A la suite du recensement de 1846, je crus que les documents qui venaient d'être recueillis offraient assez de garanties pour permettre, enfin, de calculer directement une table de mortalité, en ne faisant intervenir le chiffre des naissances et celui des décès que pour la vérification des nombres, principalement de ceux qui tiennent aux premiers âges. Je publiai mes résultats dans le tome V des *Bulletins de la Commission centrale de statistique*, lequel parut en 1853; on les trouve aussi dans l'*Almanach séculaire de l'observatoire royal de Bruxelles*, année 1854.

---

(1) *Recherches sur la reproduction et la mortalité de l'homme aux différents âges et sur la population de la Belgique,* page 36. Bruxelles, 1832. In-8°.

(2) Voyez aussi le tome V des *Mémoires de l'Académie royale de Bruxelles.*

(3) Tome IV des *Bulletins de la Commission centrale de statistique* 1851. In-8°.

Le recensement qui vient d'être fait à la fin de l'année 1856 m'a permis de reprendre un sujet qui m'a constamment occupé; et si les documents demandés aux provinces ne sont pas encore complétement réunis, du moins j'ai pu vérifier les nombres relatifs à la mortalité dans la province de Brabant; elle est, comme on pouvait s'y attendre, plus forte que dans le reste du royaume. Mais il peut être curieux d'étudier sa marche; je me bornerai à la mettre sous les yeux de mes collègues, en attendant que je puisse en publier les résultats avec ceux de la table générale pour le royaume entier.

Ce genre de recherches n'offre pas seulement un intérêt scientifique; il est de la plus grande utilité pratique dans les pays civilisés, et donne lieu aux applications les plus utiles. Il est peu d'États, sous ce rapport, plus avancés que l'Angleterre et qui recueillent avec plus de succès les avantages de la science, en assurant le bien-être des individus par l'association intelligente des masses.

—

Sur le magnétisme terrestre; par M. Hansteen. — Lettre adressée à M. Ad. Quetelet.

Christiania, le 22 février 1859.

Comme vous avez trouvé mes réductions de l'intensité magnétique à Bruxelles à l'unité absolue de Gauss, et la déduction de la variation séculaire de cette intensité dignes d'être insérées dans le *Bulletin* de votre Académie, je viens vous communiquer une réduction semblable faite dans les environs de Londres. Mais, pour vous mettre en état de juger si le résultat mérite quelque confiance, il est nécessaire d'exposer mon procédé.

En 1819, je reçus de l'artiste anglais Dollond, un cylindre aimanté avec lequel je commençai, à Christiania, une série d'observations, chacune de 300 oscillations horizontales, faites cinq fois par jour : cette série fut continuée jusqu'au 6 mai 1822, et, après une interruption, elle fut reprise dans un autre local et continuée jusqu'en 1827. Par ces observations, j'ai découvert une variation horaire de l'intensité horizontale, savoir un *minimum* vers 10^h du matin, et un *maximum* une heure environ avant le coucher du soleil. Cette variation ayant un *maximum* au solstice d'été, est très-petite vers le solstice d'hiver; ce qui a été constaté plus tard au moyen de l'appareil magnétique bifilaire de Gauss. Je remarquai aussi de grandes irrégularités pendant l'apparition de l'aurore boréale.

J'observai aussi dans mon jardin, et ces observations, faites loin des maisons, ont été continuées à l'observatoire actuel jusqu'à 1858. Réduites à une température constante et à un arc évanouissant, elles m'apprirent que l'intensité horizontale augmente et que le moment magnétique de mon cylindre était presque constant. Dans la table suivante, T signifie le temps des 500 oscillations, *n* le nombre des observations; T est toujours la moyenne entre les observations du matin et celles du soir, pour éliminer la variation horaire.

t	T	*n*	*t*	T	*n*
1820,71	814″,69	11	1841,55	811,42	26
22,68	14,83	6	42,49	11,97	22
23,54*	13,87*	6	43,26	11,52	22
25,98	16,83	2	45,39*	10,46*	2
27,49	17,37	10	46,08	11,43	3
28,16**	18,39**	5	50,31	9,84	2
30,53	16,93	6	51,62	7,87	2
31,75	15,57	4	54,48	7,66	2
32,43	15,04	5	55,56	7,75	23
34,98*	13,96*	6	56,67	7,25	2
38,58	12,05	7	57,45*	6,08*	4
39,48	11,70	46	58,38	6,72	9
40,32**	13,27**	17			

Il semble y avoir eu un *minimum* de T (un *maximum* de l'intensité) dans toutes les années marquées par un astérisque, comme en 1823, 1834, 1845, 1857, et un *maxi-*

mum de T (*minimum* de l'intensité) dans les années marquées par deux astérisques, comme en 1828, 1840; ce qui annonce une variation périodique de 11 ans ou un peu plus, dans laquelle les *maxima* de l'intensité coïncident à peu près avec les *minima* des taches du soleil, d'après le professeur R. Wolf, et avec les *minima* de l'inclinaison, d'après mes observations de Christiania : les *minima* de l'intensité coïncident, au contraire, avec les *maxima* des taches du soleil et avec les *maxima* de l'inclinaison, quand l'inclinaison est corrigée pour la variation séculaire. Comme le *minimum* d'intensité horizontale arrive chaque jour à 10^h du matin environ, et le *maximum* une heure avant le coucher du soleil, et que le *maximum* de l'inclinaison arrive dans le premier, le *minimum* dans le dernier moment, il est assez probable qu'un *maximum* de l'intensité horizontale est toujours accompagné d'un *minimum* de l'inclinaison, et *vice versa*, même dans les différentes années. Si l'intensité verticale était constante, ce résultat en serait une conséquence nécessaire. Quant au *maximum* de l'intensité en 1823 et au *minimum* en 1828, j'ai eu quelque doute, parce que, dans un voyage autour du golfe Bothniaque, en 1825, mon cylindre était placé dans le même étui avec un autre petit cylindre magnétique, quoique à une distance d'un pouce, et que, le 26 novembre 1826, l'instrument a été exposé à la température de 47° R. pour trouver l'influence de celle-ci sur le temps de l'oscillation. Il est possible que ces deux causes aient eu quelque influence sur le moment magnétique du cylindre, bien que l'accroissement du temps T semble être venu progressivement et avoir continué même en 1828, longtemps après l'élévation de la température.

Dans l'année 1834, j'envoyai mon appareil à Göttingue, où le célèbre Gauss a eu la bonté de faire une observation, le 30 juillet, à 9^h du matin, dans le jardin de l'observatoire. Le 19 du même mois, il avait déterminé l'intensité horizontale H en unités absolues. Il est clair que si le moment magnétique du cylindre est constant, le produit HT^2 du temps T de 300 oscillations et de l'intensité H doit l'être également; je le désignerai par C, pour chaque lieu et pour chaque époque; mais si le moment magnétique décroît, la valeur de C devient croissante. En 1839, je visitai moi-même Gõttingue, et j'observai, pendant plusieurs jours, le temps de 300 oscillations. En combinant ces dernières avec une détermination simultanée de Gauss et Goldschmidt, je trouvai une valeur de C très-peu différente de la première. Depuis 1840 jusqu'en 1855, j'ai fait, à Christiania, plusieurs déterminations de l'intensité absolue, comparées avec le temps T; et, en 1845, M. le professeur Pedersen, à Copenhague, a déterminé la valeur de H, dans l'observatoire magnétique, au même moment où j'observais T dans le voisinage. Par ces opérations, j'ai obtenu 11 valeurs du log C entre 1834 et 1855 (1), qui annoncent un petit accroissement du log C, et conséquemment un petit décroissement du moment magnétique du cylindre, si régulier, qu'il peut être assez bien représenté par la formule suivante :

$$(\mathrm{A})\ldots\log C = 6{,}00808{,}7 + 12{,}2648\,(t - 1834) - 0{,}38969\,(t - 1834)^2,$$

où les facteurs des deux derniers termes sont des unités de la 5^{me} décimale. Si m signifie le moment magnétique du cylindre, que C et m se rapportent à 1834,0, C' et m' à

---

(1) *Astronomische Nachrichten*, nº 1013.

1855,0, on a $\frac{C}{C'} = \frac{m'}{m}$, $\log C - \log C' = 6,00816 - 6,00890 = -0,00074$, $\frac{m'}{m} = 0,99830$; ainsi m, dans ces 21 ans, a eu un décroissement de $\frac{1}{558}$. Si l'intensité horizontale H avait été invariable à Christiania pendant cet intervalle, en supposant T et T′ les temps de 300 oscillations, on aurait trouvé $T' = T \sqrt{\frac{C'}{C}}$. Pour $T = 814''$, en 1834, on aurait trouvé $T' = 814'',68$ pour 1855; mais l'observation a donné, pour 1855,56, $T' = 807'',75$, ce qui montre un accroissement assez grand de l'intensité. Dans la supposition que la formule A donne la valeur de log C avec une approximation suffisante pour 1827, j'ai calculé la valeur de H pour toutes les valeurs observées de T dans la table précédente de 1827,49 jusqu'à 1855,56. Ces valeurs ont donné, pour Christiania, la formule :

$$(B)\ldots H = 1,5191,3 + 23,735\,(t - 1827,0) - 0,27969\,(t - 1827,0)^2,$$

où les constantes des deux derniers membres sont des unités de la 4^{me} décimale. Par cette formule, j'ai calculé la valeur de H pour 1823, pour pouvoir déterminer l'intensité à Paris et à Londres, dans cette année, par la comparaison avec Christiania (1).

A *Londres*, une observation fut faite par le célèbre capitaine Kater, dans le milieu de *Regents Park*, le 6 juin 1823, avec un cylindre, qui, avant et après, fut observé par moi à Christiania et qui a donné

Pour Regents Park (a) $H = 1,6666$.

En 1826, j'envoyai deux cylindres marqués IV et VIII à M. Sabine, qui observa dans le jardin *of the horticultural Society,* à Chiswick, 4 milles anglais à l'ouest de Londres; mais après leur retour à Christiania, en octobre 1827, où ils avaient été observés en mai 1826, je trouvai leur moment tellement diminué, principalement pour le n° VIII, que je rejetai la comparaison avec Londres (1).

---

(1) *Astron. Nachr.*, nº 1014, où il faut lire pour Paris : $H = 1,7721 +$ etc.

M. Sabine observa ces deux cylindres, en 1827, à Chiswick et à Paris, dans le jardin de l'observatoire; mes observations ont été faites dans mon jardin à Christiania aux époques suivantes :

	IV.		VIII.	
à Paris.	mai	10	avril	30
à Londres . . .	juin	11	juin	11
à Christiania. .	octobre	1 et 30	octobre	1 et 30

En réduisant toutes ces observations à la température de 40° Fahrenheit et à l'époque du 11 juin, à cause de l'état magnétique variable des cylindres, j'ai trouvé l'intensité à Chiswick par la comparaison avec

	VIII.	IV.
Paris.	1,6751	1,6706
Christiania. . .	1,6751	1,6804
Pour Chiswick.	1,6751	1,6755
Moyenne (*b*) $H = 1,6753$		pour $t = 1827,44$.

Il est à remarquer que M. Sabine a commencé ses observations avec une élongation des cylindres du méridien magnétique de 30°, et qu'il a continué jusqu'à une oscillation où l'élongation était de 5°. Désignant le nombre de ces oscillations par n, il a multiplié le temps écoulé entre la première et la dernière oscillation par la fraction $\frac{100}{n}$, et donné le temps de 100 oscillations. Pour réduire ce temps à des oscillations dans un arc évanouissant, il est nécessaire de connaître ce nombre n, qu'il n'a pas communiqué. Quoique cette réduction ne doive pas être négligée, principalement quand l'élongation initiale est si grande, pour rendre les différentes observations strictement comparables, j'ai été forcé de suivre la même méthode avec mes observations faites à Christiania, bien que j'eusse continué les observations jusqu'à 360 oscillations.

---

(1) Comparée avec Paris, l'observation de ces deux cylindres et de deux autres a donné, pour Chiswick, 1827,38 $H = 1,6648$.

En 1828, le 23 mars, M. Sabine a observé les mêmes deux cylindres à *Regents Park*, et a continué les observations jusqu'à 360 oscillations. Ces deux observations, comparées à celles que j'ai faites à Christiania, le 7 mars et le 2 mai de la même année, observées de la même manière et réduites à la même température, en faisant la réduction pour les variations du moment magnétique des deux cylindres, ont donné pour Londres

Cylindre IV. . $H = 1,6698$.
VIII. $H = 1,6634$.
Moyenne (c). . $H = 1,6666$, $t = 1828,22$, Regents Park.

Le lieutenant Segelcke, de la marine norwégienne, a observé au moyen de mon cylindre de Dollond, le 30 et le 31 octobre 1830, dans le jardin de M. le professeur Barlow, à Woolwich, le temps de 300 oscillations, qui, comparées à mes observations faites avec le même cylindre à Christiania avec toutes les réductions nécessaires, ont donné :

Pour Woolwich 1830,54 (d), $H = 1,6799$.

M. Sabine a trouvé à Woolwich, en 1846,44 : $H = 3,7250$;

Airy, à Greenwich, en 1852,5, H = 3,7723; en 1853,27, H = 3,7857; en 1856,5, H = 3,8223. Ces intensités sont exprimées dans une unité absolue adoptée par les Anglais.

Il est à regretter que les Anglais aient tâché d'introduire une nouvelle unité pour la mesure de l'intensité magnétique; elle causera aisément de la confusion; c'est inutile pour le savant qui veut traiter le système total de la terre, et même dangereux s'il ne connaît exactement la relation entre les poids et mesures des Anglais et des Français. On sait que Gauss, le célèbre inventeur de la méthode absolue, a fondé son unité sur les unités suivantes de temps, de masse et de distance : une seconde du temps moyen, un milligramme et un millimètre. Aux deux dernières valeurs, les Anglais ont substitué le grain et le pied anglais. Il est vrai qu'un observateur anglais peut, avec la plus grande facilité, se procurer des copies exactes des valeurs normales anglaises et françaises; mais, à la fin du calcul nécessaire, c'était une opération assez facile d'ajouter un logarithme de réduction pour exprimer le résultat dans l'unité adoptée par tous les savants du continent. Même les égards dus au grand inventeur de la méthode devaient faire préférer cette réduction. Dans les sciences, il ne doit pas régner de nationalité.

En supposant le pied anglais = 304,7954 millimètres, le grain anglais = 64,7659 milligrammes, je trouve le facteur k' (1), qui exprime l'unité anglaise en unités de Gauss $= \left(\frac{304,7945}{64,7659}\right)^{\frac{1}{2}} = 2,169128$, dont le logarithme = 0,336285. En divisant les quatre dernières valeurs de H par ce facteur, on a :

---

(1) Voyez *Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata,* auctore C. F. Gauss, pag. 43.

		t	H
Pour Woolwich	(*e*)	1846,44	1,7173
Pour Greenwich. . .	(*f*)	1852,50	1,7392
	(*g*)	1853,27	1,7453
	(*h*)	1856,50	1,7621

Mais comme ces huit valeurs de H sont déterminées dans quatre différents lieux, *Regents Park*, *Chiswick*, *Woolwich* et *Greenwich*, il est très-vraisemblable qu'il y existe des différences tant pour la position géographique que pour les actions magnétiques locales. C'est pourquoi j'ai demandé à M. le capitaine Philip Parker King, en 1830, de faire des observations sur ces quatre lieux. Il a eu la bonté d'observer le temps de 300 oscillations de son cylindre entre le 20 et le 27 mai. Il a commencé avec l'élongation de 20°; il a noté l'élongation pour 100, 200, 300 et 360 oscillations; il a marqué la température au commencement et à la fin de chaque observation, ainsi que la seconde et la fraction de seconde à chaque dixième oscillation, et même la hauteur du baromètre. On a donc un contrôle sur la bonté des observations et tous les éléments nécessaires pour une réduction exacte. La moyenne de chaque observation tombe entre 1^h et 2^h après midi, époque de la moyenne intensité horizontale du jour. Ces observations ont donné les résultats suivants :

LIEU.	JOUR.	HEURE.	T	
Regents Park . . .	mai 20	0^h49^m-1^h 4^m	758″,10	759″,175
	» 27	0 50 -1 4	760,25	
Woolwich	» 21	1 47 -2 2	755,95	
Greenwich	» 22	1 45 -2 0	758,77	
Chiswick.	» 25	1 37 -1 52	756,87	

Prenant l'intensité dans *Regents Park* pour unité, on trouve celle de *Woolwich* = 1,00849, de *Greenwich* = 1,00106, de *Chiswick* = 1,00610. En réduisant toutes ces observations dans les environs de Londres à celles de *Regents Park*, on a les valeurs suivantes :

LIEU.	t	H
(*a*) Regents Park	1823,43	1,6666
(*b*) Chiswick.	1827,44	1,6651
(*c*) Regents Park	1828,22	1,6666
(*d*) Woolwich	1830,88	1,6658
(*e*) Ibid.	1846,44	1,7028
(*f*) Greenwich	1852,50	1,7348
(*g*) Ibid.	1853,27	1,7410
(*h*) Ibid.	1856,50	1,7578

Dans la table suivante, j'ai pris un milieu entre (*b*) et (*c*) pour 1827,83; ce qui donne H = 1,6659.

NUMÉRO.	t	H	Calcul.	Δ	t	VARIATION annuelle.
1	1823,43	1,6666	1,6669	— 3	1823	— 30,7
2	1827,83	1,6659	1,6651	0	1828	— 12,6
3	1830,88	1,6658	1,6671	— 13	1833	+ 4,5
4	1846,44	1,7028	1,7050	— 22	1838	+ 21,5
5	1852,50	1,7348	1,7345	+ 3	1843	+ 38,6
6	1853,27	1,7410	1,7389	+ 21	1848	+ 55,7
7	1856,50	1,7578	1,7585	— 7	1853	+ 72,7

$$H = 1{,}6673{,}5 - 9{,}967\,(t - 1823{,}0) + 1{,}1097\,(t - 1823{,}0)^2$$

Cette formule représente assez bien les observations : elle donne un *minimum* pour $t = 1827{,}49$, à peu près comme à Christiania et à Bruxelles; et il y a coïncidence avec l'époque du *maximum* des taches du soleil.

Au commencement de cet article, j'ai fait remarquer que les observations sur le temps T de 300 oscillations de mon cylindre, à Christiania, ont montré un *maximum* de l'intensité horizontale en 1823, et un *minimum* en 1828; mais j'avais un doute sur ce résultat qui pouvait n'être qu'apparent et produit par un décroissement du moment magnétique du cylindre, à cause de son échauffement en novembre 1826. Je m'imaginais que la variation séculaire de l'intensité horizontale devait être très-lente et qu'elle pouvait être représentée par une formule seulement dépendante du temps écoulé, comme la formule (B) ci-dessus. Mais, comme j'ai découvert une variation périodique de 11 ans dans mes observations de l'inclinaison, dont les *minima* coïncident avec les *minima* des taches du soleil, et comme les observations de l'intensité à Londres et à Bruxelles (1) annoncent aussi un *minimum* de l'intensité en 1828 ainsi qu'à Christiania, j'ai pensé que la supposition d'un changement dans le moment de mon cylindre, en 1826, est peut-être sans fondement. Dans cette hypothèse, j'ai calculé les valeurs de H correspondant à celles de T dans la première table, en employant les valeurs du log C de la formule (A).

---

(1) C'est peut-être à tort que j'ai éliminé les observations faites à Bruxelles en 1828 et 1829, comme discordantes avec les autres. (*Bulletins de l'Académie de Belgique*, 2^{me} série, t. V, n° 11.)

t	H	Inclinaison.	t	H	Inclinaison.
1820,71	1,5270		1841,55	1,5479	
22,68	1,5276		42,49	1,5480	
23,54	1,5320	*minimum.*	43,26	1,5497	
25,98	1,5256		45,39	1,5533	*minimum.*
27,49	1,5222		46,08	1,5506	
28,16	1,5188	*maximum.*	50,31	1,5569	
30,53	1,5249		51,62	1,5600	*maximum.*
31,75	1,5307		54,48	1,5653	
32,43	1,5329		55,56	1,5672	
34,98	1,5382	*minimum.*	56,67	1,5667	*minimum.*
38,58	1,5467		57,45	1,5711	
39,48	1,5448		58,38	1,5679	
40,32	1,5426	*maximum.*			

La troisième colonne indique les années dans lesquelles les *maxima* et les *minima* de l'inclinaison sont observés, et on voit presque toujours une coïncidence, c'est-à-dire un *minimum* d'inclinaison avec un *maximum* de l'intensité, et *vice versa.*

La détermination de l'intensité à Londres et à Paris, en 1823, est basée sur une comparaison avec Christiania faite dans la même année; mais elle est calculée par la formule (B) à laquelle seulement ont concouru les observations de 1827 à 1855, et les observations antérieures de 1820 à 1827 sont exclues comme douteuses. Si j'avais pris H = 1,5320 de la table précédente au lieu de la valeur calculée 1,5103, j'aurais trouvé pour Londres, en 1823, H = 1,6916 au lieu de 1,6666, et le *minimum* en 1828 aurait été encore plus marqué. De la même manière j'aurais trouvé pour Paris, en 1823,28, H = 1,7976, au lieu de 1,7721, et pour les trois intensités à Paris :

t	H
1823,28	1,7976
1831,38	1,7988
1853,55	1,8503

ce qui indique aussi un *minimum* pour l'année 1828. Les deux observations faites à Bruxelles en 1828 et 1829, concourent au même résultat.

Je soumets ces réflexions aux savants qui s'occupent de l'étude du magnétisme terrestre : c'est un sujet qui n'est pas sans intérêt, puisqu'il indique une correspondance entre les variations qui se montrent à la surface du soleil et les phénomènes magnétiques observés sur la terre.

Sur les étoiles filantes périodiques du mois d'août 1858, observées en Allemagne. Lettre de M. Heis à M. Quetelet.

Munster, 28 février 1859.

Monsieur,

J'ai l'honneur de vous envoyer les résultats des étoiles filantes observées à Munster ainsi que dans plusieurs stations d'Allemagne, pendant la période du mois d'août 1858.

DATES ET HEURES.	GRANDEURS.			SOMME.	TRAÎNÉE.
	1	2	3-6		
1. *Munster.*					
h. m. h. m.					
Août 2. . 9 37–10 56	5	9	18	32	10
» 3. . 9 34–11	4	12	16	32	6
» 4. . 9 40–11 40	2	10	13	25	6
» 6. . 9 34–10	1	5	»	6	5
» 8. . 9 26–12	22	39	69	130	40
» 10. . 9 0–12	52	65	84	201	86
» 11. . 9 22–10	4	6	12	22	6
» 12. . 9 5–12	27	47	39	113	30
Août 8–12, en 8^{h} 57^{m}. .	104	157	205	466	162
Par heure	12	17	23	52	18
2. *Rheine* (Westphalie).					
h. m. h. m.					
Août 3. . 9 23–10 37	»	5	11	16	1
» 8. . 9 19–11 18	7	12	12	31	10
» 11. . 9 21–10 15	5	6	4	15	5
» 12. . 9 26–10 52	6	17	4	27	11
SOMME.	18	40	31	89	27
3. *Dorstea* (Westphalie).					
h. m. h. m.					
Août 3. . 9 42–10 48	1	3	4	8	»
» 8. . 9 30–12 0	16	15	25	56	10
» 9. . 9 13–11 20	12	18	18	40	12
» 10. . 9 25–12 0	40	42	8	90	45
Août 8–10	68	75	51	194	67

DATES ET HEURES.	GRANDEURS.			SOMME.	TRAÎNÉE.
	1	2	3-6		
4. *Gaesdonck* (près de Goch, Prusse rhénane).					
h. m. h. m. Août 3. . 10 42–10 44	1	»	1	2	»
» 4. . 9 57– 9 58	1	6	9	16	2
» 8. . 9 14–11 54	16	21	30	67	24
» 9. . 9 35–10 33	2	4	17	23	5
» 10. . 9 17–12 0	32	46	36	114	51
» 11. . 9 7–11 9	9	30	47	86	37
» 12. . 9 22–12 0	11	39	77	127	46
Août 8–12	70	140	207	417	163
5. *Bonn.*					
h. m. h. m. Août 4. . 9 17–10 40	4	5	2	11	7
» 8. . 9 24–10 42	8	6	6	20	8
6. *Aix-la-Chapelle.*					
h. m. h. m. Août 8. . 9 31–10 46	5	4	2	11	10
» 10. . 9 34–11 41	15	17	1	33	28
7. *Trèves.*					
h. m. h. m. Août 3. . 10 23–10 45	0	0	0	2	0
» 4. . 9 5–11 53	0	0	0	49	0
» 7. . 9 0–10 0	0	0	0	22	0
» 8. . 9 0–12 0	1	17	94	112	6
» 9. . 9 34–10 17	0	0	0	4	0
» 10. . 9 0–12 0	0	0	0	219	25
» 11. . 9 0–12 0	5	17	105	127	20
» 12. . 10 35–11 56	0	0	0	12	0

8. *Francfort-sur-le-Mein.*

Le nombre des étoiles filantes était, le 8 août, de $9^h\ 30^m$-$10^h\ 15^m$, de 11; et le 10 août, de $9^h\ 30^m$-$10^h\ 30^m$, de 33.

9. *Cassel.*

DATES ET HEURES.	GRANDEURS.			SOMME.	TRAÎNÉE.
	1	2	3-6		
h. m. h. m.					
Août 8. . 9 13-12 0	5	14	41	60	10
» 10. . 9 6-11 37	18	28	59	105	22
» 11. . 9 30-12 3	11	30	97	138	29
» 12. . 10 22-12 3	3	6	28	37	8

10. *Dieckhorst* (près de Celle, Hanovre).

DATES ET HEURES.	GRANDEURS.			SOMME.	TRAÎNÉE.
	1	2	3-6		
h. m. h. m.					
Août 10. . 9 30-11 0	1	8	19	28	0
» 11. . 9 30-11 0	3	12	17	32	0

11. *Dresde.*

Le nombre des étoiles filantes était, le 10 août : de $10^h,7$-$11^h,7 = 55$; $11^h,1$-$12^h,1 = 67$; 11^h4-$12^h,4 = 76$; $11^h,7$-$12^h,7 = 74$; $12^h,0$-$13^h,0 = 66$; $12^h,2$-$13^h2 = 67$.

12. *Prague.*

DATES ET HEURES.	GRANDEURS.			SOMME.	TRAÎNÉE.
	1	2	3-6		
h. m. h. m.					
Aoûs 11. . 9 21-12 10	14	17	21	52	20
» 12. . 10 38-11 51	3	4	12	19	6

13. *Naugard* (Poméranie, Prusse).

Le nombre des météores était, le 9 août, de 31; le 10, de 107 et le 11, de 57.

Résultat des observations correspondantes des étoiles filantes.

(h′ = hauteur au commencement, h″ = hauteur à la fin, en kilomètres.)

LIEUX D'OBSERVATIONS	h′	h″
1. Munster, Bonn	85	54
2. Munster, Bonn, Aix-la-Chapelle	220	115
3. Munster, Rheine, Bonn, Aix-la-Chapelle.	124	54
4. Munster, Gaesdonck	350	200
5. Munster, Rheine, Gaesdonck	363	73
6. Munster, Dorsten	41	35
7. Munster, Aix-la-Chapelle	?	78
8. Munster, Gaesdonck	89	78
9. Munster, Cassel.	130	119
10. Munster, Gaesdonck, Aix-la-Chapelle.	200	145
11. Munster, Gaesdonck, Aix-la-Chapelle.	123	85
12. Munster, Gaesdonck	111	89
13. Aix-la-Chapelle, Gaesdonck, Dorsten.	85	59
14. Aix-la-Chapelle, Dorsten	115	78
15. Aix-la-Chapelle, Gaesdonck	155	96
16. Munster, Dresde	180	89
17. Munster, Aix-la-Chapelle, Gaesdonck.	163	89
18. Dresde, Cassel	115	107
19. Aix-la-Chapelle, Gaesdonck	67	63
20. Aix-la-Chapelle, Gaesdonck	107	107
21. Rheine, Gaesdonck.	?	60
22. Cassel, Dieckhorst	96	96
23. Cassel, Dresde, Prague	111	89
24. Cassel, Prague	143	111
25. Munster, Rheine.	59	37
26. Munster, Rheine	?	59
27. Rheine, Gaesdonck.	89	65
28. Munster, Rheine	83	50
29. Cassel, Dresde	152	133
30. Munster, Cassel.	208	?
31. Munster, Cassel.	180	111
32. Munster, Cassel.	?	81

Aurores boréales (1858 *et* 1859).

1. L'aurore boréale observée à Munster le 9 avril 1858, de 8^h^ à 12^h^, fut aussi observée à Naugard (Poméranie), à Goettingue, à Dorpat et à Christiania. Le 10 avril, à 5^h^ du matin, M. *Neumaier* a observé à *Melbourne* une lumière australe. Des perturbations magnétiques furent observées à Goettingue, Prague, Christiania et Melbourne.

2. Une aurore boréale, observée à Munster, le 4 décembre 1858, fut également remarquée à Gaesdonck. Des perturbations magnétiques ont été observées à Prague, à Kremsmunster et à Christiania.

3. Une aurore boréale, observée à Munster le 23 février, de 8^h^ à 12^h^, fut aussi observée à Naugard et à Prague, ainsi que des perturbations magnétiques à Prague.

M. Van Beneden communique l'extrait d'une lettre qu'il a reçue de M. R. Leuckart de Giessen, au sujet de l'*Histriobdella*. Cette lettre est datée du 10 février 1859.

. . . « J'ai trouvé des Histriobdelles en quantité sur les deux homards que vous avez eu la bonté de m'envoyer, et j'ai vu des œufs en plus grande quantité encore, contenant des embryons à tous les degrés de développement. Toutefois ces singuliers parasites ne montraient plus une très-grande vivacité. Les homards étaient cependant encore en vie à leur arrivée à Giessen, et j'ai placé les Histriobdelles dans l'eau de mer. Je le regrette; jaurais voulu voir aussi le clown et je n'ai pu apercevoir que le masque. Du reste, je puis confirmer toutes les particularités que vous avez signalées. Je vous ferai seulement remarquer que l'organe que vous avez décrit comme pénis me semble plutôt appartenir au canal déférent : il était plein de spermatozoïdes.

Le corps est très-irrégulièrement segmenté; il m'a cependant paru, chez les morts surtout, qu'il existe trois segments distincts entre la tête et le gonflement sexuel, et un seul derrière celui-ci. Le renflement sexuel lui-même me semble formé de deux autres segments.

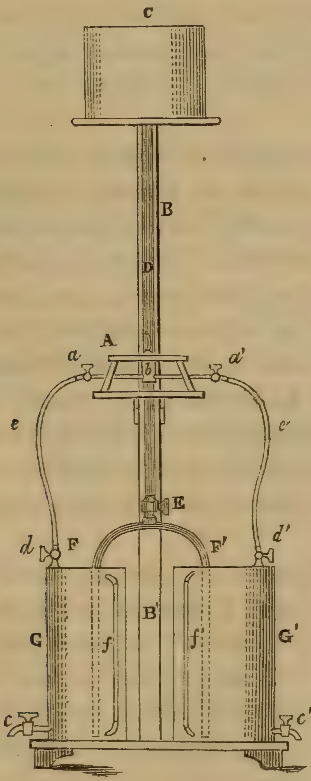
L'Histriobdelle n'est certes pas un crustacé (*ein Krebs kann Histriobdella unmöglich nicht sein*). C'est un ver, me semble-t-il, du groupe des Hirudinées ou des Polystomes. La pluralité des caractères parle toutefois, ainsi que la disposition segmentée, en faveur des Hirudinées, comme vous l'avez dit, du reste. » .....

M. Van Beneden fait observer qu'en tout cas, l'Histriobdelle ne peut être un Polystome, puisqu'il a un tube digestif complet, et si ce n'était pas une Hirudinée, ce qui n'est cependant pas douteux pour lui, ce ver ne pourrait jamais prendre rang parmi les Trématodes. Quant au pénis, dit-il, nous n'avons entendu désigner sous ce nom qu'une portion du canal déférent qui s'évagine, pour l'intromission de la liqueur fécondante, comme cela a lieu dans beaucoup de vers.

M. Grube, continue M. Van Beneden, à qui nous avons envoyé également des homards, a pu observer en vie, à Breslau, les Histriobdelles et les Nicothoés.

Note sur une disposition destinée à faciliter l'emploi du chalumeau à gaz hydrogène et oxygène; par M. Montigny, correspondant de l'Académie.

Je crois utile de faire connaître une disposition à laquelle j'ai eu recours pour faire fonctionner un chalumeau à gaz hydrogène et oxygène, acquis récemment pour le laboratoire de chimie de l'athénée d'Anvers.



L'appareil représenté ici est vu de face.

A est le chalumeau proprement dit. Il consiste en un petit tabouret en bois au milieu duquel s'élève un tuyau coudé, qui porte l'ajutage en platine d'où s'échappe le jet. Les gaz sont amenés à ce tube par deux tuyaux horizontaux *a* et *a'*, munis chacun d'un robinet, qui débouchent, en face l'un de l'autre, au bas d'un tube cylindrique *b*, au sommet duquel le tube coudé prend naissance. Des rondelles de toile métallique sont empilées dans le cylindre *b*.

Voici la disposition adoptée pour faire arriver les gaz à cet instrument sous une pression égale, et dans le rapport voulu des volumes, au moyen de la pression d'une colonne d'eau.

B est un montant de bois assez élevé, dressé sur un pied carré et portant un plateau circulaire à sa partie supérieure. Une petite tablette, fixée en saillie à ce montant à la hauteur voulue, supporte le chalumeau.

C est un bassin cylindrique de zinc, d'une capacité convenable, ouvert par le haut et fermé au bas.

D tuyau en plomb, soudé au fond du vase C; il est muni d'un robinet E. Au-dessous de ce robinet, le tuyau se partage en deux branches F et F', qui sont soudées chacune à la base supérieure de l'un des réservoirs G, G', où elles pénètrent pour déboucher à un centimètre du fond inférieur.

Les deux réservoirs cylindriques G, G' de zinc sont fermés de toutes parts. Ils sont munis chacun de deux robinets : les uns *c*, *c'*, placés à la partie inférieure, servent à l'écoulement de l'eau, comme je vais le dire, et les autres, *d*, *d'*, permettent chacun au gaz contenu dans le réservoir d'arriver au chalumeau par l'intermédiaire des tuyaux de caoutchouc *e*, *e'*.

A chaque réservoir est adapté un tube de verre (*f* et *f'*); il sert à indiquer le niveau intérieur de l'eau, laquelle, par sa pression, expulse l'un des gaz hors de chaque réservoir.

La hauteur des réservoirs cylindriques G, G' est la même; elle dépend de la plus ou moins grande quantité de gaz dont on peut avoir besoin. Mais les diamètres des réservoirs sont différents : celui du réservoir G', où l'hydrogène sera contenu, est tel que la surface de la base de ce cylindre est égale au double de celle de la base du cylindre G, où l'oxygène sera placé. Le diamètre de celui-ci étant $0^{\text{M}},10$, celui de G' est égal à cette dimension multipliée par $\sqrt{2}$, ce qui donne $0^{\text{M}},141$ pour le diamètre du cylindre à hydrogène. Par ce moyen, nous verrons que le volume d'hydrogène écoulé sera constamment égal au double de l'oxygène dépensé, et que les gaz resteront soumis à une égale pression, si, dès le principe, le niveau de l'eau a été établi à la même hauteur dans les deux réservoirs.

Actuellement, voici quel est le mode d'usage de l'appareil. Afin d'expulser d'abord l'air contenu dans les deux réservoirs G et G', on ouvre le robinet E pour faire arriver dans ceux-ci l'eau que l'on a préalablement placée dans le bassin supérieur C. Les robinets inférieurs *c, c'* sont alors fermés et les robinets *d, d'* ouverts; ceux-ci, afin de laisser expulser l'air des réservoirs G et G' par l'eau qui y descend. Quand ces réservoirs sont remplis de liquide, on ferme les trois robinets E, *d* et *d'*. Puis on adapte aux robinets *d, d'* des tuyaux de caoutchouc, dont l'un, celui en *d*, communique avec le gazomètre ou la cloche qui renferme l'oxygène préparé; l'autre tuyau, celui en *d'*, s'adapte au gazomètre où l'hydrogène a été aussi préalablement préparé. On ouvre les robinets *d*, *d'*, puis les robinets inférieurs *c*, *c'*, qui laissent écouler l'eau hors de chaque réservoir. Ce liquide est remplacé dans chacun des réservoirs par le gaz que le tuyau de caoutchouc y amène. Quand chaque réservoir est rempli, l'un, G, d'oxygène, et l'autre, G', d'hydrogène, on ferme les robinets *c*,*c'*, *d*,*d'*. Puis on ouvre le robinet E; l'eau arrivant alors du bassin C dans chaque réservoir inférieur, y comprime le gaz jusqu'à ce que sa tension fasse équilibre au poids de la colonne d'eau comprise entre le niveau du bassin et celui du réservoir considéré.

Si le liquide n'est pas exactement à la même hauteur dans les réservoirs G, G', ce que les tuyaux de jauge de verre font connaître, on laisse échapper du réservoir où le niveau est le plus bas, une quantité de gaz suffisante pour amener l'égalité des niveaux. On adapte ensuite les tuyaux de caoutchouc au chalumeau, que l'on fait fonctionner.

Il est facile de voir que la pression ne peut devenir plus faible dans l'un des réservoirs à gaz et que l'eau se maintient constamment au même niveau dans les deux réservoirs, parce que la colonne d'eau comprimante est la même et que l'équilibre des tensions tend à s'y conserver, à cause de la communication établie, par les branches coudées F et F', entre les nappes liquides où elles plongent. Ce mode de communication entre les masses liquides éloigne toute idée du passage de l'un des gaz d'un réservoir dans l'autre : il ne peut donc se présenter aucune chance d'explosion par suite d'un mélange accidentel.

Ajoutons que les volumes des deux gaz écoulés, après un temps donné, étant forcément égaux en hauteur, celui de l'hydrogène est toujours le double du volume d'oxygène dépensé, parce que la base du réservoir à hydrogène équivaut au double en surface à la base du réservoir à oxygène.

C'est ce double résultat de l'égalité des pressions et de la proportion voulue des gaz dépensés auquel il fallait arriver (1).

L'appareil que j'ai fait construire fonctionne très-bien. Il est de prix peu dispendieux. Son usage serait aussi facile et aussi commode dans un cours public qu'il l'est pour un cours particulier.

— M. le capitaine Liagre, membre de l'Académie, présente un mémoire *Sur les pensions militaires* et donne verbalement une analyse détaillée de son travail dont l'impression aura lieu, conformément à la décision de la classe, dans le recueil des mémoires in-8°.

---

(1) En fermant partiellement le robinet E, on peut régler à volonté, par la diminution de la quantité d'eau qui descend dans les réservoirs, la quantité du mélange gazeux arrivant à l'ajutage.

CLASSE DES LETTRES.

Séance du 7 mars 1859.

M. le baron de Gerlache, directeur.
M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Grandgagnage, de Ram, Gachard, le baron J. de Saint-Genois, De Decker, Snellaert, Haus, Leclercq, Faider, Arendt, *membres;* Nolet de Brauwere Van Steeland, *associé;* Ducpetiaux, Mathieu, Kervyn de Lettenhove, Chalon, Thonissen, Th. Juste, Defacqz, *correspondants.*

MM. Stas, Alvin, Ed. Fétis et L. Jehotte, *membres des deux autres classes*, assistent à la séance.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'intérieur transmet une expédition de l'arrêté royal du 23 février dernier, contenant les dispositions réglementaires pour le concours triennal de littérature dramatique flamande institué par arrêté royal du 10 juillet 1858.

Cet arrêté porte :

ART. 1er. Sera admis au concours tout ouvrage de littérature dramatique écrit en langue flamande par un auteur belge de naissance ou naturalisé.

ART. 2. L'ouvrage devra avoir été publié dans le pays ou être remis en manuscrit, soit au département de l'intérieur, soit à l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts avant que la période triennale soit close.

ART. 3. Ne seront pas admises au concours les œuvres traduites ou arrangées d'après des ouvrages étrangers ou nationaux. Quant aux pièces imitées, le jury aura à décider si elles présentent un caractère suffisant d'orginalité.

ART. 4. Le jury chargé du jugement du concours sera composé de cinq membres.

ART. 5. Les ouvrages dramatiques des membres du jury sont exclus du concours.

ART. 6. Le prix triennal ne peut être partagé entre plusieurs œuvres.

ART. 7. Le jugement du jury sera proclamé dans la séance publique de la classe des lettres qui suivra la période triennale.

— M. le secrétaire perpétuel annonce qu'il a reçu différents documents historiques sur M. Daniel-Jacques Van Ewyck, ancien associé de l'Académie, décédé récemment. Ces documents, transmis par le fils du défunt, seront employés dans la notice que contiendra le prochain *Annuaire de l'Académie.*

— M. le président du Sénat remercie l'Académie pour l'envoi successif de ses différentes publications.

— La Société géographique impériale de Russie et la

Société d'histoire de la Suisse Romande, remercient également la compagnie pour ses envois : cette dernière société lui fait parvenir les tomes XV et XVI de ses mémoires.

— M. Alexandre Vattemare envoie différentes publications américaines; l'Institut génevois transmet le tome V de ses mémoires. — Remercîments.

— M. le chanoine de Ram fait hommage du III^me^ volume de son *Synodicon Belgicum;* M. Le Glay, associé de l'Académie, envoie deux fascicules de son *Spicilége d'histoire littéraire;* M. Gachard transmet un grand nombre d'ouvrages offerts à la Commission d'histoire et qui seront déposés dans la bibliothèque de la compagnie. — Remercîments.

— M. Borgnet écrit que ses occupations ne lui permettront pas d'être commissaire pour le mémoire de concours relatif à Jean I^er^ de Brabant; M. Gachard est invité à le remplacer.

— M. Thonissen, correspondant de l'Académie, dépose un mémoire manuscrit intitulé : *Quelques considérations sur la théorie ou progrès indéfini, dans ses rapports avec l'histoire de la civilisation et les dogmes du christianisme.*

Les commissaires pour l'examen de ce travail sont MM. De Decker, Faider et Leclercq.

Un autre mémoire manuscrit est présenté par M. J. Schwartz, professeur à l'université de Liége, sous le titre : *Études critiques sur la philosophie grecque, depuis Thalès jusqu'à Aristote.*

Les commissaires sont MM. Roulez, Bormans et Baguet.

— M. le secrétaire perpétuel dépose un premier poëme pour le concours de poésie ayant pour sujet le 25^e^ anniversaire de la loi décrétant l'établissement de chemins de fer en Belgique. L'épigraphe, est-il dit, se trouve dans le billet cacheté.

NOMINATIONS.

Les commissaires, nommés pour procéder, avec le bureau, à l'élection des candidats aux places devenues vacantes par la mort de trois membres et par celle de cinq associés, déposent la liste de présentation. Les élections auront lieu à la séance extraordinaire du mois de mai.

L'Académie procède ensuite, par scrutin secret, à la formation de la liste double de présentation pour les cinq membres qui feront partie de la commission chargée de décerner le prix triennal au meilleur ouvrage dramatique flamand. Cette liste sera communiquée à M. le Ministre de l'intérieur.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

M. Gachard donne lecture d'un nouveau fragment de son histoire de don Carlos. Cet écrit est destiné à paraître dans une publication particulière, en sorte que l'auteur exprime ses regrets de ne pouvoir se rendre au vœu de ses confrères qui auraient désiré de le voir inséré dans le bulletin de la séance.

CLASSE DES BEAUX-ARTS.

Séance du 3 mars 1859.

M. F. Fétis, président de l'Académie.
M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Alvin, Braemt, G. Geefs, Leys, Madou, Navez, Roelandt, Van Hasselt, Jos. Geefs, Érin Corr, Snel, Fraikin, Partoes, Baron, Ed. Fétis, De Busscher, Portaels, *membres;* Calamatta, *associé.*

M. Kervyn de Lettenhove, *correspondant de la classe des lettres*, assiste à la séance.

CORRESPONDANCE.

M. le secrétaire perpétuel donne lecture d'une lettre qu'il a reçue de M. le Ministre de l'intérieur, au sujet des grands prix de composition musicale : « L'arrêté royal du 19 septembre 1840 qui a institué le concours de composition musicale, est-il dit, accorde aux lauréats, pendant quatre années, une pension de 2,500 francs pour aller se perfectionner dans leur art en voyageant à l'étranger. Il est permis de se demander si ce terme de quatre années n'excède pas le temps nécessaire pour que le jeune compositeur retire de ses voyages le fruit qu'il en doit recueillir.

« On comprend que des encouragements analogues se prolongent utilement pendant la même période pour le peintre, le sculpteur, l'architecte, qui va étudier sur les lieux, en Italie, en Allemagne, en France, les chefs-d'œuvre des maîtres de l'art et s'inspirer à leur contact. Mais l'art musical a peu de leçons et de secrets auxquels le jeune compositeur ne puisse être initié en Belgique même; un terme de deux années semble suffisant pour lui apprendre les ressources des différentes écoles modernes et pour que son voyage à l'étranger lui procure les résultats vraiment utiles qu'il peut en retirer.

» Je désire connaître sur ce point les vues de la classe des beaux-arts, et je vous prie, M. le secrétaire perpétuel, de vouloir bien l'appeler à en délibérer. Il est entendu que si la durée de la pension était réduite de moitié, l'excédant continuerait à être appliqué à l'encouragement de l'art musical, de préférence en faveur du lauréat... »

Cette pièce est renvoyée à l'avis de la section permanente du jury, composée de MM. Fétis, Snel et Hanssens.

— Une seconde lettre de M. le Ministre de l'intérieur fait connaître que le Roi a alloué un subside de 500 francs au comité directeur de la Caisse centrale des artistes belges.

— M. Eug. Delacroix, récemment nommé associé de la classe, la remercie pour l'envoi de ses dernières publications.

— L'Académie royale d'Anvers fait connaître qu'il sera ouvert, le mardi 10 mai 1859, un grand concours pour le prix de sculpture. Le lauréat du concours jouira, pendant quatre ans, d'une pension de 2,500 francs.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Artistes belges à l'étranger. — LUCAS ET MARTIN VAN VALCKENBORCHT; par M. Éd. Fétis, membre de l'Académie.

Né à Malines vers 1540, Lucas Van Valckenborcht, qui avait fait ses premières études techniques sous la direction d'un maître dont on ignore le nom, était allé travailler à Anvers, où l'on suppose qu'il prit des leçons du vieux Pierre Breughel. Ne trouvant plus dans son pays, agité par les discordes civiles, la tranquillité nécessaire à l'artiste, il entreprit un voyage en compagnie de son frère Martin, plus jeune que lui de quelques années, et du célèbre architecte et dessinateur hollandais Vreedeman de Vries, attiré en Belgique par le désir de se perfectionner à l'école de nos maîtres. C'est à l'année 1566 qu'est fixée la date de son départ. Si l'on songe à ce qu'était alors la situation d'Anvers, on comprendra sa résolution d'un exil temporaire. La cité qui était devenue, après Bruges, la capitale de l'art flamand, venait d'être, dans cette même année 1566, dévastée par les iconoclastes. Là où l'on brisait les images n'était plus la patrie des peintres et des sculpteurs, c'est-à-dire des faiseurs d'images. S'il faut en croire Van Mander, Descamps et les autres biographes qui paraissent avoir puisé leurs renseignements à la même source, les deux Malinois et leur ami de Hollande se rendirent d'abord dans la province de Liége, et passèrent quelque temps à parcourir les bords de la Meuse dont ils dessinèrent les points de vue les plus pittoresques. Ils allèrent ensuite à Aix-la-Chapelle, continuant leurs études d'après nature. Un an s'écoula ensuite en excursions qui leur procurèrent une ample moisson de matériaux.

Il paraît, car les indications en ce qui concerne les premiers temps de la carrière de Lucas Van Valckenborcht et de son frère sont excessivement vagues, il paraît que la nouvelle d'une quasi-pacification des esprits, à Anvers, étant parvenue à nos artistes, ils reprirent le chemin de la Flandre. Ils se servirent, disent les anciens biographes, des dessins dont ils avaient leurs portefeuilles abondamment garnis, pour exécuter des tableaux : paysages, intérieurs de forêts, vues de villes, etc., où ils se montrèrent fidèles observateurs de la nature. Nous croyons qu'en effet Lucas et Martin Van Valckenborcht passèrent quelques années soit à Malines, soit à Anvers, occupés de leurs travaux, car nous ne les retrouvons, au cœur de l'Allemagne, que plusieurs années après leur excursion sur les bords de la Meuse. Cependant une chose nous étonne, c'est que leurs ouvrages soient aussi rares, disons même introuvables dans les Pays-Bas. Comment se fait-il qu'on n'en rencontre ni dans les galeries publiques, ni dans les collections particulières de la Belgique et de la Hollande? Que sont devenus ceux qui sont sortis de leur atelier dans une période de dix ans? Leur disparition est d'autant plus inexplicable, que nos deux artistes avaient l'habitude de marquer leurs tableaux d'un monogramme et de les dater. Peut-être la connaissance de ce monogramme manque-t-elle aux possesseurs de quelques tableaux de Lucas et de Martin Van Valckenborcht pour en déterminer l'origine; peut-être, en rectifiant de fausses attributions, arrivera-t-on à grossir l'œuvre des deux peintres malinois de productions qui en ont été distraites par erreur.

Une année environ après que la ville de Malines se fut réconciliée avec le roi d'Espagne, le 19 juillet 1585, on dressa une liste des suppôts du métier des peintres qui étaient alors fugitifs. Sur cette liste figurent Martin Van Valckenborcht, entré dans le métier le 12 avril 1559, et Lucas, inscrit le 12 août 1560. Il resterait à déterminer par quelle singularité l'aîné des deux frères ne se fit recevoir maître qu'un an après le plus jeune. Quoi qu'il en soit, Lucas Van Valckenborcht était encore vraisemblablement à Anvers, quand l'archiduc Mathias vint, en 1577, s'établir dans cette ville, où l'avaient appelé les chefs du mouvement révolutionnaire, en lui conférant le titre de gouverneur général des Pays-Bas. On sait que ce gouvernement ne fut pas heureux et dura peu. L'archiduc, qui s'était rendu, sans l'assentiment de l'Empereur, à l'appel du parti anti-espagnol, fut très-mal accueilli, à son retour en Allemagne, par Rodolphe II qui refusa de le recevoir à sa cour, lui interdit le séjour de Prague et lui assigna Lintz pour résidence. Lucas Van Valckenborcht suivit-il l'ex-gouverneur des Pays-Bas, lorsqu'il abandonna une position devenue trop difficile, ou bien, le hasard l'ayant conduit en Autriche quelques années après, alla-t-il visiter dans sa retraite Mathias dont il avait eu l'occasion d'être connu à Anvers? La vérité se trouve dans une de ces deux hypothèses; mais on ne sait laquelle il faut choisir. Ce qui est certain, c'est que Lucas Van Valckenborcht a travaillé pour l'archiduc, et que c'est de la collection de ce prince que proviennent plusieurs des tableaux de notre artiste qui se trouvent dans la galerie de Vienne.

On est surpris de voir Lucas Van Valckenborcht s'arrêter auprès du duc Mathias, qui n'avait qu'un goût médiocre pour les arts, au lieu de se rendre à la cour de Rodolphe II, protecteur de tous les talents, et surtout des talents de nos Flamands auxquels il accordait une faveur particulière. S'il était allé à Prague offrir ses services à l'Empereur, il eût sans doute été employé, comme Spranger et comme Roelandt Savery, à orner de ses peintures la résidence souveraine. Peut-être son intention était-elle de chercher fortune de ce côté; mais il en fut détourné par l'archiduc, jaloux de son frère et mécontent de le voir s'entourer d'hommes distingués dans les sciences et dans les beaux-arts, qui, par leurs travaux, contribuaient à l'éclat de son règne. Réduit à une pension modique qui ne lui permettait pas de tenir un grand état de maison, Mathias ne pouvait donner à notre peintre qu'un prix médiocre de ses tableaux; mais il le retenait, si nos conjectures sont fondées, en le traitant avec cette considération dont les artistes font souvent plus de cas que des avantages matériels, et en lui faisant entrevoir dans l'avenir la perspective d'une rémunération plus positive.

Parmi les tableaux de Lucas Van Valckenborcht qu'on voit dans la galerie du Belvédère, il en est un qui prouve que l'artiste, pendant son séjour à Lintz, vécut dans l'intimité du prince. Si ce tableau ne donne pas une confirmation formelle aux hypothèses que nous venons d'indiquer, il établit du moins des présomptions en leur faveur. En voici la description tirée du catalogue de la collection impériale : « Une contrée couverte de forêt, dans les environs de Lintz, que l'on voit dans le lointain à travers les arbres. Dans la forêt, il y a une chasse au cerf, et sur le devant l'archiduc Mathias, plus tard Empereur, est assis près d'une pièce d'eau presque couverte de joncs, occupé à pêcher à la ligne. » Le tableau est marqué de deux V V surmontés d'un L, monogramme habituel de l'artiste, et porte la date de 1590. L'épisode familier représenté par Van Valckenborcht dans ce tableau n'est-il pas, comme nous le disions, un témoignage d'une sorte d'intimité à laquelle le prince avait admis son peintre? Mathias pêchait à la ligne et autorisait l'artiste flamand à le surprendre dans cette occupation. Doué d'un esprit inquiet, il oubliait ses déconvenues dans les Pays-Bas, et calmait ses idées ambitieuses par la diversion d'un plaisir essentiellement pacifique. Il voyait l'Empire menacé par les Turcs, et, sans prévoir la mort de l'archiduc Ernest, qui devait faire de lui l'héritier du trône, il entrevoyait le moment où Rodolphe II serait obligé d'avoir recours à lui pour combattre les ennemis qui menaçaient ses frontières.

Quatre années se sont écoulées depuis que Lucas Van Valckenborcht peignait, à Lintz, l'archiduc Mathias pêchant à la ligne, quand il eut l'occasion de vendre plusieurs tableaux à l'archiduc Ernest. Ce prince venait d'être appelé au gouvernement des Pays-Bas. Les comptes de sa maison, publiés par M. Coremans dans les *Bulletins de la Commission royale d'histoire*, d'après les originaux déposés aux Archives du royaume, nous font connaître que notre artiste se trouvait à Francfort au mois de janvier 1594, par la mention de l'achat d'un de ses tableaux représentant une vue de la ville de Lintz. Ces comptes attestent que l'archiduc Ernest avait, comme Rodolphe II, le goût des beaux-arts. Les dépenses de chaque jour y sont consignées pendant le voyage de Prague à Anvers et durant le séjour du prince dans les Pays-Bas jusqu'au moment de sa mort; or, les acquisitions de tableaux, d'objets de sculpture, de gravures, de tapisseries, etc., absorbent la plus grande partie de ces dépenses. C'était un heureux temps pour les artistes, que celui où les princes avaient de tels penchants et faisaient un pareil emploi de leur fortune. Au mois d'août 1595, le registre des comptes porte cette indication : « Le 5, envoyé à maître Lucas de Falckenburg, peintre, par Daniel Rindpleisch fils, ainsi qu'il l'a attesté par lettre, 200 rixdalers. » Cette somme est sans doute destinée au payement ou à une partie du payement de quatre tableaux du peintre malinois qui avaient pour sujets *les Quatre Saisons*, et qui figurent, ainsi qu'un paysage du même artiste, sur l'inventaire des objets renvoyés à Vienne après la mort de l'archiduc Ernest. Les tableaux des Saisons font partie de la galerie du Belvédère. Leur origine n'est pas renseignée par le catalogue de la collection impériale, très-incomplet sous ce rapport, ainsi que la plupart des notices descriptives des musées de l'Europe.

En 1594, Lucas Van Valckenborcht se trouvait à Francfort; c'est là qu'il fit la connaissance de Georges Hoefnagel, qui était occupé de l'exécution des dessins destinés à illustrer le *Théâtre des cités du monde* de G. Bruin. Hoefnagel obtint de son compatriote, pour cet ouvrage, la communication des vues de deux villes qu'il n'avait pas lui-même visitées, savoir : celle de Lintz et celle de Gmuden. La vue de Lintz présente l'aspect d'un vaste paysage animé par une chasse. Au premier plan est un artiste qui dessine et auquel parle un paysan, en lui montrant du doigt un point vers l'horizon. Dans le fond de la vallée coule le Danube. L'inscription de cette planche est ainsi conçue : *Effigiavit Lucas a Walckenborcht, communicavit Georgius Houfnaglius*, 1594. La vue de Gmuden est prise au bord du Gmuden-See, le plus grand lac et le plus pittoresque des États autrichiens. Le lac est sillonné de barques dont l'une est couverte d'une tente et garnie de fleurs; sur une route qui longe le Gmuden-See sont des pêcheurs occupés à jeter leurs filets; dans le fond s'élève le Draunstein, masse imposante de rochers qui repose la vue et aide à l'effet des premiers plans.

En 1597, Lucas Van Valckenborcht était à Nuremberg et travaillait pour Paul de Praun, célèbre amateur qui avait formé l'une des plus riches collections qu'ait possédées l'Allemagne. Deux tableaux du peintre malinois sont décrits dans l'inventaire de cette collection dressé avec autant de soin que d'érudition par le savant archéologue C.-T. De Murr, et imprimé à Nuremberg en 1797. Ce sont : 1° *Une Tempête*, grisaille sur toile; *Une Bataille*, peinte également en grisaille. A l'indication de ce dernier tableau est jointe une note ainsi conçue : « Cet excellent paysagiste (Lucas Van Valckenborcht) était à Nuremberg en 1597, au mois d'août, chez M. de Praun, pour lequel il fit ce tableau. »

Dans une autre collection de Nuremberg, celle de Derschau, se trouvait un précieux ouvrage de Lucas Van Valckenborcht. C'était une composition remarquable par la variété des sujets, peinte sur le couvercle d'une épinette et représentant une série d'épisodes de la vie aventureuse du voyageur Paul Behaim. Notre artiste était en si grande estime à Nuremberg, que les magistrats de la ville lui firent peindre, pour une de leurs salles d'assemblée, un tableau ayant pour sujet la *Bataille des Amazones*. Si l'on songe au rang que tenait dans les arts la ville où le maître flamand avait fixé sa résidence et aux chefs-d'œuvre de tout genre qu'elle possédait, on regardera comme une preuve significative de son mérite la commande qu'il reçut d'un tableau destiné à orner un des édifices publics de cette cité privilégiée, berceau de l'école allemande.

Lucas Van Valckenborcht n'est cité que comme paysagiste par les biographes qui ont parlé de lui d'une manière d'ailleurs très-sommaire et fort inexacte. Nous voyons pourtant, dans son œuvre, des productions appartenant à des genres très-différents : sujets historiques, batailles, marines, etc. Sandrart, qui dit l'avoir connu personnellement à Nuremberg, en 1622, s'exprime ainsi, après avoir parlé de son séjour à Lintz auprès de l'archiduc Mathias : « La guerre étant venue à éclater en Hongrie, Lucas se rendit à Nuremberg où il s'établit et où il exécuta des ouvrages fort beaux et très-variés, comme *la Chute de Troie*, *la Tour de Babel*, *la Destruction de Jérusalem*, *le Festin de Balthazar*, et beaucoup d'autres semblables. » L'auteur allemand ajoute qu'on voyait des tableaux de Lucas Van Valckenborcht dans le palais de l'archevêque de Salzbourg, à Prague, à Vienne, à Nuremberg, dans la collection du comte de Wahl et dans les châteaux de beaucoup de grandes familles. Lucas traitait également avec succès de petits portraits dans lesquels il poussait, disent ses contemporains, la peinture à l'huile jusqu'à la finesse de la miniature.

Descamps dit, d'après Van Mander, que Lucas Van Valckenborcht ne quitta Lintz, où l'archiduc Mathias l'avait employé fort longtemps, que lorsque ce prince entra en Hongrie, et qu'il retournait dans sa patrie, quand la mort le surprit en chemin. Autant de mots autant d'erreurs. M. Nagler n'est pas beaucoup plus heureux dans la notice qu'il consacre à notre artiste. « Valckenburg voulait, dit-il, se fixer à Nuremberg, quand l'archiduc Mathias, qui tenait alors sa cour à Lintz et qui avait déjà vu quelques-uns de ses ouvrages, le fit venir. En 1625, l'artiste voulut retourner à Nuremberg, mais il mourut en voyage. » Il est facile, au moyen de la comparaison des dates inscrites par le peintre flamand sur ses tableaux, de reconnaître que son séjour à Nuremberg est postérieur de plusieurs années à l'époque où il était employé, à Lintz, par l'archiduc Mathias. Nous avons déjà dit qu'il avait habité Francfort dans l'intervalle. Il semblerait résulter du passage de l'ouvrage de M. Nagler que notre artiste quitta, en 1625, le service de Mathias pour retourner à Nuremberg; or, ce prince, qui avait pris, en 1593, le commandement de l'armée de Hongrie et qui avait été élevé à l'Empire en 1612, mourut en 1629. Suivant toute apparence, Lucas Van Valckenborcht continua de résider à Nuremberg depuis 1597, époque où il était installé chez Paul de Praun, comme nous l'apprend la note du catalogue de De Murr, jusqu'à l'année 1622, où Sandrart dit l'avoir connu. Avait-il quitté Nuremberg postérieurement à cette dernière date et mourut-il en y voulant revenir, ainsi que le prétend M. Nagler? On ne peut se prononcer formellement sur ce point, attendu que les preuves pour ou contre font défaut; mais il y aurait lieu de s'étonner qu'à l'âge avancé où il était parvenu, Lucas Van Valckenborcht eût songé à se fixer dans une autre ville de l'Allemagne. On l'aurait compris seulement dans le cas où l'empereur Mathias, son ancien protecteur, l'aurait mandé près de lui; mais, comme nous venons de le dire, ce prince était mort. Nous serions plutôt tenté d'adopter, aux dates près, la version de Descamps, d'après laquelle le peintre flamand eut, vers la fin de sa carrière, le désir de revoir son pays, et mourut dans le trajet, alors fort long, de Nuremberg aux Pays-Bas. Lucas Van Valckenborcht avait plus de quatre-vingts ans. On n'est pas fixé d'une manière précise sur la date de sa naissance; mais son talent étant déjà formé, par des études faites successivement à Malines et à Anvers, lorsqu'il entreprit son premier voyage, en 1566; on doit supposer qu'il avait environ vingt-cinq ans. Sa longue carrière embrasse donc la période presque séculaire écoulée entre 1540 et 1625.

Le nom des deux peintres malinois, réunis dans cette notice, a été orthographié de différentes manières. On le trouve écrit ainsi : Valckenburg, Valkenbourg, Walckenburg, Falckenburg, Valckenborcht. C'est cette dernière forme que nous avons adoptée, non-seulement parce qu'elle est la plus flamande, mais aussi parce qu'elle figure dans l'inscription placée par Hoefnagel sur la vue de Lintz dont il tenait de son compatriote le dessin original.

Voici la liste des tableaux de Lucas Van Valckenborcht qui se trouvent dans les principaux musées :

Galerie de Vienne.—1° Paysage avec de grandes masses de rochers et des forges sur le devant; à gauche, la vue d'une rivière couverte d'embarcations. Tableau sur bois marqué du monogramme de l'artiste (un L surmontant deux V) et daté de 1580. — 2° *Le Printemps,* paysage riant où une ville est baignée par une rivière. Sur la place publique de la ville a lieu un tournoi; une société de dames et de cavaliers se divertissent à l'ombre d'un bouquet d'arbres. Sur toile, monogramme et date : 1587. — 3° *L'Été,* paysage où des moissonneurs prennent leur repas dans la campagne; sur toile, 1585. — 4° *L'Automne*, paysage où se fait la vendange; sur toile, 1585. — 5° *L'Hiver,* paysage où la neige tombe à gros flocons et recouvre la terre; sur toile, 1586. Ces quatre derniers tableaux proviennent assurément, comme nous l'avons dit, de la collection de l'archiduc Ernest, dont l'inventaire porte l'indication d'une suite de compositions des Saisons par notre artiste. M. Nagler s'est donc trompé, lorsqu'il a dit que la plupart des œuvres de Lucas Van Valckenborcht, qui sont dans la galerie du Belvédère, proviennent du cabinet de l'archiduc Mathias. — 6° Une Contrée boisée dans les environs de Lintz, que l'on voit dans le lointain, à travers les arbres. On voit passer dans la forêt une chasse au cerf; sur le devant l'archiduc Mathias, plus tard Empereur, est assis près d'une pièce d'eau couverte de joncs, et pêche à la ligne; sur bois, 1590.

Musée de Francfort. — 1° Vue d'une ville prise d'une hauteur. Sur le devant, le peintre lui-même occupé à dessiner. — 2° Paysage; vue prise en hiver; beaucoup de personnages se divertissent sur l'Escaut gelé; dans le lointain la ville d'Anvers.

Musée de Brunswick. — Au pied d'une masse de rochers, quelques habitations et une forge mue par un moulin que fait tourner une chute d'eau. Plus loin est un vieux château sur un rocher près duquel coule une rivière qui va se perdre au loin entre des montagnes. La rive gauche est plate et garnie d'arbres et de fabriques. Sur l'avant-plan, couvert de rochers, sont des arbres bordant le chemin. Sur ce chemin, un chasseur, qui a son chien près de lui, parle à un paysan; sur bois, monogramme de l'artiste et et date : 1595.

Musée de Madrid. — 1° Paysage montueux où l'on voit des mines en exploitation. Une cascade fait mouvoir une forge. Dans le lointain, on aperçoit la campagne à travers une gorge de la montagne. — 2° Paysage entrecoupé de rochers et animé par un grand nombre de figures. L'eau, qui alimente une forge et qui fait tourner la roue d'un moulin, forme un canal traversé par un pont rustique. — 3° Paysage accidenté que parcourent des hommes conduisant des chameaux.

La peinture de Lucas Van Valckenborcht est finement et spirituellement touchée. Les tons verts et bleus y sont trop dominants; mais c'était le défaut de la plupart des paysagistes du temps. Il n'y a pas lieu d'en faire, à l'égard de l'artiste de Malines, l'objet d'une critique qui n'a pas été moins méritée par Breughel, P. Brill et R. Savery. Voici comment M. Viardot s'exprime, en parlant des tableaux de Lucas Van Valckenborcht qui sont au musée de Vienne : « On a placé près des œuvres de Pierre Breughel celles de son habile imitateur, Lucas Van Valckenborcht, mort en 1625. Je les désigne sur-le-champ, quoique leur date doive les reporter un peu plus loin, en citant de préférence un assez curieux tableau de *Neige tombante* et un paysage de vigoureuse couleur où se voient tout ensemble une *Chasse au cerf* et l'empereur Mathias pêchant à la ligne dans un ruisseau. »

Martin Van Valckenborcht naquit à Malines en 1542 et eut pour maître son frère Lucas qu'il accompagna dans ses voyages et dont il se sépara seulement lorsque, ayant quitté définitivement les Pays-Bas, chacun d'eux fut obligé de chercher fortune de son côté. Tandis que Lucas allait s'établir à Lintz, Martin se fixa à Francfort, où il passa le reste de ses jours. Hüsgen, dans ses notices des artistes de Francfort *(Nachrichten von Francfürter Kunstlern)*, dit qu'il fit d'un pinceau aussi spirituel que celui de son frère, non-seulement des paysages, mais encore des portraits et des tableaux d'histoire, tant en grand qu'en forme de miniature. Le même auteur loue Martin Van Valckenborcht pour l'imagination féconde qu'il déployait dans ses compositions. Il cite particulièrement, en témoignage de son génie inventif, un tableau ayant pour sujet une mascarade nocturne sur la place publique d'une ville, et dans lequel règne un mouvement extraordinaire. Hüsgen mentionne encore, comme se distinguant par des qualités semblables, un *Incendie de Troie* où s'agitent des groupes nombreux de figures expressives. « On remarque surtout, dit-il, pour la correction du dessin et pour la force du coloris, la famille d'Énée qui traverse la scène au premier plan. » Enfin l'historien des artistes de Francfort cite un troisième tableau de Martin, représentant une figure allégorique qu'il suppose être celle du Plaisir, et qui est désignée par Nagler comme étant une Vénus. Le maître flamand avait déployé dans ce tableau de belles et solides qualités d'exécution. Georges Flegel, le célèbre peintre de nature morte, y ajouta des accessoires, tels que fruits, vases d'or et d'argent, etc. »

Sandrart rend également hommage au talent de Martin Van Valckenborcht, en disant qu'il avait un style analogue à celui de son frère et qu'il s'appliquait à peindre de belles compositions historiques « pour les marchands belges, qui sont de grands amateurs de tableaux. »

On ignore la date de la mort de Martin Van Valckenborcht. Quelques auteurs l'ont fixée à l'année 1636; mais ils ont confondu avec Martin, le père, son fils ayant le même prénom que lui, qui s'était fait connaître avantageusement, à Francfort, comme peintre de portraits et qu'une maladie épidémique enleva en 1636. Martin, l'ancien, avait précédé de plusieurs années dans la tombe son frère Lucas.

Il existe des tableaux de Martin Van Valckenborcht dans les collections publiques suivantes :

Galerie de Vienne. — Une Fête de village; à gauche vue sur une vaste campagne.

Galerie de Dresde. — La Tour de Babel auprès de laquelle sont groupées de nombreuses figures. Tableau sur bois. Le nouveau catalogue de Dresde, d'ailleurs très-supérieur aux précédents, fait naître Martin Van Valckenborcht en 1596, à Anvers, et le fait mourir en 1636. Il y a là une triple erreur. D'une autre part, le nom de notre artiste écrit ainsi : Van Valkenborg, se rapproche de l'orthographe flamande. C'est une sorte de compensation.

Galerie de Gotha.— Paysage; site très-étendu. Au premier plan est une statue de Cybèle, près de laquelle on voit un chariot attelé de trois chevaux et couvert d'une toile, dans lequel sont des campagnards. A gauche, près d'une fontaine, plusieurs personnages.

Martin Van Valkenborcht marquait ses tableaux d'un monogramme disposé de la même manière que celui de son frère : c'était un M surmontant deux V V. Voici ce que Brulliot dit de notre artiste, dans son *Dictionnaire des monogrammes :* « Martin Van Valckenburg a peint de jolis paysages ornés de figures et de sujets allégoriques. Les lettres M V V (superposées) se trouvent sur des tableaux de ce peintre, et les mêmes capitales, un peu plus petites, sur une estampe d'après lui, gravée par Crispin de Passe. C'est un paysage où l'on voit, sur la gauche, Élie assis près d'un rocher, faisant signe à deux corbeaux en l'air qui lui apportent du pain. Ce paysage est coupé par une rivière sur laquelle on remarque une barque à voile et deux moulins. La marque est au bas, à gauche, sur le rocher où s'appuie Élie. Dans la marge on lit : *Helias propheta pascitur a corvis.* Ce morceau appartient à une suite de quatre paysages de la même grandeur. » Les quatre paysages dont parle ici Brulliot ont pour sujets des épisodes tirés de l'histoire des prophètes. Crispin de Passe a gravé, en outre, une suite de paysages de Martin Van Valckenborcht.

Lucas Van Valckenborcht a eu plusieurs fils qui se sont, comme lui, adonnés à l'art de la peinture. De l'aîné, dont le prénom était Frédéric, on voit, dans la galerie du Belvédère, les tableaux suivants : 1° *Fête de village*, animée par un grand nombre de figures. Au milieu se trouve un arbre qui porte la date de 1595; — 2° *Une Foire,* dans l'intérieur d'une ville. Le millésime de 1594 est sur l'enseigne d'une maison.

D'Égide Van Valckenborcht, fils de Lucas, selon les uns, et de Martin, suivant les autres, il existe au musée de Brunswick : 1° *L'Embrasement de Troie*, sujet affectionné de la famille, à ce qu'il paraît, car on a vu qu'il avait été traité par Lucas et par les deux Martin. Des femmes, des enfants et des soldats armés de javelots sont sur le devant. Énée, portant Anchise, passe au milieu d'eux. Plusieurs fugitifs s'embarquent sur des vaisseaux à la clarté des torches; d'autres sont pris par l'ennemi. Au centre de la ville, des combattants en grand nombre entourent le cheval de bois. — 2° *L'Ange exterminateur* détruisant, pendant la nuit, l'armée formidable de Sennachérib. Sur le devant un grand tumulte : les chariots, les chameaux, les chevaux sont pêle-mêle, et les Assyriens s'entre-tuent.

Dans aucun des musées de la Belgique, il n'existe d'ouvrages des artistes auxquels nous venons de consacrer cette notice. Que sont devenus les tableaux qu'ils firent, comme nous l'apprend Sandrart, pour les marchands belges, grands amateurs de peinture? C'est une de ces questions qu'on pose sans espérer de les voir résoudre.

OUVRAGES PRÉSENTÉS.

Nova et absoluta collectio synodorum episcopatus antverpiensis, accedunt illuc spectantia rei ecclesiasticae monumenta pleraque inedita, omnia diligenter recognita et in tres sectiones distributa; collegit, illustravit, edidit P. F. X. de Ram. Louvain, 1859; 1 vol. in-4°.

Quelques jetons inédits; par R. Chalon. Bruxelles, 1859; 1 broch. in-8°.

Documents statistiques du royaume de Belgique; publiés par le département de l'intérieur, avec le concours de la Commission centrale de statistique. Tome II. Bruxelles, 1858; 1 vol. in-4°.

Documents pour servir à la biographie de Charles Morren. Gand, 1859; 1 broch. in-8°.

Histoire du règne de Charles-Quint en Belgique; par Alexandre Henne. Tome IV. Bruxelles, 1859; 1 vol. in-8°.

Portefeuille de John Cockerill. 44^{me}-47^{me} livr. Liége, 1859; in-4°.

Mélanges de chirurgie, d'ophthalmologie et d'hygiène publique; par André Uytterhoeven. Bruxelles, 1859; 1 vol. in-8°.

Inventaire analytique et chronologique des chartes et documents appartenant aux archives de la ville d'Ypres; publié par I. L. A. Diegerick. Tome IV. Bruges, 1859; 1 vol. in-8°.

Un mot à propos de la découverte d'une édition inconnue, imprimée à Audenarde vers 1480; — *Wulfaert Vilainsteen, à Gand;* — *De la reliure des livres, à propos de deux reliures curieuses, l'une du XV^{me}, l'autre du XVI^{me} siècle;* — *Le jubé de l'église de Sainte-Waudru, à Mons, par Jacques Du Broeucq;* — *Sur l'ouverture du tombeau de Marguerite d'Autriche et de Philibert de Savoie, élevé dans l'église de Brou, département de l'Ain;* par P.-C. Van der Meersch. Gand, 1855-1857; 5 broch. in-8°.

Fouilles, recherches, découvertes et indications archéologiques dans la province de Liége, par Alb. d'Otreppe de Bouvette. Liége; 1 broch. in-8°.

Bibliographie montoise. Annales de l'imprimerie à Mons, depuis 1580 jusqu'à nos jours; par Hippolyte Rousselle. pp. 199 à 770 et titre. Mons, 1858; in-8°.

Théorie de la fonction gamma; par Henri Limbourg. Gand, 1859; 1 broch. in-8°.

Nouvel essai sur la théorie physico-mathématique de la musique; par un étudiant en médecine. Louvain, 1859; 1 broch. in-8°.

Annales de l'Académie d'archéologie de Belgique. Tome XV^{me}. 2^{me} livr. Anvers, 1859; 1 broch. in-8°.

Revue de l'instruction publique en Belgique. VII^{me} année. N^{os} 1 à 3. Bruges, 1858; 3 broch. in-8°.

Revue de la numismatique belge. 3^{me} série. Tome III. 1re livr. Bruxelles, 1859; 1 broch. in-8°.

Revue populaire des sciences. II^{me} année. N^{os} 1 à 3. Bruxelles, 1859; 3 broch. in-8°.

Revue de l'administration et du droit administratif de la Belgique. Tome VI. 1re-3^{me} livr. Liége, 1858; in-8°.

Vingt-cinquième anniversaire de la fondation de la Société des sciences, des arts et des lettres du Hainaut. Mons, 1858; 1 broch. in-8°.

Annales de la Société archéologique de Namur. Tome V. 4^{me} livr. Namur, 1858; 1 cahier in-8°.

Rapport sur la situation de la Société archéologique de Namur en 1858. Namur, 1859; 1 broch. in-8°.

Journal historique et littéraire. Tome XXV. Livr. 10-12, Liége, 1859; 3 broch. in-8°.

Journal de médecine, de chirurgie et de pharmacologie. 17^{me} année. 28^{me} vol. Janvier à mars. Bruxelles, 1859; 3 broch. in-8°.

Annales de médecine vétérinaire. VIII^{me} année. 1er-3^{me} cahiers. Bruxelles, 1859; 3 broch. in-8°.

Annales d'oculistique fondées par le docteur Florent Cunier. Tome XLI. 1re-3me livr. Bruxelles, 1859; 3 broch. in-8°.

Annales de la Société de médecine d'Anvers. XXme année. livr. de janvier à mars. Anvers, 1859; 3 broch. in-8°.

Journal de pharmacie. XVme année. Janvier à mars. Anvers, 1859; 3 broch. in-8°.

Annales de la Société médico-chirurgicale de Bruges. XXme année. 1re-3me livr. Bruges, 1859; 3 broch. in-8°.

Annales médicales de la Flandre occidentale. Tome VI. Nos 1 à 3. Roulers, 1859; 3 broch. in-8°.

Journal d'horticulture pratique de la Belgique. IIIme année. Janvier à mars. Bruxelles, 1859, 3 broch. in-8°.

L'Illustration horticole; rédigée par Ch. Lemaire et publiée par Ambr. Verschaffelt. VIme vol. 1re à 3me livr. Janvier à mars. Gand, 1859; 3 broch. in-8°.

Flora batava, of afbeelding en beschrijving van nederlandsche gewassen; door wijlen Jan Kops, vervolgd door P. M. E. Gevers-Deijnoot. 184 aflevering. Amsterdam, 1859; 1 broch. in-4°.

De la musique; par le baron J. A. H. Michiels van Kessenich. Ruremonde, 1858; 1 vol. in-12.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences; par MM. les secrétaires perpétuels. Tome XLVIII. Nos 1 à 13. Paris, 1859; 13 broch. in-4°.

Bulletin de la Société géologique de France. 2me série. Tome XVI. Feuille 1-14. Paris, 1858-1859; 2 broch. in-8°.

Journal de la Société de la morale chrétienne. Tome IX. N° 1. Paris, 1859; 1 broch. in-8°.

Revue de l'art chrétien. IIIme année. Nos 1 à 3. Paris, 1859; 3 broch. in-8°.

Essai historique et liturgique sur les ciboires et la réserve de l'eucharistie; par M. l'abbé J. Corblet. Paris, 1858; in-8°.

Notice sur les chandeliers d'église au moyen âge; par le même; précédée d'une lettre de M. H. Dusevel sur le même sujet. Paris, 1859; 1 broch. in-8°.

Conclusion de l'histoire politique et naturelle de l'île de Cuba; par D. Ramon de la Sagra. Paris, 1858; 1 broch. in-8°.

Notice sur la navigation transatlantique des paquebots interocéaniques; par F.-A.-E. Keller. Paris, 1859; 1 vol. in-8°.

Du rôle des animalcules dans les altérations des fruits, des tubercules de la pomme de terre, des truffes, des feuilles des végétaux, etc.; par V. Chatel. Paris, 1859; 1/2 feuille in-8°.

Mémoires de la Société des antiquaires de Picardie. IIme série. Tome VI. Amiens, 1859; 1 vol. in-8°.

Mémoires de la Société des sciences naturelles de Strasbourg. Tome 1. Strasbourg, 1858; 2 vol. in-4°.

Le Capitole et la salle des illustres; petit guide historique à l'usage des visiteurs; par Marcel-Briol. Toulouse, 1858; 1 broch. in-8°.

Mémoires de l'Institut national génevois. Tome V. Genève, 1858; 1 vol. in-4°.

Mémoires de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève. Tome XIV, 2me partie. Genève, 1858; 1 vol in-4°.

Verhandlungen der Kaiserlichen Leopoldinisch-Carolinischen Akademie der Naturforscher. Vol. XXVI. Pars 2. Breslau-Bonn, 1858; 1 vol. in-8°.

Concours de l'Académie impériale Léopoldo-Caroline des naturalistes de Breslau, proposé par le prince Anatole de Demidoff, membre de l'Académie, sous le surnom de Franklin, à l'occasion du jour de naissance de S. M. l'impératrice mère Alexandra de Russie, le 13 juillet (n. st.) 1859. Florence, 1858; 1 broch. in-4°.

Die entomologische Sektion der schlesischen Gesellschaft für vaterlandische Kultur in ihrem funfzigjähren Bestehen. Breslau, 1859; 1 broch. in-8°.

Die Fortschritte der Physik im Jahre 1856. XII Jahrgang. Berlin, 1858; 1 vol. in-8.

Statistique et statisticiens en Belgique; par Charles Grün (Extrait de la 25me livraison de *Unsere Zeit.* Encyclopédie moderne). Leipzig, 1859; 1 broch. in-8° (en allemand).

Koeniglich bayerischen Akademie der Wissenschaften : — Abhandlungen der mathemat.-physikalischen Classe. VIII^ten^ Bandes, 2^te^ Abtheilung; — *Abhandlungen der philosoph.-philologischen Classe.* VIII^ten^ Bandes, 3^te^ Abtheilung; — *Gelehrte Anzeigen.* 47^ster^ Band; — *Ueber Johannes Müller;* festrede von D^r^ Th. E.-W. Bischoff. Munich, 1858; 3 vol. et 1 broch. in-4°.

Annales de l'Observatoire physique central de Russie; publiées par A. T. Kupffer. Année 1855. N^os^ 1 et 2. Saint-Pétersbourg, 1857; 2 vol. in-4°.

Procès-verbaux des assemblées générales du 8 *octobre et du* 5 *novembre* 1858 *de la Société impériale géographique de Russie.* Saint-Pétersbourg, 1858; in-8°.

Rendiconti delle adunanze della r. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze. Triennio III. Anno 2. Octobre à décembre. Florence, 1858; 3 broch. in-8°.

Continuazione degli atti della r. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze. Nuova serie. Volume V. Florence, 1858; in-8°.

Correspondenza scientifica in Roma. Anno V^to^. N^os^ 33 à 48. Rome, 1859; 8 feuilles in-4°.

Atti dell' imp. reg. Istituto veneto di science, lettere ed arti. Serie terza. Tomo IV^to^. Disp. 4. Venise, 1858-59; 1 broch. in-8°.

The quarterly Journal of the chemical Society. N° XLIV. Londres, 1859; 1 broch. in-8°.

The american Journal of science and arts. Vol. XXVII. N° 79. New-Haven, 1859; 1 broch. in-8°.

Circular to the patrons of the bowditch library, with the documents on the occasion of its being presented to the public library of the city of Boston, August 28, 1858. Boston, 1858; 1 broch. in-8°.

BULLETIN

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES,

DES

LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE.

1859. — N° 4.

CLASSE DES SCIENCES.

Séance du 9 avril 1859.

M. Melsens, directeur.
M. Ad. Quetelet, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. d'Omalius d'Halloy, Sauveur, Timmermans, Wesmael, Martens, Cantraine, Kickx, Stas, De Koninck, Van Beneden, A. De Vaux, de Selys-Longchamps, le vicomte B. Du Bus, Gluge, Nerenburger, Melsens, Liagre, Duprez, Brasseur, Poelman, *membres;* Schwann, Lacordaire, Lamarle, *associés;* E. Quetelet, d'Udekem, *correspondants.*

CORRESPONDANCE.

L'Association pour l'avancement des sciences en Angleterre fait connaître que sa vingt-neuvième réunion aura lieu cette année à Aberdeen, sous la présidence de Son Altesse Royale le prince Albert.

— La Société impériale des naturalistes de Moscou, l'Académie royale des sciences de Bavière et l'Institut génevois remercient l'Académie pour l'envoi de ses dernières publications.

— M. Ad. Quetelet présente, en même temps que les observations météorologiques de Bruxelles, celles faites à Namur, pendant l'année 1858, par M. le professeur Maas, du collége de la Paix. Il dépose également les observations botaniques, réunies par M. le professeur Émile Rodigas à Lierre, ainsi que les observations faites le 21 mars dernier à Bruxelles, par lui-même, à Liége et à Stavelot par M. Dewalque, correspondant de l'Académie, à Spa par M. Masson, régent de l'École moyenne, et à Melle près de Gand, par M. le professeur Bernardin.

M. Ed. de Selys-Longchamps présente, de son côté, les observations sur les plantes et les animaux qu'il a relevées le 21 mars à Waremme avec M. Ghaye, commissaire voyer. Il accompagne sa communication d'une note de M. le baron de Scehdever sur les migrations des oiseaux aux environs de Voznesensk (gouvernement de Kherson, Russie méridionale).

— M. le professeur Maas, en transmettant ses observations faites à Namur, communique également la hauteur barométrique extraordinaire observée dans cette ville le 9 janvier dernier ($774^{m}27$, à 9 h. du soir) (1), et signale une nouvelle onde atmosphérique remarquable par son ampleur. Voici les nombres correspondants recueillis à Namur et à l'Observatoire de Bruxelles.

DATES ET HEURES.	Baromètre corrigé.	Différence.	Durée de la période.	Direction du vent.
Namur.				
	mm	mm		
27 mars, à midi.	754,08	−20,94	69 h.	OS.-SO.-N.
30 » à 9^{h} mat.	733,14			
1^{r} avril, à 9 soir.	761,85	+28,71	48 h.	NO., puis S., à 3 heures.
Bruxelles.				
27 mars, à 11 mat.	757,76	−22,06	67 h.	OSO.
30 » à 6 mat.	735,70			
1^{r} avril, à 10 mat.	765,94	+30,24	52 h.	OSO.-NO.-NNE.-NO., puis SSO. à 2 heures du soir.

— M. J.-J. d'Omalius d'Halloy, membre de l'Académie, présente un exemplaire de la quatrième édition de son ouvrage : *Des races humaines ou éléments d'ethnographie;* et M. Dewalque, correspondant, fait parvenir un *Examen de l'eau acidule ferrugineuse de Blanchimont,* près de Stavelot. — Remercîments.

---

(1) Voyez les observations correspondantes de Bruxelles, Gand et Stavelot, dans le *Bulletin* de février dernier, page 159.

— M. le secrétaire perpétuel dépose les deux ouvrages manuscrits suivants :

1° *Sixième notice sur quelques cryptogames inédites ou nouvelles pour la flore belge*, par G.-D. Westendorp, médecin de bataillon de première classe.

2° *Notes sur quelques plantes rares ou critique de la Belgique ;* par M. F. Crépin, de Rochefort. (Commissaires : MM. Spring, Kickx et Martens.)

RAPPORTS.

Sur une maladie des plantes crucifères, agricoles et horticoles; par M. Phocas Lejeune, directeur de l'École d'agriculture de Thourout.

Rapport de M. Kickx.

« La maladie observée par M. Lejeune sur plusieurs crucifères agricoles, et particulièrement sur le navet, nous semble ne pas être sans rapports avec celle dont feu notre collègue, M. Morren, entretint la classe en 1852. (Voir *Bull.*, tom. XIX, 1^{re} part., pag. 36.) Cependant l'auteur de la notice que nous avons été chargé d'examiner, ne mentionne pas expressément la transformation du tubercule en prolongement noueux (1), transformation qui n'a lieu peut-être que dans la dernière période du mal.

---

(1) M. Lejeune m'a informé depuis qu'il a aussi reconnu ce fait, mais qu'il n'est pas constant. (*Note ajoutée pendant l'impression.*)

Quoi qu'il en soit, l'une et l'autre de ces maladies exercent des dégâts également considérables et toutes deux sont attribuées à la larve d'un diptère qui est, au moins dans le cas cité par M. Lejeune, celle de l'*Anthomya brassicae*, Bouch. Il ne sera pas hors de propos de rappeler, à cette occasion, que la larve d'un autre diptère décrit par Fabricius, sous le nom de *Musca napobrassicae* (et qui pourrait bien appartenir au même genre) a été anciennement indiquée par les auteurs de l'*Encyclopédie méthodique* comme détruisant les choux-raves; renseignement dont nous sommes redevables à l'obligeance de M. le docteur Van Bambeke, entomologiste distingué.

Les faits communiqués par M. le directeur de l'École d'agriculture de Thourout ont aussi été constatés aux environs de Gand, et entre autres sur le territoire de la commune d'Oostacker. Le navet-betterave, qui n'est, selon nous, qu'un rutabaga résistant mieux aux ravages de la larve, y est cultivé sur une grande échelle. On l'y obtient par le procédé indiqué dans la notice. Néanmoins, la préservation ne s'étend guère au delà de trois ou quatre années, après lesquelles il faut recourir de nouveau à la betterave.

On peut se demander comment agit ici la betterave et pourquoi le navet ainsi obtenu n'est pas attaqué par la larve qui détruit le navet ordinaire. En attendant que les expériences annoncées par M. Lejeune, dans le but de résoudre ce problème, aient été instituées, nous croyons pouvoir nous former à cet égard une opinion assez plausible.

Le mode d'influence qu'exerce la betterave sur la graine de navet qu'on y a placée ne saurait être douteux. La racine étrangère devient le sol dans lequel s'accomplit la germination, et ce même sol continue à nourrir aussi la jeune plante pendant son développement progressif. Or, la betterave renferme, comme tout le monde le sait, une grande proportion de principe sucré, principe que l'on retrouve en quantité variable dans la séve des plantes en général. La graine et la plantule du navet puisent donc dans ce sol factice un aliment approprié, préparé d'avance. D'ailleurs, la décomposition de la betterave qui se joint à celle des engrais vient encore augmenter en même temps les conditions d'une végétation vigoureuse. La plante obtenue servira, par conséquent, mieux que toute autre, de porte-graine et deviendra en quelque sorte chef de race, transmettant par le semis, à ses descendants, ses qualités individuelles.

Pourquoi les graines de ce navet-betterave produisent-elles des navets qui sont plus à l'abri des atteintes de la larve? Nourri par la betterave, le navet a perdu partiellement l'odeur et la saveur qui lui sont propres. Ce n'est plus une crucifère pur sang, si nous pouvons employer cette expression; c'est un végétal dont la nature est plus ou moins altérée et qui ne renferme plus exclusivement ses sucs primitifs. La larve n'y retrouve pas sa plante de prédilection : elle l'épargne et cherche un autre aliment. Mais successivement après quelques années, le navet ainsi modifié retourne vers son type : ses organes creux regorgent de nouveau des produits exclusifs de son élaboration normale : la crucifère reparaît pure de tout mélange, de toute influence étrangère, et les dégâts recommencent, à moins qu'on ne recoure itérativement à la betterave préservatrice.

Il résulte de ce qui précède que le navet-betterave ne constitue pas même une variété dans le sens botanique du mot, et qu'en remplaçant la betterave par d'autres plantes à racines succulentes et charnues, on modifierait le navet de différentes manières, comme il serait facile de le prouver par des analyses chimiques comparatives.

En adressant sa note à l'Académie, M. Lejeune a eu pour but moins d'examiner les questions théoriques soulevées dans ce rapport que de faire connaître un mode de culture aussi curieux que peu répandu, essayé en premier lieu, paraît-il, dans nos Flandres. Il a voulu surtout signaler toute l'étendue des ravages de l'anthomye et la nécessité de chercher à mettre les récoltes à l'abri du fléau. Nous avons l'honneur de proposer à la classe de s'associer à cette intention en votant l'impression de la notice dans ses *Bulletins.* »

Ce rapport, auquel a adhéré M. C. Wesmael, second commissaire, est adopté par la classe.

Recherches sur la capillarité; par M. E. Bède.

Rapport de M. Plateau.

« Ce travail comprendra plusieurs parties; l'auteur soumet actuellement la première et la deuxième au jugement de l'Académie. Dans la première, il trace une histoire rapide des essais tentés avant Laplace pour appliquer la théorie aux phénomènes capillaires, puis il résume avec plus de détails les théories principales, savoir celles de Laplace, de Gauss et de Poisson. Il discute les idées nouvelles avancées par ce dernier géomètre, et termine par l'examen et la comparaison des principes généraux des théories ci-dessus.

Cette première partie étant presque toute de calcul, j'en laisse l'appréciation à mon honorable confrère, M. Lamarle, et je passe à la deuxième.

Après avoir appelé l'attention sur les incertitudes qui règnent encore aujourd'hui à l'égard de la vérification expérimentale des lois théoriques de la capillarité, et sur les difficultés de ce genre de recherches, l'auteur fait connaître les procédés qu'il a employés pour déterminer avec exactitude le rayon du tube au point où s'arrête la colonne liquide, et pour mesurer la quantité de l'ascension ou de la dépression. Ces procédés sont ingénieux, mais leur description tiendrait ici trop de place.

Dans la partie actuelle de son travail, l'auteur s'occupe spécialement des phénomènes de dépression.

Il avait été conduit, par des expériences antérieures (1), à admettre que l'épaisseur des parois des tubes exerce une influence sur la hauteur de la colonne soulevée ou déprimée; une nouvelle série d'expériences, faites sur le mercure, viennent confirmer cette singulière conclusion.

M. Bède, pour expliquer le fait dont il s'agit, avait émis, dans son précédent travail, la conjecture que l'activité sensible de l'attraction moléculaire pourrait bien s'étendre à une distance beaucoup plus grande qu'on ne le croit; il abandonne aujourd'hui cette opinion, et en prouve même l'inadmissibilité par une expérience directe : il mesure la dépression du mercure dans des tubes à parois extrêmement minces, puis la mesure de nouveau après avoir entouré ces tubes de mercure, et il constate que la présence de cette matière dense à l'extérieur des parois n'a aucune influence sur la quantité de la dépression. Après la publication du premier mémoire de M. Bède, M. Soret avait essayé de rendre raison de l'influence de l'épaisseur des parois en supposant que, dans l'acte de leur fabrication, les tubes épais se refroidissant plus lentement que les tubes minces, il en résulte une différence de trempe, différence qui peut en occasionner une dans l'état moléculaire des surfaces intérieures respectives de ces deux sortes de tubes. Dans le travail actuel, M. Bède soumet cette hypothèse à l'épreuve de l'expérence, et la trouve parfaitement confirmée : il a pris deux tubes dont les parois avaient respectivement $5^{mm},1$ et $4^{mm},2$ d'épaisseur; il a partagé chacun d'eux en deux parties, dont il a chauffé l'une jusqu'à ce que le verre commençât à se ramollir, puis il a fait refroidir rapidement dans l'air ces dernières portions; enfin il a comparé, au point de vue de la dépression du mercure, chacune des portions ainsi chauffées et rapidement refroidies à la portion correspondante laissée dans son état primitif, et il a trouvé que, dans les premières, la dépression était ramenée sensiblement à ce qu'elle serait dans des tubes à parois très-minces et de mêmes diamètres intérieurs.

---

(1). Voir le travail précédent de M. Bède, dans le tom. XXV des *Mémoires couronnés et des savants étrangers de l'Académie royale de Belgique.*

Il explique par ces différences dans l'état moléculaire de la surface intérieure des tubes, les variations de l'angle de contact du mercure et du verre reconnues par M. Bravais dans les tubes barométriques.

Il fait remarquer en outre que l'on peut attribuer à ces mêmes différences les inégalités observées dans la loi du rapport inverse de la dépression du mercure au diamètre du tube, et il décrit une série d'expériences faites avec des tubes bien identiques quant à la nature de leurs surfaces intérieures, expériences dans lesquelles la loi en question est satisfaite d'une manière assez exacte depuis un diamètre intérieur de $0^{mm},22$ jusqu'à un diamètre de $1^{mm},70$.

Cependant cette exactitude n'est pas telle que l'on ne reconnaisse la présence d'une autre cause perturbatrice, qu'il serait nécessaire d'éliminer pour obtenir un accord parfait avec la théorie. Or une autre expérience de M. Bède met en évidence une semblable cause et montre qu'elle doit exercer une influence très-notable sur les phénomènes. Voici cette expérience : l'auteur a construit, avec tout le soin possible, deux thermomètres d'environ 80 centimètres de hauteur, parfaitement purgés d'air; il en a plongé les réservoirs dans une cuvette pleine de mercure, puis il a brisé ceux-ci sous le liquide; ces thermomètres se trouvaient ainsi transformés en baromètres, dans lesquels les hauteurs des colonnes ne devaient, abstraction faite de toute cause étrangère, différer de la hauteur d'un baromètre ordinaire plongé dans la même cuvette que par la dépression capillaire. Mais ce procédé n'a donné aucun résultat : on obtenait à peu près telle dépression que l'on voulait, car, lorsque l'équilibre semblait établi, on pouvait soulever les tubes ou les enfoncer davantage dans la cuvette sans que le haut des colonnes de mercure se déplaçât par rapport à eux. L'auteur remarque que ce fait est probablement dû à la puissance du frottement entre le mercure et le verre, frottement qui s'exerce ici sur une grande longueur.

La chose paraît incontestable, et l'on doit en conclure que, dans les observations ordinaires de dépression, le frottement contre les parois intérieures du tube est l'une des causes principales des écarts que l'on constate. M. Bède a essayé, mais sans succès, d'en atténuer l'influence par des secousses données aux appareils ; il faut donc chercher un autre moyen, et le suivant, que je me hasarde à proposer, offre, je crois, beaucoup de chances de réussite. M. Bède observe les dépressions dans des siphons renversés dont l'une des branches verticales est capillaire et l'autre très-large. Or supposons qu'au lieu d'opérer ainsi, on emploie le procédé également connu qui consiste à plonger partiellement un tube capillaire dans un vase cylindrique en verre plein de mercure, et à tenir le tube en contact avec la paroi intérieure du vase, de manière à pouvoir distinguer le phénomène à travers cette paroi ; mais supposons, en outre, que, dans chaque expérience, on arrête la descente du tube dans le mercure du vase lorsque la colonne qui pénètre dans ce tube a atteint seulement deux à trois millimètres de hauteur ; il est clair que, sur une si petite étendue, le frottement n'aura qu'une influence très-faible ; on peut donc espérer qu'alors, en joignant à ce procédé les autres précautions indiquées par M. Bède, on parviendra à une série de résultats bien réguliers et bien d'accord avec la loi théorique. M. Bède, à qui j'ai communiqué cette idée, a témoigné l'intention de la soumettre à l'épreuve de l'expérience.

Après avoir étudié la dépression du mercure dans les tubes étroits, l'auteur passe aux tubes larges. Il décrit un procédé électrique d'une sensibilité extrême, à l'aide duquel il a pu mesurer les dépressions dans ces derniers tubes avec une exactitude presque mathématique ; il relie par une courbe les valeurs données dans la table de Laplace, et la comparaison de ses propres résultats avec cette courbe le conduit à cette conclusion que les dépressions calculées par Laplace sont à très-peu près celles qui ont lieu réellement dans des tubes de cristal, et qu'elles sont notablement supérieures à celles qui se produisent dans des tubes de verre.

Il cherche alors à vérifier par l'expérience cette loi générale trouvée par Laplace, que, dans des tubes cylindriques d'un diamètre quelconque, le volume déprimé est proportionnel au contour de la section intérieure du tube, et ses résultats confirment la loi dont il s'agit aussi bien que le permettent les procédés dont on peut disposer : dans le cas des tubes capillaires, il avait trouvé, pour le double du rapport du volume déprimé au contour, le nombre 4,815; avec des tubes dont les diamètres s'étendent de 5^{mm} à 18^{mm}, il obtient, comme moyenne de quatre expériences notablement concordantes, le nombre 5,076.

M. Bertrand, dans son travail sur les phénomènes capillaires, avait posé le théorème suivant : si un tube capillaire est plongé dans un liquide et que la colonne liquide soulevée soit séparée en plusieurs parties par des bulles d'air introduites artificiellement, la masse totale du liquide soulevé ne dépendra ni du nombre, ni du volume de ces bulles. M. Bède remarque que les calculs sur lesquels repose ce théorème peuvent s'appliquer également aux dépressions, en sorte que la loi serait également vraie pour ces dernières; mais, en soumettant la chose à l'expérience, il trouve que celle-ci ne vérifie aucunement la loi en question : les dépressions observées sont beaucoup plus fortes qu'elles ne le seraient d'après cette même loi.

Enfin M. Bède rapporte quelques expériences qu'il a faites sur les dépressions du plomb et de l'étain fondus. Les résultats présentent assez peu de régularité malgré toutes les précautions prises par l'auteur; cependant ils me paraissent étendre assez bien aux métaux fondus la loi théorique des dépressions.

On peut juger, par l'analyse précédente, que le mémoire actuel de M. Bède est plein d'intérêt, et contribue efficacement à éclaircir les difficultés de l'étude expérimentale des phénomènes capillaires ; il donne le droit d'espérer que les mémoires suivants du même auteur continueront à perfectionner cette étude. J'appuie donc de tout mon pouvoir l'insertion dans le recueil de l'Académie. »

M. Duprez, second commissaire, fait connaître qu'il a examiné, conjointement avec M. Plateau, la deuxième partie du travail de M. Bède sur la capillarité, et qu'il adhère aux conclusions du rapport de son honorable confrère.

M. Lamarle, troisième commissaire, s'est plus spécialement chargé d'examiner la partie mathématique du travail de M. Bède, celle qui a pour objet principal d'exposer en les résumant les diverses théories qui ont été proposées pour l'explication des phénomènes capillaires. Selon lui, les détails donnés par l'auteur offrent un véritable intérêt. Peut-être aurait-il pu les resserrer davantage. Quoi qu'il en soit, dit-il, je me rallie sans réserve aux conclusions de MM. Plateau et Duprez.

Le travail de M. Bède sera inséré dans le recueil des Mémoires des savants étrangers.

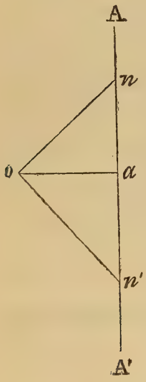
COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Théorie géométrique des centres et axes instantanés de rotation; par M. Lamarle, associé de l'Académie. (Suite.)

APPLICATIONS.

D'UNE DROITE QUI SE MEUT ET DONT TOUS LES POINTS ONT DES VITESSES PERPENDICULAIRES A SA DIRECTION.

33. Soit D une droite projetée en *o* sur un plan P perpendiculaire à sa direction. Par hypothèse, les vitesses des différents points de la droite D sont perpendiculaires à cette droite (*), et, par conséquent, parallèles au plan P. Il en résulte que si l'on transporte en *o* les vitesses de ces différents points, leurs extrémités viendront toutes aboutir à une même droite AA′ située dans le plan P. (*Théorème IV, Corollaire 6.*) Il en résulte aussi que les vitesses ainsi transportées seront les projections sur le plan P de ces mêmes vitesses considérées dans leurs vraies positions.



On sait que les vitesses des différents points de la droite D, lorsqu'on les prend dans leur vraie position, ont

---

(*) Lorsque la vitesse d'un point d'une droite est perpendiculaire à la direction de cette droite, il en est de même des vitesses simultanées de tous les autres points : c'est là une conséquence directe et immédiate du *Théorème IV*.

pour lieu de leurs extrémités une droite oblique sur la droite D (*Théorème IV*, *Corollaire 1*). Désignons par Δ cette deuxième droite, et observons qu'elle est située dans le plan mené par AA′ perpendiculairement au plan P.

De là résultent immédiatement les conséquences suivantes :

Il est un point de la droite D dont la vitesse représentée par la perpendiculaire *oa* abaissée de *o* sur AA′ est moindre que toutes les autres.

Ce point, dit *point central*, d'après M. Chasles, est situé sur la plus courte distance des droites D, Δ.

Soit *o* le point central ainsi déterminé. La droite *oa* suivant laquelle la vitesse du point *o* se dirige est dite *axe de symétrie*.

Étant donnés deux points quelconques pris sur la droite D et équidistants du point central, les vitesses de ces points ont même grandeur et elles sont dirigées symétriquement par rapport à la droite *oa*.

L'état de mouvement de la droite D résulte d'une translation suivant l'axe de symétrie, avec rotation autour de ce même axe.

Soit *on* la projection de la vitesse d'un point quelconque *m*, pris sur la droite D, à la distance *om* du point central, les vitesses de translation et de rotation de la droite D sont respectivement, l'une

$$u = oa,$$

l'autre

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \omega = \frac{an}{om}.$$

Soit α l'angle que la vitesse *on* fait avec l'axe de symétrie oa, il vient

$$om = \frac{an}{\omega} = \frac{u}{\omega}\,\text{tang}\,\alpha,$$

ou, désignant par μ le rapport $\frac{u}{\omega}$,

$$(2) \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad om = \mu\,\text{tang}\,\alpha.$$

Lorsqu'on fait varier dans un même rapport les vitesses de translation et de rotation de la droite D, les vitesses totales de ses différents points conservent leurs directions respectives. Le seul changement consiste en ce que la droite Δ se déplace le long de l'axe de symétrie en lui restant perpendiculaire. Dans ce déplacement, la droite Δ engendre un paraboloïde hyperbolique dont le sommet est en o.

Soient m, m' deux points conjugués pris sur la droite D, et tels que leurs vitesses respectives on, on' soient rectangulaires, on a

$$(3) \quad . \ . \ . \ . \ . \quad om = \frac{an,}{\omega} \qquad om' = \frac{an'}{\omega}$$

et, par suite,

$$(4) \ . \quad om \,.\, om' = \frac{an \,.\, an'}{\omega^2} = \frac{\overline{ao}^2}{\omega^2} = \left(\frac{u}{\omega}\right)^2 = \mu^2 = \text{const.}$$

On parvient au même résultat en partant de l'équation (2) et la combinant avec l'équation correspondante

$$(5) \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad om' = \mu \cot \alpha.$$

DES PLANS TANGENTS ET DES PLANS NORMAUX AUX SURFACES RÉGLÉES GAUCHES.

34. Soit une surface quelconque s, réglée et gauche. Il

est visible que, sans rien changer à ce qui précède (n° 33), on peut toujours considérer la droite D comme étant la génératrice de cette surface. Il s'ensuit que le plan *nom* touche en m la surface s et qu'en m' il lui est normal.

De là résulte une démonstration directe, la plus simple possible, de plusieurs théorèmes curieux, énoncés par M. Chasles, dans les termes suivants (*) :

1° *Un plan quelconque étant mené par une génératrice d'une surface gauche, la distance du point où il est tangent à la surface au point central* o, *relatif à la génératrice, est proportionnelle à la tangente trigonométrique de l'inclinaison de ce plan sur le plan tangent à la surface au point* o (**).

Ajoutons qu'en désignant par m le point de contact et par α l'inclinaison correspondante, on a, conformément à l'équation (2) du n° 33,

$$om = \mu \operatorname{tang} \alpha.$$

On voit ainsi ce qu'exprime la constante μ : c'est la distance du point central au point de la génératrice pour lequel le plan tangent fait un angle de 45 degrés avec le plan tangent au point central.

(*) Voir *Correspondance physique et mathématique*, t. XI, p. 49. *Mémoire sur les surfaces engendrées par une ligne droite.*

(**) On peut dire également ce qui suit :

Si l'on se meut sur la génératrice d'une surface gauche, en partant du point central, le plan tangent tourne autour de la génératrice dans un sens ou dans l'autre, suivant le sens ou l'on se meut.

Pour une même distance franchie de part et d'autre, le plan tangent tourne d'un même angle. A la limite, cet angle est droit.

2° *Le point central relatif à une génératrice d'une surface gauche est le sommet du paraboloïde formé par les normales à cette surface menées par les différents points de la génératrice.*

3° *Un plan quelconque étant mené par une génératrice d'une surface gauche, les deux points où ce plan est tangent et normal à la surface jouissent de cette propriété que leurs distances au point central de la génératrice ont leur produit constant.*

Ajoutons que ce produit est égal à μ^2, conformément à l'équation (4) du n° 33.

4° *Un plan quelconque mené par une génératrice d'une surface gauche est tangent à la surface en un point et lui est normal en un second point. Les distances de ces deux points au point central ont leur rapport précisément égal au carré de la tangente trigonométrique de l'inclinaison du plan sur le plan tangent au point central.*

La combinaison des équations (2) et (5) du n° 3 donnant

$$(6) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{om}{om'} = \operatorname{tang}^2 \alpha,$$

il est visible que cette dernière relation a pour traduction directe l'énoncé qui précède.

5° *Si autour d'une génératrice d'une surface gauche, on fait tourner deux plans faisant entre eux un demi-angle droit et qu'on mesure le segment compris entre les deux points où chaque plan est tangent et normal à la surface, la somme des valeurs inverses des carrés des deux segments sera constante.*

On a, d'après les relations (3) du n° 33,

$$(om + om')\,\omega = mm'\omega = an + an' = u\,[\mathrm{tang}\,\alpha\,\cot\alpha] = \frac{u}{\sin\alpha\cos\alpha}$$

et, par suite,

$$(7)\quad .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\quad \sin 2\alpha = \frac{2\mu}{mm'}.$$

S'agit-il ensuite d'un second plan, faisant avec le premier un demi-angle droit, si l'on désigne par p, p' les points conjugués où ce second plan touche la surface et lui est normal, il vient, d'après l'équation (7),

$$(8)\quad .\ .\ .\ .\ .\ .\quad \cos 2\alpha = \pm\frac{2\mu}{pp'}.$$

La combinaison des équations (7) et (8) donne immédiatement

$$\left(\frac{1}{mm'}\right)^2 + \left(\frac{1}{pp'}\right)^2 = \frac{1}{4\mu^2},$$

c'est-à-dire l'expression algébrique de la dernière proposition.

35. La considération des équations (3) conduit à d'autres conséquences : indiquons-en quelques-unes (*).

On a, comme ci-dessus,

$$(om - om')\omega = an - an' = u(\mathrm{tang}\,\alpha - \cot\alpha) = u\frac{\sin^2\alpha - \cos^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha} = -\frac{2u}{\mathrm{tang}\,2\alpha}.$$

(*) Lorsque deux surfaces gauches ont trois plans tangents communs le long d'une même génératrice, il en est de même pour tous les plans tangents, qui passent par cette génératrice. Cette proposition résulte des considérations précédentes. Elle se démontre aisément et sans calcul.

Eu égard aux équations (7) et (8), on a d'ailleurs,

$$\text{tang}\, 2\alpha = + \frac{pp'}{mm'}, \tag{9}$$

il vient donc, en substituant,

$$(om - om')\frac{pp'}{mm'} = \pm 2\frac{u}{\omega} = \mp 2\mu = \text{const.} \tag{10}$$

On a de même

$$(op' - op)\frac{mm'}{pp'} = \mp 2\mu. \tag{11}$$

Multipliant et divisant l'une par l'autre les équations (10) et (11), il vient, en premier lieu,

$$(om - om')(op' - op) = 4\mu^2 = \text{const.}, \tag{12}$$

et en second lieu

$$\left(\frac{mm'}{op'}\right)^2 \frac{om - om'}{op' - op} = 1. \tag{13}$$

Les équations (8) et (10) donnent

$$\frac{om - om'}{mm'} = \pm \frac{2\mu}{pp'} = \pm \cos 2\alpha. \tag{14}$$

Les équations (7) et (11) donnent de même

$$\frac{op' - op}{pp'} = \pm \sin 2\alpha. \tag{15}$$

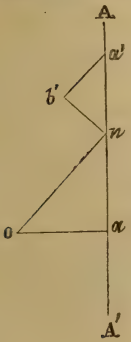
De là résulte

$$\left(\frac{om - om'}{om + om'}\right)^2 + \left[\frac{op - op'}{op + op'}\right]^2 = 1. \tag{16}$$

Ces diverses relations sont moins simples que les précédentes, énoncées par M. Chasles. Néanmoins, elles nous paraissent assez curieuses, notamment celles qui sont exprimées par les équations (12) et (16).

DE LA COURBURE DES SURFACES GAUCHES.

Sections principales et rayons de courbure principaux.



36. Considérons les deux sections normales faites par le point *m*, l'une suivant la génératrice *om*, l'autre perpendiculairement à cette même génératrice, et désignons celle-ci par N_m.

Considérons en même temps les *tangentes réciproques* correspondantes à ces deux sections. Celle de ces tangentes dont le point de contact glisse le long de la génératrice tourne autour de cette génératrice comme la droite *on* tourne autour du point *o* dans le plan P. Or, en désignant par *h* la distance *om* comprise entre le point *m* et le point central *o*, on a

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad an = h \,.\, \omega,$$

et dans cette équation, ω doit être considéré comme une quantité constante. De là résulte, en prenant égale à l'unité la vitesse du point *m* sur la génératrice *om*, et en représentant par *na'* la vitesse correspondante du point *n* sur AA':

$$na' = \omega \text{ (*)}.$$

(*) La constance du rapport

$$\frac{an}{h} = \frac{an}{om} = \omega$$

implique celle des vitesses respectives avec lesquelles les points *m* et *n* glissent simultanément, le point *m* sur *om*, le point *n* sur *an*.

Par les points n et a' menons les droites nb', $a'b'$, l'une perpendiculaire, l'autre parallèle à on. Il vient pour vitesse angulaire de la tangente réciproque considérée

$$\frac{nb'}{ob} = \frac{na' \cdot \cos\alpha}{on} = \frac{\omega \cos^2 \alpha}{u}.$$

Soit ε l'angle que fait avec la section N_m l'une des sections principales passant par le point m. La formule (7) du n° 26 donne :

$$\operatorname{tang} 2\varepsilon = \frac{2N_x}{W_x - W_l}.$$

Or, ici l'on a

$$N_x = \frac{\omega \cos^2 \alpha}{u}, \quad W_l = o, \quad W_x = \frac{1}{r},$$

r étant, pour le point m, le rayon de courbure de la section N_m.

Il vient donc en substituant

$$(2). \quad \ldots\ldots \quad \operatorname{tang} 2\varepsilon = 2\frac{\omega}{u} r \cos^2 \alpha.$$

Soient R, R' les deux rayons de courbure principaux, on a, conformément à l'équation (10) du n° 27,

$$\frac{1}{r} = \frac{\cos^2 \varepsilon}{R} + \frac{\sin^2 \varepsilon}{R'}$$
$$o = \frac{\sin^2 \varepsilon}{R} + \frac{\cos^2 \varepsilon}{R'},$$

et, par suite,

$$(3). \quad \ldots \quad R = r\,[1 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon] = 2r\,\frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\varepsilon} - 1}{\operatorname{tg}^2 2\varepsilon}$$

$$(4). \quad . \; . \; . \quad R' = r\,[1 - \cot^2 \varepsilon] = \frac{2r}{1 - \sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\, 2\varepsilon}}.$$

Tout est ainsi déterminé en fonction du rayon r de la section N_m.

37. Les équations (3) et (4), multipliées membre à membre, donnent

$$(5). \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad RR' = -\frac{4r^2}{\mathrm{tg}^2\, 2\varepsilon},$$

et, eu égard à l'équation (2),

$$(6). \quad . \; . \; . \; . \quad RR' = -\frac{u^2}{\omega^2 \cos^4 \alpha} = -\frac{\mu^2}{\cos^4 \alpha}.$$

On a d'ailleurs

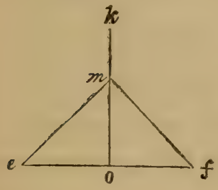
$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \mathrm{tang}^2\, \alpha = 1 + \left(\frac{an}{on}\right)^2 = \frac{\mu^2 + h^2}{\mu^2}.$$

Il vient donc aussi

$$(7) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad RR' = -\left(\frac{\mu^2 + h^2}{\mu}\right)^2,$$

ou, désignant par h' la distance μ comprise entre le point central o et le point de la génératrice om, où le plan tangent fait un angle de 45 degrés avec le plan tangent au point central,

$$(8) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad RR' = -\left(\frac{h^2 + h'^2}{h'}\right)^2.$$



Soit ok la génératrice et ef une perpendiculaire à cette génératrice menée par le point central o. Prenons oe égal à h', joignons le point e au point considéré m, et sur em élevons, en m, la perpendiculaire mf. On a ainsi

$$\overline{em}^2 = h^2 + h'^2 = h' . ef.$$

Il vient donc

$$ef = \frac{h^2 + h'^2}{h'},$$

et, par conséquent,

$$(9) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad RR' = -(ef)^2.$$

Les équations (8) et (9) expriment plusieurs propriétés curieuses des surfaces gauches. Ces propriétés peuvent s'énoncer de la manière suivante :

1° *Les rayons de courbure principaux en un point quelconque d'une surface gauche sont de signes contraires.*

2° *Le produit des rayons de courbure principaux est le même en deux points quelconques situés sur une même génératrice à égale distance du point central.*

3° *Le produit des rayons de courbure principaux au point central d'une génératrice quelconque est égal au carré de la distance comprise, sur cette génératrice, entre le point central et le point où le plan tangent fait un angle de 45° avec le plan tangent au point central.*

4° *Si l'on substitue au point central le point où le plan tangent fait un angle de 45° avec le plan tangent au point central, le produit des rayons de courbure principaux est quatre fois plus grand.*

5° *Le produit des rayons de courbure principaux en un point quelconque d'une surface gauche est égal au carré de l'hypothénuse du triangle rectangle ayant pour hauteur la distance du point donné au point central de la génératrice* *correspondante, et pour segment adjacent à cette hauteur la distance de ce même point central au point de la génératrice où le plan tangent fait un angle de 45° avec le plan tangent au point central.*

38. Soit m' le point de la génératrice où le plan tangent en m devient normal à la surface. De même que l'on a pour la section principale N_m

$$\operatorname{tang} 2\varepsilon = 2\frac{\omega}{u} r \cos^2 \alpha,$$

de même on a pour la section normale correspondante $N_{m'}$,

$$\operatorname{tang} 2\varepsilon' = 2\frac{\omega}{u} r' \sin^2 \alpha.$$

De là résulte, en premier lieu,

$$(10) \quad \ldots \quad \frac{tg\ 2\ \varepsilon}{r} + \frac{tg\ 2\ \varepsilon'}{r'} = 2\frac{\omega}{u} = \frac{2}{h'} = \text{const},$$

et, en second lieu,

$$(11) \quad \ldots \quad \frac{\operatorname{tg} 2\varepsilon'}{\operatorname{tg} 2\varepsilon} \cdot = \frac{r'}{r} \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{r'}{r} \cdot \frac{om}{om'},$$

ou, ce qui revient au même,

$$(12) \quad \ldots\ldots \quad \frac{om'}{r'} \operatorname{tg} 2\varepsilon' = \frac{om}{r} \operatorname{tg} 2\varepsilon.$$

La combinaison des équations (10) et (12) donne encore

$$\frac{mm'}{om'} \frac{\operatorname{tg} 2\varepsilon}{r} = \frac{2}{h'} = \text{const}.$$

Sans insister davantage sur ces diverses relations plus ou moins curieuses, proposons-nous maintenant de déterminer le rayon de courbure désigné ci-dessus par r. Il est visible que c'est à cette détermination que se trouve actuellement ramenée la solution complète de la question générale de la courbure en un point quelconque d'une surface réglée gauche.

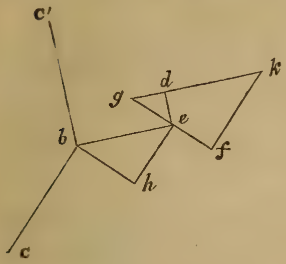
Détermination directe du rayon de courbure dans les sections normales perpendiculaires à la génératrice.

39. Considérons deux sections normales N_o, N_m, faites perpendiculairement à la génératrice D, l'une par le point central o, l'autre par un point quelconque m, situé sur cette même génératrice et projeté en o.

Le plan P passant par le point o se confond avec le plan de la section N_o. La génératrice, supposée mobile le long de cette section, détermine la section N_m par ses intersections successives avec le plan mené par le point m parallèlement au plan P. D'un autre côté, si l'on connaît la section N_o, et, pour chaque position de la génératrice, la projection de cette génératrice sur le plan P, ainsi que sa vitesse angulaire dans le plan projetant, le mouvement de la génératrice est complétement déterminé. On peut donc en déduire la section N ou, ce qui revient au même, sa projection sur le plan P de la section N_o.

En o et dans le plan P élevons sur oa une perpendiculaire oc. Lorsque la génératrice sort de la position om, sa projection sur le plan P tourne en général autour d'un point de la perpendiculaire oc. Soit c ce point et λ sa distance au point o, soit d'ailleurs c' la projection sur le plan P du centre de courbure qui correspond au point m dans la section N_m.

40. Cela posé, considérons en premier lieu le mouvement d'un point b assujetti à rester en même temps sur une droite mobile cb, et sur une courbe dont le centre de courbure est en c' pour la position actuelle du point b.



La perpendiculaire be élevée en b sur bc' fixe la direction actuelle de la vitesse du point b.

Soit γ la vitesse angulaire de la droite cb autour du point c où elle touche l'enveloppe de ses positions successives. Si l'on représente par bh la vitesse de circulation du point b par rapport à cb, on a d'abord

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad bh = \gamma \,.\, cb.$$

La droite bh étant perpendiculaire à cb, menons par le point h une parallèle à cb, et prolongeons cette parallèle jusqu'à sa rencontre en e avec la droite be. La vitesse totale du point b est be; si donc on désigne par β l'angle ebh, il il vient pour la vitesse de glissement du point b sur cb

$$(2) \quad . \quad . \quad . \quad he = bh \,.\, \text{tang}\, \beta = \gamma \,.\, cb \,.\, \text{tang}\, \beta.$$

Proposons-nous maintenant de déterminer la vitesse qui anime le point e, dans la déformation subie par le triangle beh, lorsqu'on passe de la position actuelle à la position immédiatement successive. Dans ce passage, la droite be tourne autour du point b avec une certaine vitesse w; la droite cb tourne autour du point c avec la vitesse γ supposée constante; les points b et c glissent sur cb, l'un avec la vitesse he, l'autre avec la vitesse $\gamma.\,\sigma.$, σ étant, pour le point c, le rayon de courbure de l'enveloppe des positions successions de la droite cb.

En désignant par r le rayon de courbure $c'b$, on a

$$w = \frac{be}{r} = \frac{bh}{r \cos \beta} = \frac{\gamma \, . \, cb}{r \cos \beta}.$$

Considéré comme restant sur la droite be, le point e a pour vitesse perpendiculaire à cette droite

$$(3) \quad . \quad . \quad . \quad ed = be \, . \, w = \frac{\overline{be}^2}{r} = \frac{\gamma^2 \cdot \overline{cb}^2}{r \cos^2 \beta}.$$

Considéré comme restant sur la droite he, qui se meut parallèlement à elle-même, tandis que le point h glisse sur bh et qui tourne en même temps autour de ce point avec la vitesse γ, le point e a pour vitesse perpendiculaire à he :

1° La vitesse du point h sur bh;

2° La vitesse de circulation due à la rotation γ autour du point h.

La première de ces deux vitesses se déduit de l'équation (1)

$$\frac{bh}{cb} = \gamma = \text{const.}$$

En effet, puisqu'il existe un rapport constant entre les longueurs bh et cb, le même rapport s'établit entre la vitesse du point h sur bh et celle qui, sur cb, anime le point b par rapport au point c. De la résulte pour la première des deux vitesses cherchées

$$\gamma(he - \gamma \, . \, \sigma) \; (*).$$

(*) Les vitesses he et $\gamma . \sigma$ sont supposées de même sens. Si elles étaient de sens contraire, c'est leur somme qu'il faudrait prendre au lieu de leur différence.

D'un autre côté l'expression de la seconde vitesse est évidemment $\gamma . he$. Il vient donc pour la vitesse totale ef qui anime le point e perpendiculairement à he,

$$(4)\quad ef = 2\gamma . he - \gamma^2 . \sigma = 2\gamma bh \operatorname{tang} \beta - \gamma^2 \sigma = \gamma^2 (2cb . \operatorname{tang} \beta - \sigma).$$

En d élevons sur de la perpendiculaire dk et en f sur ef la perpendiculaire fk. k étant le point de concours de ces deux perpendiculaires, il s'ensuit que la vitesse totale du point e est représentée en direction, sens et grandeur par la diagonale ek du quadrilatère $edkf$. Concluons que ses composantes, l'une normale, l'autre parallèle à cb, sont respectivement ef et fk. On a d'ailleurs, en prolongeant jusqu'à leur rencontre en g, les deux droites kd, fe,

$$fk = (eg + ef) \operatorname{tang} \beta = \left(\frac{ed}{\sin \beta} + ef\right) \operatorname{tang} \beta = \frac{ed}{\cos \beta} + ef . \operatorname{tang} \beta .,$$

ou, substituant à ed et ef leurs valeurs respectives,

$$(5)\quad . \; fk = \gamma^2 \left(2cb . \operatorname{tang}^2 \beta - \sigma . \operatorname{tang} \beta + \frac{\overline{cb}^2}{r \cos^3 \beta}\right).$$

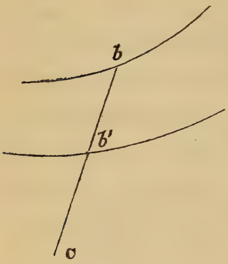
On observera que la quantité r doit être affectée du signe + ou du signe —, selon que les rotations w et γ sont de sens contraire ou de même sens.

La valeur que nous venons de trouver pour fk exprime la vitesse du point e suivant he, dans la déformation du triangle beh. S'agit-il ensuite de la vitesse que le point h a suivant eh, dans cette même déformation : elle dépend exclusivement de la rotation γ de la droite bh autour du point b. Il s'ensuit qu'elle a pour expression

$$\gamma . bh = \gamma^2 . cb.$$

Concluons que la vitesse (he) avec laquelle la grandeur *he* croît dans la déformation du triangle *beh* est exprimée de la manière suivante :

$$(6).\quad (\dot{he}) = \gamma^2\left(cb + 2cb\,.\,\mathrm{tang}^2\,\beta + \frac{\overline{cb}^2}{r\cos^3\beta} - \sigma\,\mathrm{tang}\,\beta\right).$$



41. Sans rien changer au mouvement de la droite *cb*, imaginons qu'elle rencontre à la fois deux courbes quelconques, l'une au point *b*, l'autre au point *b'*. En conservant pour la courbe rencontrée en *b* les notations précédentes et pour la courbe rencontrée en *b'* ces mêmes notations affectées d'un accent, on a

1° Pour la vitesse V avec laquelle croît la partie interceptée *bb'*

$$(7)\ .\quad V = he - h'e' = \gamma(cb\,.\,\mathrm{tang}\,\beta - cb'.\,\mathrm{tang}\,\beta');$$

2° Pour la vitesse $\dot{V}$ avec laquelle augmente la quantité V

$$(8)\ \dot{V} = (\dot{he}) - (\dot{h'e'}) = \gamma^2\left[cb - cb' + 2(cb\,\mathrm{tg}^2\beta - cb'\,\mathrm{tg}^2\beta') + \frac{\overline{cb}^2}{r\cos^3\beta} - \frac{\overline{cb'}^2}{r'\cos^3\beta'} - \sigma.(\mathrm{tg}\beta - \mathrm{tg}\beta')\right].$$

La section N_m étant projetée sur le plan P et le point *m* en *o*, les formules (7) et (8) s'appliquent au point *o* des deux courbes N_m, N_o, en posant pour la section N_m (*)

$$\beta = \alpha, \quad cb = \lambda,$$

(*) Ces mêmes formules s'appliquent d'une manière directe à la solution générale du problème suivant :

Étant données dans un même plan deux courbes LQ, L'Q' *et une droite* et pour la section N_o

$$\beta' = o. \quad cb' = \lambda, \quad r' = \rho.$$

De là résulte, ainsi que nous le savions déjà,

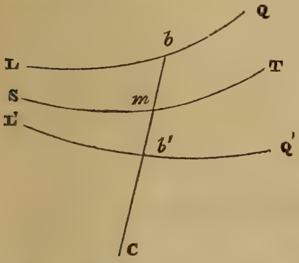
$$(9) \quad . \quad . \quad V = \gamma . \lambda \operatorname{tang} \alpha = u \operatorname{tang} \alpha = an,$$

et en outre

$$(10) \quad \dot{V} = \lambda^2 . \gamma^2 \left(\frac{2 \operatorname{tang}^2 \alpha}{\lambda} + \frac{1}{r \cos^3 \alpha} - \frac{1}{\rho} - \frac{\sigma \operatorname{tang} \alpha}{\lambda^2} \right).$$

---

mobile D, *soit* ST *le lieu des points qui divisent dans un même rapport constant les segments de la droite* D *interceptés entre les courbes* LQ, L′Q′. *Cela posé, on demande de déterminer pour une position quelconque* cb′b *de la droite* D, *la tangente et le rayon de courbure de la ligne* ST *au point* m *situé sur le segment* bb′.



Soit c le point où la droite $cb'b$ touche l'enveloppe de ses positions successives,

μ le rapport constant $mb' : bb'$,

β, β', η les compléments des angles sous lesquels la droite $cb'b$ coupe les courbes LQ, L′Q′, ST,

r, r', ρ les rayons de courbure de ces mêmes courbes aux points b, b', m,

$v,v,'u$ les vitesses de ces trois points sur la droite $cb'b$.

L'équation (2) donne

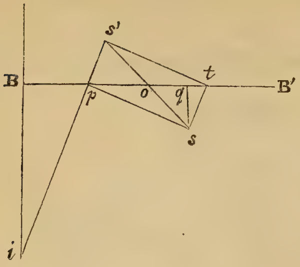
$$v = \gamma . cb . \operatorname{tang} \beta, \quad v' = \gamma . cb' . \operatorname{tang} \beta', \quad u = \gamma . cm \operatorname{tang} \eta.$$

L'équation (6) donne de même, en désignant par les mêmes lettres surchargées d'un point les vitesses simultanées des grandeurs v, v', u,

$$(1) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \dot{v} = \gamma^2 \left(cb + 2\, cb \operatorname{tang}^2 \beta + \frac{\overline{cb}^2}{r \cos^3 \beta} - \sigma \operatorname{tang} \beta \right)$$

$$(2) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \dot{v}' = \gamma^2 . \left(cb' + 2\, cb' \operatorname{tang}^2 \beta' + \frac{\overline{cb'}^2}{r' \cos^3 \beta'} - \sigma \operatorname{tang} \beta' \right)$$

42. Considérons, en second lieu, un point p assujetti à rester en même temps sur deux droites, l'une ip mobile autour du point i, l'autre BB′ supposée fixe.



Soit φ l'angle que la droite mobile, prise dans sa position actuelle ip, fait avec la perpendiculaire iB abaissée du point i sur BB′, et ω la

---

$$(3)\ \ldots\ldots\ \dot{u} = \gamma^2 \left(cm + 2\, cm \operatorname{tang}^2 \eta + \frac{\overline{cm}^2}{\rho \cos^3 \eta} - \sigma \operatorname{tang} \eta \right)$$

On a d'ailleurs

$$\frac{mb'}{bb'} = \text{const.} = \mu$$

et par suite,

$$\frac{u - v'}{v - v'} = \mu, \qquad \frac{\dot{u} - \dot{v}'}{\dot{v} - \dot{v}'} = \mu.$$

De là résulte, en substituant,

$$(4)\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ cm = \mu\, cb + (1 - \mu)\, cb'$$

$$(5)\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ cm \operatorname{tg} \eta = \mu\, cb \operatorname{tg} \beta + (1 - \mu)\, cb' \operatorname{tg} \beta'.$$

$$(6)\ cm \left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 \eta + \frac{cm}{\rho \cos^3 \eta} - \frac{\sigma \operatorname{tg} \eta}{cm}\right) = \mu\, cb \left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 \beta + \frac{cb}{r \cos^3 \beta} - \frac{\sigma \operatorname{tg} \beta}{cb}\right)$$
$$+ (1 - \mu) cb' \left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 \beta' + \frac{cb'}{r' \cos^3 \beta'} - \frac{\sigma \operatorname{tg} \beta'}{cb'}\right)$$

et ces trois dernières équations résolvent complétement la question proposée.

Dans le cas particulier où l'une des trois courbes LQ, L′Q′, ST, la courbe ST, par exemple, est elle-même le lieu des points c, on a

$$\sigma = \rho, \quad \eta = \frac{\pi}{2}, \quad cm = o, \quad cm \operatorname{tang} \eta = \rho, \quad \dot{u} = \gamma^2 \rho_1,,$$

vitesse angulaire de la droite *ip* autour du point *i*. Élevons en *p* sur *pi* une perpendiculaire *ps* égale à la vitesse de circulation du point *p* autour du point *i*, et par le point *s* menons la droite *st* parallèle à *pi*. On a d'abord, en désignant par *h* la hauteur B*i*,

$$ps = \omega \,.\, \dot{p}i = \frac{h \,.\, \omega}{\cos \varphi} \,.$$

Il vient ensuite, pour la vitesse *pt* du point *p* sur BB'',

---

ρ_1 étant le rayon de courbure qui correspond au point *c* dans la développée de la courbe ST.

L'identité qui s'établit, pour ce cas, entre les deux valeurs de u, exprimées l'une par $\gamma \,.\, \sigma = \gamma \,.\, \rho$, l'autre par $\gamma \,.\, cm \,.\, \mathrm{tang}\, \eta$, montre suffisamment que le produit $cm \,.\, \mathrm{tg}\, \eta$ devient égal à ρ. Il en résulte d'une manière générale

$$\frac{u}{\rho} = \gamma . = \text{const},$$

et, par conséquent,

$$\frac{\dot{u}}{\dot{\rho}} = \gamma.$$

$\dot{\rho}$ étant la vitesse avec laquelle ρ varie dans le passage de la position considérée à la position suivante.

On a d'ailleurs

$$\rho_1 = \frac{\dot{\rho}}{\gamma}.$$

Il vient donc, en conséquence,

$$\dot{u} = \gamma^2 \,.\, \rho_1 .$$

Si l'on opérait sur la valeur générale donnée plus haut pour u et qu'on y changeât le signe de ρ, conformément à la remarque du n° 40, on trouverait que cette valeur se réduit à zéro. On se rend compte de cette apparente contradiction, en observant que si les quantités cm et η sont constantes,

$$(11) \quad \ldots\ldots \quad pt = \frac{ps}{\cos\varphi} = \frac{h\,.\,\omega}{\cos^2\varphi}.$$

Soit q le pied de la perpendiculaire abaissée du point s sur pt, on a évidemment

$$pq = pt\,.\,\cos^2\varphi.$$

Il vient donc en substituant

$$(12). \quad \ldots\ldots \quad h\,.\,\omega = pq.$$

---

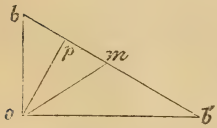
l'une étant toujours nulle, l'autre toujours égale à $\frac{\pi}{2}$, le produit $cm\,.\,\mathrm{tg}\,\gamma$ peut néanmoins demeurer variable.

Cela posé, au lieu des équations (4), (5), (6), l'on a, pour le cas dont il s'agit,

$$(7) \quad \ldots\ldots \quad \rho = \mu\,.\,mb\,.\,(\mathrm{tang}\,\beta + \mathrm{tang}\,\beta'),$$

$$(8) \quad \rho_1 = \mu\,.\,mb\left[2(1+\mathrm{tg}^2\beta+\mathrm{tg}^2\beta') + \frac{mb}{r\cos^5\beta} + \frac{mb'}{r\cos^5\beta} - \rho\left(\frac{\mathrm{tg}\,\beta}{mb} + \frac{\mathrm{tg}\,\beta}{mb'}\right)\right].$$

Le système des équations (4), (5), (6) comporte, ainsi que celui des équations (7) et (8), un grand nombre d'applications diverses. Soit, par exemple, o le centre commun de trois ellipses semblables E, E′, e, ayant toutes trois leurs axes principaux dirigés suivant les droites ob, ob'.



m étant un point de l'ellipse e et bmb' la tangente en ce point, soit b l'un des sommets de l'ellipse E et b' l'un des sommets de l'ellipse E′. La considération de l'hyperboloïde à une nappe sur lequel sont situées les deux ellipses projetées en E, E′, et qui a pour ligne de gorge l'ellipse e, fait voir immédiatement que l'on peut assimiler les ellipses E, E′, aux courbes LQ, L′Q′ et l'ellipse e à la courbe ST devenue le lieu des points c. Il suit de là que l'équation (7) est immédiatement applicable, ρ étant, pour le point m, le rayon de courbure de l'ellipse e, μ le rapport $\frac{mb'}{bb'}$, β l'angle obb' et β' l'angle $ob'b$.

Dans cet exemple, les angles β, β' sont compléments l'un de l'autre. L'équation (7) donne, en conséquence, Désignons par U et par $\dot{\omega}$ les vitesses avec lesquelles les grandeurs pq et ω varient dans le passage d'une position à la position immédiatement successive. Puisque ces grandeurs conservent entre elles un rapport constant, ce même rapport s'établit entre les vitesses U et $\dot{\omega}$. On a donc, comme conséquence de l'équation (12),

$$h \,.\, \dot{\omega} = \mathrm{U}.$$

---

(9) . . . . $\rho = \dfrac{mb \,.\, mb'}{bb' \sin \beta \cos \beta}$.

Projetons le rayon ρ sur l'un des deux axes, et cette même projection sur la tangente bmb'. La seconde projection étant exprimée par le produit

$$\rho \sin \beta \,.\, \cos \beta.$$

On voit qu'elle est précisément égale à la quantité

$$\frac{mb \,.\, mb'}{bb'},$$

c'est-à-dire au produit des segments de la tangente divisé par la somme de ces mêmes segments. Ce résultat nous paraît curieux. On voit d'ailleurs qu'il est tout à fait général, l'ellipse e pouvant être quelconque, et le point m pris comme on veut sur cette même ellipse.

Soit op la perpendiculaire abaissée du centre o sur la tangente bb'. On a

$$op = ob \,.\, \sin \beta = bb' \sin \beta \cos \beta.$$

Il vient donc aussi

$$\rho = \frac{mb \,.\, mb'}{op}.$$

Ce qui montre que le rayon de courbure ρ a pour expression le produit des segments de la tangente divisé par la perpendiculaire abaissée du centre sur la tangente.

Dans le cercle, le produit des segments de la tangente est égal au carré du rayon. Dans l'ellipse, le carré du rayon est remplacé par deux facteurs dont l'un est le rayon de courbure, l'autre la perpendiculaire abaissée du centre sur la tangente.

La vitesse U est celle du point q sur BB′. Elle résulte de la vitesse relative U′ avec laquelle le point t s'écarte du point p sur bb' et en outre de la vitesse ω avec laquelle les droites ps, ts tournent simultanément, l'une autour du point p, l'autre autour du point t.

La partie de la vitesse U qui correspond à la vitesse U′ est évidemment

$$U' . \cos^2 \varphi .$$

Celle qui correspond au déplacement du point s, par suite de la rotation simultanée de la droite ps autour du point p et de la droite ts autour du point t s'obtient de la manière suivante:

Soit ss' la diagonale du rectangle construit sur les côtés ps, st. La vitesse du point s est perpendiculaire à ss' et représentée en grandeur par le produit $ss' . \omega$. On voit d'ailleurs aisément que la droite BB′ coupe en son milieu la diagonale ss'. Il suit de là que la partie de la vitesse U qu'il s'agit ici de déterminer a pour expression

$$2sq . \omega = 2 . so . \omega . \sin 2\varphi = pt . \omega . \sin 2\varphi .$$

De là résulte, en général,

$$(13) . \quad . \quad . \; h . \dot{\omega} = U = U' \cos^2 \varphi - pt . \omega . \sin 2\varphi .$$

Dans le cas particulier où la position initiale de la droite mobile est iB, l'angle φ étant nul, l'équation (11) devient

$$(14) . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad h . \omega = pt$$

et l'équation (9) se réduit à

$$(15) . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad h . \dot{\omega} = U' .$$

Cela posé, il est aisé de voir comment les formules (10) et (11) s'appliquent au déplacement de la génératrice D au sortir de la position *om*. Il suffit pour cela que h exprime la distance *om*, et ω la vitesse angulaire de la génératrice dans le plan projetant, mentionné plus haut, n° 36. La conséquence est que la vitesse *pt* se confond avec la vitesse *an* et la vitesse U' avec celle que nous avons désignée ci-dessus par la lettre $\dot{V}$. On a donc, d'une part,

$$(16). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \; h\omega = an = u \operatorname{tang} \alpha,$$

u étant la vitesse du point central, et d'autre part,

$$(17). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \dot{V} = h\dot{\omega} = \frac{\dot{\omega}}{\omega} u \operatorname{tang} \alpha.$$

43. Égalons entre elles les valeurs fournies pour $\dot{V}$ par les équations (10) et (11) des n^os^ 40 et 42. On trouve ainsi

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega} u \operatorname{tang} \alpha = \lambda^2 \gamma^2 \left(\frac{2 \operatorname{tang}^2 \alpha}{\lambda} + \frac{1}{r \cos^3 \alpha} - \frac{1}{\rho} - \frac{\sigma \operatorname{tang} \alpha}{\lambda^2} \right).$$

On a d'ailleurs

$$u = \lambda . \gamma .$$

Il vient donc en substituant

$$(18). \; \frac{1}{r \cos^3 \alpha} - \frac{1}{\rho} = \frac{\dot{\omega} \operatorname{tang} \alpha}{\omega . u} - \frac{2 \operatorname{tang}^2 \alpha}{\lambda} + \frac{\sigma \operatorname{tang} \alpha}{\lambda^2}.$$

Cette dernière équation résout la question générale de la courbure d'une surface quelconque gauche pour tous les points situés le long d'une même génératrice.

Soit m' un second point pris sur la génératrice *om*; $N_m{}'$

la section faite par le point m' perpendiculairement à cette génératrice, r' et α' les valeurs correspondantes des quantités désignées ci-dessus par r et α; on a, comme tout à l'heure,

$$(19).\quad \frac{1}{r'\cos^3\alpha'} - \frac{1}{\rho} = \frac{\dot{\omega}\,\mathrm{tang}\,\alpha'}{\omega u} - \frac{2\,\mathrm{tang}^2\,\alpha'}{\lambda} + \frac{\sigma\,\mathrm{tang}\,\alpha'}{\lambda^2}.$$

La combinaison des équations (18) et (19) fournit les relations suivantes :

$$(20).\quad \frac{1}{r\cos^3\alpha} - \frac{1}{r'\cos^3\alpha'} = (\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}\,\alpha')\left[\frac{\dot{\omega}}{\omega u} + \frac{\sigma}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda}(\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}\,\alpha')\right].$$

$$(21).\quad \frac{\mathrm{tg}\,\alpha'}{r\cos^3\alpha} - \frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{r'\cos^3\alpha'} = (\mathrm{tg}\,\alpha' - \mathrm{tg}\,\alpha)\left[\frac{1}{\rho} + \frac{2\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha'}{\lambda}\right]^{(*)}.$$

Supposons les points m, m' pris à égale distance du point central o. On a alors $\alpha' = -\alpha$, et, par suite

$$(22).\quad .\ .\ .\ \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = 2\left(\frac{\dot{\omega}}{\omega u} + \frac{\sigma}{\lambda^2}\right)\sin\alpha\cos^2\alpha.$$

Si l'on remplace α par $\frac{\pi}{2} - \alpha$ et qu'on désigne par r_1, r'_1 les rayons de courbure qui se substituent, en ce cas, aux

---

(*) L'équation (21) revient à

$$\frac{1}{r'\sin\alpha'\cos^2\alpha'} - \frac{1}{r\sin\alpha\cos^2\alpha} = \sin(\alpha - \alpha')\left(\frac{1}{\rho\sin\alpha\sin\alpha'} + \frac{2}{\lambda\cos\alpha\cos\alpha'}\right)$$

ou bien encore à

$$\frac{\sin 2\alpha}{r'\cos\alpha'} - \frac{\sin 2\alpha'}{r\cos\alpha} = 2\sin(\alpha - \alpha')\left(\frac{\cos\alpha\cos\alpha'}{\rho} + 2\,\frac{\sin\alpha\sin\alpha'}{\lambda}\right)$$

rayons r, r', l'équation (22) devient

$$(23). \quad \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r'_1} = 2\left(\frac{\dot{\omega}}{\omega u} + \frac{\sigma}{\lambda^2}\right) \cos\alpha \sin^2\alpha.$$

La combinaison des équations 22 et 23 donne, en conséquence,

$$(24). \quad \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r'_1} = \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) \operatorname{tang}\alpha.$$

DE LA COURBURE DES SURFACES DÉVELOPPABLES.

44. S'agit-il d'abord des surfaces cylindriques? Il est visible que la section désignée par N_m est une section principale, et que cette section demeure invariable pour tous les points d'une même génératrice. Ici donc, aucune difficulté.

S'agit-il ensuite d'une surface quelconque développable et non cylindrique? On peut en général la considérer comme le lieu des tangentes à son arête de rebroussement et partir des données suivantes qu'il suffit d'énoncer :

La vitesse du point central est nulle. Celles des autres points d'une même génératrice sont toutes normales à cette génératrice et situées dans un même plan.

Le plan tangent en un point d'une génératrice est tangent en tous les points de cette même génératrice. Il est le plan osculateur de l'arête de rebroussement au point central.

L'arête de rebroussement est le lieu des points centraux.

La normale a même direction pour tous les points d'une même génératrice. Dans toute section normale faite perpendiculairement à la génératrice, la rotation de la tangente est précisément celle du plan tangent ou, ce qui revient au même, celle de la normale. Il est entendu qu'il s'agit exclusivement de la rotation de la tangente au sortir du point *m*, où cette tangente est en même temps perpendiculaire à la normale et à la génératrice.

On peut dire d'une ligne quelconque à double courbure, qu'elle est l'arête de rebroussement du lieu de ses tangentes. Tout plan tangent à ce lieu touche la ligne donnée en un certain point. Il est, pour ce point, le plan osculateur de cette ligne.

Les sections normales principales sont dirigées pour chaque point, l'une suivant la génératrice passant par ce point, l'autre perpendiculairement à cette même génératrice. Pour le reconnaître, il suffit d'observer que, dans son déplacement le long d'une même génératrice, la normale conserve une direction constante.

Cela posé, soit *om* une génératrice quelconque ayant son point central en *o*, ω la vitesse angulaire de cette génératrice autour du point *o*, *v* la vitesse du point *m* résultant de cette rotation, *h* la distance *om* : on a

$$(1). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad v = \omega h$$

Soit *w* la vitesse angulaire du plan osculateur correspondante à la vitesse ω et R le rayon de courbure de la section normale faite en *m* perpendiculairement à *om*, on peut écrire immédiatement

$$(2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \mathrm{R} = \frac{v}{w} = \frac{\omega}{w} h = \frac{\rho}{\sigma} h, \quad (^*)$$

(*) Dans le cas des surfaces coniques, l'arête de rebroussement se réduit à

σ et ρ étant, pour le point o de l'arête de rebroussement, les rayons de 1^{re} et 2^{me} courbure.

L'équation (2) montre que, le long d'une même génératrice, le rayon R croît proportionnellement à la distance comprise entre le point central et le point considéré. Elle suffit, d'ailleurs, pour résoudre complétement la question proposée.

Si l'on pose $h = \sigma$, il en résulte

$$R = \rho \tag{3}$$

De là cet énoncé :

Soit A *une ligne quelconque à double courbure;* s *la surface développable déterminée par les tangentes à la ligne* A; o *un point de cette ligne,* om *la tangente passant par ce point;* N_m *la section normale faite dans la surface* s, *par le point* m *et perpendiculairement à la droite* om. *Cela posé, si la distance* om *est égale au rayon de première courbure de la ligne* A, *au point* o, *l'égalité subsiste entre la deuxième courbure de la ligne* A, *en ce même point, et celle de la section* N_m *au point* m.

DÉTERMINATION DES SURFACES RÉGLÉES A COURBURE MOYENNE CONSTANTE.

45. Proposons-nous de déterminer parmi les surfaces

---

un point, et l'on doit s'en tenir à la formule

$$R = \frac{\omega}{w} h,$$

ω et w étant les vitesses simultanées avec lesquelles la génératrice tourne autour du sommet, et le plan tangent autour de la génératrice.

réglées celles dont la courbure moyenne est constante. Ce problème a été résolu par M. Catalan, au moyen de l'analyse différentielle (*), pour le cas d'une courbure moyenne nulle. Ici nous allons le résoudre d'une manière générale et par la voie purement géométrique.

Soit D la génératrice d'une surface réglée; m un point de cette génératrice : N_m la section normale faite en ce point perpendiculairement à la génératrice D; r le rayon de courbure de la section N_m au point m.

On sait qu'en chaque point d'une surface, la somme inverse des rayons de courbure de deux sections normales rectangulaires est constante (voir au besoin n° 27). Cette somme inverse est ce qu'on nomme la courbure moyenne au point considéré.

Dans une surface réglée, l'une des sections normales étant N_m, pour le point m, la section normale rectangulaire, conjuguée avec N_m, est la génératrice passant par le point m. Il en résulte que la condition à remplir pour que la courbure moyenne soit constante en tous les points d'une surface réglée se réduit à

$$\frac{1}{r} = \text{const.}$$

Considérons d'abord les surfaces développables. Elles sont ou non cylindriques. Dans le 1^er^ cas, le rayon r demeurant invariable pour tous les points d'une même génératrice, la condition à remplir consiste en ce que ce rayon ne change point d'une génératrice à une autre. La conséquence est que *le cylindre droit à base circu-*

(*) Voir *Journal de Liouville*. Année 1842, tome VII, page 205.

laire est la seule surface cylindrique à courbure moyenne constante.

Dans le second cas, la formule (2) du n° 44 donne pour expression générale de la courbure moyenne

$$\frac{1}{R} = \frac{\sigma}{\rho} \cdot \frac{1}{h} = \frac{w}{\omega}\,\frac{1}{h} \quad (^*).$$

Il s'ensuit que cette courbure varie incessamment d'un point à un autre d'une même génératrice, et, conséquemment, que *parmi les surfaces développables non cylindriques, il n'en est aucune dont la courbure moyenne soit constante.*

Considérons ensuite les surfaces gauches. Les équations 18 et 22 du n° 43 donnent pour ce cas

$$(1) \quad . \quad \frac{1}{r\cos^3\alpha} - \frac{1}{\rho} = \left(\frac{\dot{\omega}}{\omega u} + \frac{\sigma}{\lambda^2}\right)\operatorname{tang}\alpha - \frac{2\operatorname{tang}^2\alpha}{\lambda}$$

$$(2) \quad . \quad . \quad \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = \left(\frac{\dot{\omega}.}{\omega u} + \frac{\sigma}{\lambda^2}\right)\sin\alpha\cos^2\alpha,$$

et il faut que ces équations satisfassent à la condition générale

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r'} = \frac{1}{\rho} = \text{const}.$$

(*) L'équation

$$\frac{1}{R} = \text{const}$$

serait satisfaite, si l'on avait $\rho = \infty$, ou, ce qui revient au même, $w = o$. De là résulte

$$\frac{1}{R} = \text{const} = o,$$

et la surface se réduit à un plan.

La surface étant gauche, α doit demeurer variable d'un point à un autre d'une même génératrice. On peut donc écarter la solution $\alpha = o$, qui ramène au cas du cylindre droit à base circulaire, et la solution $\alpha = \frac{\pi}{2}$, qui correspond au plan. On ne peut point d'ailleurs admettre pour ρ une valeur quelconque finie, vu que cette valeur subsistant la même pour r et r', il en résulterait qu'au lieu de rester variable, l'angle α serait déterminé. La seule solution possible est, en conséquence, celle qui correspond à une courbure moyenne nulle. Or, pour que l'on ait toujours et indépendamment de toute valeur attribuée à α,

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{r'} = o,$$

il faut nécessairement que l'on ait, d'une part,

$$(3) \ldots \ldots \quad \lambda = \infty,$$

ou, ce qui revient au même,

$$(4) \ldots \ldots \quad \gamma = o,$$

et, d'autre part,

$$(5) \ldots \ldots \quad \dot{\omega} = o.$$

Les équations (3) et (4) expriment que la génératrice sort de la position *om*, en restant perpendiculaire à la droite *oa*, combinée avec l'équation

$$\frac{1}{\rho} = o.$$

Elles montrent que le lieu des points centraux se confond en même temps avec la section N_0 et avec la droite *oa* suivant laquelle est dirigée la vitesse du point central *o*. Il suit de là que la surface correspondante doit être telle qu'elle admette pour directrice la droite *oa* et pour génératrice une droite assujettie à rester perpendiculaire à cette directrice.

L'équation (5) exprime que, dans son déplacement le long de la directrice, la génératrice tourne uniformément.

Cela posé, si l'on se reporte à la composition du terme représenté par *ef* dans l'équation (6) du n° 40, il est aisé de voir que cette composition implique, comme conséquence, l'invariabilité de la vitesse u, pour le cas particulier où la condition $\lambda = \infty$ réduit à zéro la vitesse γ. Il s'ensuit que la génératrice se déplace uniformément le long de la directrice, et, par conséquent, que *la surface correspondante est l'hélicoïde gauche à plan directeur.*

Pour plus de clarté, reprenons les calculs des n^{os} 40, 41, 43 et refaisons-les, dans l'hypothèse où la droite mobile *cb* se déplace parallèlement à elle-même. La quantité *bh* étant représentée par u et sa vitesse par $\dot{u}$, les équations (3), (6), (10), (18) deviennent respectivement :

L'équation (3), n° 40,

$$ed = \frac{u^2}{r \cos^3 \beta};$$

l'équation (6), n° 40,

$$ef = \dot{u};$$

l'équation (10), n° 41,

$$\dot{V} = u^2 \left(\frac{1}{r \cos^3 \alpha} - \frac{1}{\rho} + \frac{\dot{u}}{u^2} \right);$$

l'équation (18), nº 43,

$$\frac{1}{r\cos^3\alpha} - \frac{1}{\rho} = \left(\frac{\dot{\omega}}{\omega} - \frac{\dot{u}}{u}\right)\frac{\operatorname{tang}\alpha}{u}.$$

Il suit de là, toutes choses restant d'ailleurs les mêmes, que l'équation (5) du présent numéro doit être remplacée par l'équation suivante :

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega} - \frac{\dot{u}}{u} = o,$$

et l'on ne peut y satisfaire qu'en posant à la fois

$$\dot{\omega} = o, \quad \dot{u} = o$$

ou plus généralement

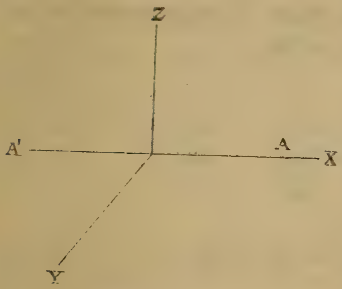
$$\frac{\dot{\omega}}{\dot{u}} = \frac{\omega}{u} = \text{const.}$$

Ces deux solutions sont d'ailleurs identiques. L'une comme l'autre donne le même résultat, consistant en ce que, *parmi les surfaces gauches, l'hélicoïde à plan directeur est la seule dont la courbure moyenne soit constante.*

Concluons que *les surfaces réglées à courbure moyenne constante sont exclusivement le plan, le cylindre droit à base circulaire, l'hélicoïde gauche à plan directeur.*

En présence d'un résultat si simple, obtenu, pensons-nous, pour la première fois et par voie purement géométrique, qu'il nous soit permis d'appeler l'attention des géomètres sur les ressources que peuvent leur offrir nos nouvelles méthodes.

DE LA COURBURE DE L'HYPERBOLOÏDE A UNE NAPPE.



46. Soit

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 + \frac{z^2}{c^2}$$

l'équation générale de l'hyperboloïde à une nappe rapporté à ses axes principaux.

Pour plus de simplicité, bornons-nous à chercher la courbure pour tous les points d'une même génératrice D passant par le sommet A de l'ellipse de gorge. Soient

$$x = a, \quad y = \frac{b}{c} z$$

les équations de cette génératrice. Considérée comme appartenant au premier système des génératrices rectilignes de l'hyperloïde, la droite D est parallèle à la génératrice D′ qui passe par l'extrémité A′ du diamètre $2a$ et qui appartient au second système.

De là résultent les conséquences suivantes :

La génératrice D′ *se projette tout entière en* A′ *sur le plan de la section normale* N_0 *faite en* A *perpendiculairement à la génératrice* D.

Les génératrices du 1^er^ *système rencontrant toutes la génératrice* D′, *leurs projections sur le plan de la section* N_0 *passent toutes par le point* A′.

Étant donnés deux points quelconques pris sur la droite D *équidistants du point* A, *les tangentes menées par ces points perpendiculairement à la droite* D *sont dirigées symétriquement par rapport à la tangente menée en* A *à la section* N_0. *Le point* A *est donc le point central de la droite* D. (Voir au besoin n° 33.)

Les formules (18) *et* (22) *du n°* 42 *s'appliquent au cas actuel en posant* $\sigma = o$, $\lambda = -2a$.

On a donc

$$(1) \quad \ldots \quad \frac{1}{r\cos^3\alpha} - \frac{1}{\rho} = \frac{\dot{\omega}\,\text{tang}\,\alpha}{\omega u} + \frac{\text{tang}^2\alpha}{a},$$

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = 2\frac{\dot{\omega}}{\omega u}\sin\alpha\cos^2\alpha.$$

Mais, d'un autre côté, il est évident que la courbure est la même en deux points quelconques pris à égale distance du point central A sur la génératrice D. Il vient donc aussi

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r'}.$$

De là résulte

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega u} = o,$$

et, par suite,

$$(3). \quad \ldots\ldots \quad \frac{1}{r\cos^3\alpha} = \frac{1}{\rho} + \frac{\text{tang}^2\alpha}{a}.$$

L'équation (3) résout la question proposée.

Soit h' la distance comprise entre le point central A et le point de la génératrice D, où le plan tangent à l'hyperboloïde fait un angle de 45 degrés avec le plan tangent au point central.

Soit h la distance comprise entre le point central A et un point quelconque m de la génératrice D.

r est le rayon de courbure de la section normale faite par le point m perpendiculairement à la génératrice D, ρ est pour le point A le rayon de courbure de la section N_0.

L'équation (2) du n° 33 donne

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{h}{h'}\cdot$$

Soient R,R′ les rayons de courbure des sections principales faites par le point A. L'une de ces sections étant l'ellipse de gorge

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

et l'autre, l'hyperbole

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

on a

$$R = \frac{b^2}{a}, \quad R' = \frac{c^2}{a}\cdot$$

L'équation 8 du n° (37) donne, en conséquence,

$$h' = \sqrt{RR'} = \frac{bc}{a}\cdot$$

On a d'ailleurs, en tenant compte de ce que les rayons de courbure principaux sont de signes contraires,

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = a\,\frac{b^2 - c^2}{b^2c^2} \quad (*).$$

De là résulte en substituant

$$\frac{1}{r} = \frac{abc\,(b^2 - c^2 + h^2)}{(b^2c^2 + a^2h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

L'équation (2) du n° 36 appliquée au point A donne

$$\tang 2\varepsilon = 2\,\frac{\rho}{h'} = 2\,\frac{bc}{c^2 - b^2};$$

on en déduit

$$\tang \varepsilon = \frac{b}{c}.$$

Ce qui vérifie la déduction, d'ailleurs évidente, consistant en ce que les sections principales au point A sont

---

(*) L'équation de l'hyperboloïde rapportée à trois axes rectangulaires, dont l'un est l'axe des x et un autre une parallèle à la droite D, devenant

$$\frac{x^2}{a^2} + y^2\,\frac{c^2 - b^2}{b^2 - c^2} = 1 - \frac{2\,zy}{bc},$$

donne pour équations de la section N_0

$$z = 0 \quad \text{et} \quad \frac{x^2}{a^2} + y^2 . \frac{c^2 - b^2}{b^2c^2} = 1.$$

On déduit de là

$$\rho = \frac{1}{a}\,\frac{b^2c^2}{c^2 - b^2}.$$

ce qui vérifie la valeur obtenue directement ci-dessus.

l'ellipse de gorge et la section hyperbolique faite par le plan des $x\ z$.

DES SURFACES RÉGLÉES ENGENDRÉES PAR UNE DROITE QUI S'APPUIE SUR TROIS DIRECTRICES RECTILIGNES.

47. Soit D la génératrice et Δ_1, Δ_2, Δ_3 les trois directrices données, si deux de ces directrices étaient dans un même plan, la surface se réduirait au système formé par ce plan et par un second plan contenant la 3^{me} directrice et le point de concours des deux premières. Ce cas pouvant être écarté, nous admettrons qu'aucun plan ne contient à la fois deux des trois directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3. La conséquence immédiate est que les droites qui représentent les diverses positions de la génératrice ne se rencontrent jamais.

Cela posé, deux cas restent possibles, selon que les directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3 sont ou non parallèles à un même plan.

PREMIER CAS.

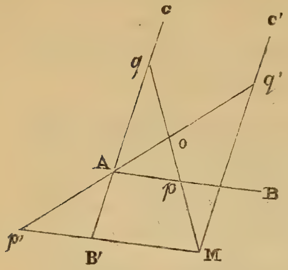
48. *Les directrices* Δ_1, Δ_2, Δ_3 *ne sont point parallèles à un même plan quelconque.*

Soit P un plan mené par Δ_1 parallèlement à Δ_2. La droite Δ_3 rencontre quelque part en M le plan P.

Prenons ce plan P pour plan de projection, et des droites parallèles à Δ_3 pour lignes projetantes.

Le point M étant la projection de la droite Δ_3, représentons par AB la droite Δ_1 et par AC la projection de la droite Δ_2 (*).

(*) Les droites AB, AC se coupent nécessairement. S'il en était autrement, les directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3 seraient parallèles au plan qui projette la droite Δ_2, ce qui est contraire à l'hypothèse où nous raisonnons.



Soit Mpq la projection d'une génératrice quelconque, cette projection passe nécessairement par le point M où la directrice Δ_3 se projette tout entière. La génératrice correspondante passe évidemment par le point p de la droite Δ_1 et par le point de la droite Δ_2 projeté en q sur AC.

Soit A' le point où un plan P' mené par Δ_2 parallèlement au plan P vient couper Δ_3.

Soit M' le point où le plan P' coupe la droite Δ'_3 menée par le point A parallèlement à Δ_3.

Désignons par h les longueurs égales MA', M'A.

Si nous menons par le point M une droite Δ_2' parallèle à Δ_2 et par le point A' une droite Δ_1' parallèle à Δ_1, il est visible qu'on peut énoncer les propositions suivantes :

1° *La droite* Δ_2' *se confond avec la droite* MC' *menée dans le plan* P *parallèlement à* AC.

2° *La droite* Δ_1' *a pour projection sur le plan* P *la droite* MB' *menée par le point* M *parallèlement à* AB.

3° *Les droites* Δ_1', Δ_2', Δ_3' *sont les positions limites de la génératrice* D.

4° *Le système des trois droites* Δ_1', Δ_2', Δ_3' *est symétrique à celui des trois directrices* Δ_1, Δ_2, Δ_3.

5° *Les considérations précédentes, applicables à la surface* s, *ayant* D *pour génératrice et* Δ_1, Δ_2, Δ_3 *pour directrices, s'appliquent également à la surface* s' *ayant pour génératrice la droite* D' *et pour directrices les droites* Δ_1', Δ_2', Δ_3'.

Cela posé, considérons deux positions quelconques, l'une de la génératrice D projetée en Mpq, l'autre de la génératrice D' projetée en p'Aq'.

Nous savons déjà que la génératrice D, projetée en Mpq, passe par le point p et par le point de la directrice Δ_2 projeté en q. Il en résulte qu'en désignant par z la distance du point o au point correspondant de la génératrice D, on a

$$(1) \quad \frac{z}{h} = \frac{po}{pq}.$$

La génératrice D', projetée en p'Aq', passe par le point q' de la droite MC' et par le point de la génératrice Δ_1' projeté en p'. Il en résulte qu'en désignant par z' la distance du point o au point correspondant de la génératrice D', on a

$$(2) \quad \frac{z'}{h} = \frac{q'o}{q'p'}.$$

Les triangles semblables Moq', Aoq donnent

$$(3) \quad \frac{\mathrm{M}o}{q'o} = \frac{qo}{\mathrm{A}o}.$$

Les triangles semblables Aop, Mop' donnent en même temps

$$(4) \quad \frac{p'o}{\mathrm{M}o} = \frac{\mathrm{A}o}{po}.$$

Multipliant membre à membre les équations (3) et (4), il vient

$$(5) \quad \frac{p'o}{q'o} = \frac{qo}{po},$$

et conséquemment

$$(6). \quad \frac{po}{pq} = \frac{q'o}{q'p'}.$$

De là résulte, eu égard aux équations (1) et (2),

$$z = z'.$$

Cette dernière équation implique les conséquences suivantes :

1° *Par chacun des points de la génératrice* D *passe une génératrice* D′ *et réciproquement.*

2° *La surface* s *est identique à la surface* s′.

3° *La surface* s *admet deux systèmes de génératrices rectilignes, les génératrices qui appartiennent à l'un de ces systèmes ne se rencontrant jamais, et rencontrant au contraire toutes les génératrices de l'autre système.*

4° *De même que les droites* Δ_3 *et* Δ'_3 *sont parallèles, de même à toute génératrice de l'un des deux systèmes correspond dans l'autre système une génératrice parallèle à la première.*

5° D_1' *étant une génératrice du système* D′, *si l'on projette sur un plan quelconque et par des droites parallèles à* D_1' *les génératrices du système* D, *les projections de ces génératrices passent toutes par un même point : ce point est celui où la génératrice* D_1' *perce le plan de projection.*

On sait et l'on peut d'ailleurs reconnaître aisément que la surface *s* est la surface du second degré connue sous le nom d'*hyperboloïde à une nappe*.

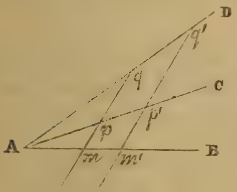
DEUXIÈME CAS.

49. *Les directrices* Δ_1, Δ_2, Δ_3 *sont parallèles à un même plan déterminé.*

Soit P le plan auquel les trois directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3 sont parallèles et D_1 une position quelconque déterminée de la génératrice D.

La droite D_1 ne peut être parallèle au plan P : elle le perce donc quelque part en A.

Prenons le plan P pour plan de projection, et des droites parallèles à D_1 pour lignes projetantes.



La droite D_1 se projetant tout entière en A, il s'ensuit que les projections des directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3 sont trois droites AB, AC, AD concourant en A.

Soient mpq, $m'p'q'$, etc., les projections de la génératrice D dans plusieurs positions différentes. Les directrices Δ_1, Δ_2, Δ_3 étant toutes trois parallèles au plan P, l'on a

$$\frac{mp}{pq} = \frac{m'p'}{p'q'} = \text{const.}$$

Il suit de là :

1° *Que les projections* mpq, $m'p'q'$, *etc., sont toutes parallèles ;*

2° *Que la génératrice* D *reste parallèle au plan déterminé par deux quelconques de ses positions ;*

3° *Que les intersections de la génératrice avec des plans quelconques parallèles au plan* P, *sont des droites dont les projections passent par le point* A ;

4° *Qu'il y a réciprocité complète entre le système des droites fournies par ces intersections, et le système des droites* D ;

5° *Que, sans rien changer à la surface engendrée, on peut* *prendre indifféremment pour directrices trois droites quelconques de l'un ou l'autre de ces deux systèmes.*

Concluons que la surface dont il s'agit admet deux systèmes de génératrices rectilignes, les génératrices qui appartiennent à l'un des deux systèmes étant toutes parallèles à un même plan, ne se rencontrant jamais, et rencontrant au contraire toutes les génératrices de l'autre système.

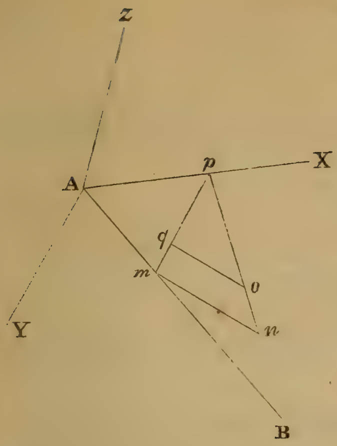
La surface ainsi déterminée est la surface du second ordre désignée sous le nom de *paraboloïde hyperbolique.* Elle reste la même lorsqu'on supprime une des trois directrices et qu'on la remplace par le plan directeur que déterminent deux positions quelconques de la génératrice.

RECHERCHE DU LIEU DES POINTS CENTRAUX DANS LE PARABOLOÏDE HYPERBOLIQUE.

50. Soient P et Q les plans directeurs qui correspondent respectivement à chacun des deux systèmes de génératrices rectilignes que comporte le paraboloïde hyperbolique considéré. Soit I l'intersection de ces plans, L et M deux droites perpendiculaires à cette intersection et situées l'une dans le plan P, l'autre dans le plan Q.

Parmi les génératrices du premier système, toutes parallèles au plan P, il en est une parallèle à L. Prenons-la pour directrice et en même temps pour axe des abscisses.

Parmi les génératrices du second système, toutes parallèles au plan Q, il en est une parallèle à M. Prenons-la pour axe des z; et comme elle rencontre quelque part en A l'axe des abscisses, choisissons ce point pour origine.



L'axe des y sera la droite menée par le point A parallèlement à I.

Soit encore AB la projection sur le plan des xy d'une génératrice Δ appartenant au second système, et prise pour directrice.

Cela posé, il est visible que le paraboloïde hyperbolique donné doit être considéré comme engendré par une droite qui se meut en restant parallèle au plan des zy et en s'appuyant à la fois, d'une part, sur l'axe des x, d'autre part, sur la directrice Δ parallèle au plan des xy et projetée en AB.

Désignons par β l'angle BAX, par γ l'angle ZAX, par h le z constant de la directrice A, et par x l'abscisse du point p.

La génératrice qui passe par le point p se projette dans le plan des xy suivant la droite mp parallèle à l'axe des y. Rabattue dans ce même plan, par rotation autour de la droite mp, elle prend la position pn, le triangle pmn étant rectangle en m, et le côté mn égal à h. Soit α l'angle mpn, v la vitesse du point p dans le passage d'une position à une autre, ω la vitesse angulaire correspondante de la génératrice pn dans le plan mpn, on a d'abord

$$\frac{mp}{x} = \operatorname{tang} \beta = \text{const.}$$

De là résulte :

1° Pour la vitesse du point m sur pm,

$$v \operatorname{tang} \beta;$$

2° Pour la vitesse de circulation du point n autour du point p, laquelle résulte de la précédente

$$v \operatorname{tang} \beta . \sin \alpha;$$

3° Pour la vitesse angulaire ω,

$$(1)\ \omega = \frac{v \operatorname{tang} \beta . \sin \alpha}{np} = \frac{v \operatorname{tang} \beta . \sin \alpha \cos \alpha}{mp} = \frac{v}{x} \sin \alpha \cos \alpha.$$

D'un autre côté, la vitesse de translation v, commune à tous les points du plan mpn, se décompose en deux vitesses, l'une, $v \sin \gamma$, perpendiculaire à ce plan, l'autre, $v \cos \gamma$, parallèle à l'axe des z, et dirigée en rabattement suivant mn. Celle-ci se décompose elle-même en deux autres, l'une dirigée suivant pn et dont il est permis de faire abstraction (*), l'autre perpendiculaire à pn et égale à

$$v \cos \gamma \cos \alpha.$$

La vitesse $v \cos \gamma \cos \alpha$ commune à tous les points de la génératrice pn étant de sens contraire à celle qui résulte de la rotation ω autour du point p, il s'ensuit qu'en désignant par o le point de cette génératrice où ces deux

---

(*) On peut, sans changer en rien la surface engendrée, communiquer à la génératrice une vitesse quelconque de glissement. Si cette vitesse est prise égale et contraire à celle dont nous disons qu'il est permis de faire abstraction, elle a simplement pour effet de détruire toute vitesse de glissement, et ainsi de réaliser la condition consistant en ce que les vitesses des différents points de la génératrice soient toutes perpendiculaires à sa direction.

vitesses s'entre-détruisent, on a nécessairement

$$po'.\,\omega = v \cos\gamma \cos\alpha,$$

et substituant

(2) . . . . $$po = \frac{x \cos\gamma}{\sin\alpha}.$$

La vitesse de translation $v \cos\gamma \cos\alpha$ se composant avec la rotation ω, de manière à ne laisser subsister que celle-ci transportée autour du point o, il est visible que dans la composition, pour chaque point de la génératrice pn, de la vitesse de circulation autour du point o avec la vitesse de translation $v \sin\gamma$ perpendiculaire au plan mpn, le point o est celui de tous ces points dont la vitesse est la moindre en grandeur.

Concluons que le point o déterminé par l'équation (2) est le point central de la génératrice pn.

Nous savons déjà que ce point a x pour abscisse : soient z et y ses deux autres coordonnées. Le triangle pqo, rectangle en q, donne

$$oq = z = po\,.\sin\alpha,$$
$$pq = y = po\,.\cos\alpha.$$

On a d'ailleurs

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{h}{mp} = \frac{h}{x\,\text{tang}\,\beta}.$$

De là résulte en substituant

(3) . . . . $$z = x \cos\gamma,$$

(4) . . . . $$y = \frac{x^2}{h} \cos\gamma\,.\,\text{tang}\,\beta.$$

Les équations (3) et (4) montrent qu'en général le lieu des points centraux du paraboloïde hyperbolique est une parabole. Dans le cas particulier où l'angle γ est droit, ce lieu se réduit à une droite, l'axe des x. Ce dernier résultat est de lui-même évident. Il s'applique au cas du paraboloïde hyperbolique mentionné n° 33.

L'équation générale du paraboloïde hyperbolique auquel s'appliquent les considérations précédentes est

(5) . . . . . . $zx \,.\, \text{tang}\, \beta = hy.$

Dans le cas du n° 33, elle se réduit simplement à

(6) . . . . $zx = h'y.$

On peut d'ailleurs lui conserver dans tous les cas possibles cette dernière forme. Il suffit pour cela de choisir la directrice Δ de manière à ce que sa projection AB fasse un angle de 45° avec l'axe des x. h' étant la valeur de h qui correspond à cette hypothèse et la valeur de tg β se réduisant à l'unité, on a généralement

(7) . . . . $zx = h'y,$

et pour le lieu des points centraux

(8) . . . . $z = x \cos\gamma,$

(9) . . . . $y = \dfrac{x^2}{h'} \cos\gamma.$

Veut-on appliquer ces résultats aux points centraux des génératrices du second système : tout se réduit à changer x en z et réciproquement. Les directrices sont alors l'axe des z et celle des génératrices du premier système pour laquelle l'angle α est précisément égal à 45°. De là résulte, pour l'abscisse correspondante à cette génératrice,

$$x = h'$$

de même que l'on a pour la génératrice Δ, satisfaisant, par hypothèse, à la condition de rendre l'angle θ égal à 45°,

$$z = h'.$$

Les mêmes considérations s'appliquent à l'hyperboloïde à une nappe, mais avec moins de simplicité.

OBSERVATION GÉNÉRALE RELATIVE A LA DÉTERMINATION DES POINTS CENTRAUX.

51. Soit D la génératrice d'une surface gauche et *o* le point central de cette génératrice. Ce point se distingue des autres par les propriétés suivantes, qui permettent, en certains cas, de reconnaître immédiatement la position qu'il occupe et, en général, de déterminer cette position soit par le calcul, soit par voie géométrique.

1° m_1, m_2 *étant deux points quelconques pris sur la droite* D, *à égale distance du point central, les tangentes menées par ces points perpendiculairement à la droite* D, *sont situées symétriquement par rapport à la tangente menée par le point* o *perpendiculairement à la même droite.*

2° *Tout plan mené par la droite* D *touche la surface en un point* m *et lui est normal en un point* m'. *Le produit des distances* om, om' *est constant.*

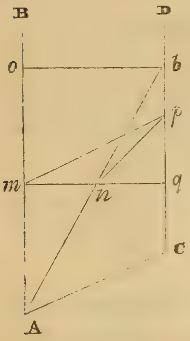
3° *Le point* o *est le point de la droite* D *pour lequel le produit des rayons de coubure principaux est un minimum. Ce produit minimum est égal au carré de la distance comprise entre le point* o *et le point de la droite* D, *où le plan tangent à la surface fait un angle de 45° avec le plan tangent au point* o.

4° *Lorsque la génératrice sort de la position qu'elle occupe en restant sur la surface, les vitesses de ses différents points croissent en grandeur à partir du point central. Il suit de là que le point central est celui dont la vitesse est la plus petite en grandeur absolue.*

5° *L'état de mouvement de la droite* D *est réductible, en général, à une rotation simple autour d'un axe instantané non glissant. La plus courte distance entre cet axe et la droite* D *coupe la droite* D *au point* o.

6° m, m' *étant deux points de la droite* D; v, v' *leurs vitesses;* mn, $m'n'$ *les composantes de ces vitesses perpendiculaires à la droite* D : *le point* o *est situé sur la plus courte distance de la droite* D *à la droite* nn'.

Pour compléter ces indications, nous ajouterons que, dans le plus grand nombre des cas, la détermination du point central se ramène à l'un ou l'autre des deux problèmes suivants, où la géométrie plane intervient seule pour fournir la solution cherchée.

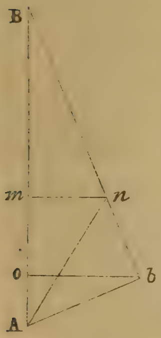


1^er^ Problème. — *La droite* D *étant animée de deux mouvements dirigés dans un même plan, l'un de translation, l'autre de rotation, déterminer le point de la droite* D *dont la vitesse est la moindre en grandeur absolue.*

Solution. — Représentons par AB la droite D; par A le point autour duquel s'accomplit la rotation de cette droite; par mn la vitesse résultant de cette rotation pour le point m; par AC la translation du point A, translation supposée commune à tous les points de la droite D.

Si, par le point C, nous menons la droite CD parallèle à AB et par le point m la droite mp parallèle à AC; p étant le point de rencontre des deux droites CD, mp, il est visible que la vitesse du point m est représentée en grandeur par np. Concluons : 1° *qu'elle ne peut être inférieure à la grandeur constante* pq *interceptée sur* cD *par les deux côtés de l'angle* pmq; 2° *que sa moindre valeur correspond au point* b, *où la droite* An *vient couper la droite* CD; 3° *que le point central* o *est le pied de la perpendiculaire abaissée du point* b *sur* AB.

2^{me} PROBLÈME. — A *et* B *étant deux points de la droite* D, *on suppose que cette droite tourne autour du point* B *et qu'en même temps ses différents points glissent sur elle avec des vitesses respectives, représentées pour chacun par sa distance au point* A. *Déterminer, parmi ces points mobiles avec et sur la droite* D, *celui dont la vitesse actuelle est la plus petite en grandeur.*



Solution. — Soit m un point quelconque pris sur la droite AB; mn la vitesse qui résulte pour ce point de la rotation autour du point B. Am étant, pour ce même point, la vitesse qui l'anime suivant BA, il est visible que la vitesse totale du point m est représentée en grandeur par la droite An.

Concluons : 1° *que la moindre grandeur de la vitesse* An *est la perpendiculaire* Ab *abaissée du point* A *sur la droit* Bn; 2° *que le point* o *cherché est le pied de la perpendiculaire abaissée du point* b *sur la droite* AB.

Sur l'intensité magnétique; par M. Hansteen. — Lettres adressées à M. Ad. Quetelet.

Christiania, le 4 mars 1859.

Après vous avoir envoyé ma dernière lettre concernant l'intensité magnétique dans les environs de Londres, j'ai tâché de trouver une formule qui pût représenter les intensités de Christiania, déduites de mes observations du temps T de 300 oscillations horizontales de mon cylindre entre les années 1820 et 1858, dans la supposition que son moment magnétique n'avait pas sensiblement changé par la haute température de 1826.

Il est clair que s'il n'existait aucune variation périodique de courte période, les intensités pourraient être représentées par la formule suivante :

$$H = H_0 + m(t - t_0) + n(t - t_0)^2,$$

où H_0 est la valeur de H, quand $t = t_0$; m et n sont des constantes. Si, aux valeurs observées de H, on ajoute les deux derniers termes, dépendant du temps t, pris avec un signe contraire, on les réduit toutes à l'époque t_0. S'il n'existe aucune variation périodique de courte période, et si les observations sont bonnes, ces valeurs seront toutes égales; dans le cas contraire, on trouvera plusieurs *maxima* et *minima*.

t	H	H′	H″	H-H″	
1820,71	1,5270	1,5264	1,5234	+ 36	
22,68	1,5278	1,5256	1,5261	+ 17	
23,54	1,5320	1,5290*	1,5267	+ 53	* *maximum.*
25,98	1,5256	1,5204	1,5266	— 10	
27,49	1,5222	1,5156	1,5268	— 46	
28,16	1,5181	1,5108*	1,5276	— 95	* *minimum.*
30,53	1,5249	1,5151	1,5312	— 63	
31,75	1,5307	1,5206	1,5338	— 31	
32,34	1,5329	1,5211	1,5352	— 23	
34,98	1,5382	1,5234*	1,5383	— 1	* *maximum.*
38,58	1,5467	1,5275	1,5393	+ 74	
39,48	1,5448	1,5245	1,5403	+ 44	
40,32	1,5426	1,5211*	1,5416	+ 10	* *minimum.*
41,55	1,5479	1,5248	1,5443	+ 36	
42,49	1,5480	1,5236	1,5467	+ 13	
43,26	1,5497	1,5243	1,5486	+ 11	
45,39	1,5533	1,5248*	1,5523	+ 10	* *maximum.*
46,08	1,5506	1,5211	1,5530	— 24	
50,31	1,5569	1,5209*	1,5559	+ 10	* *minimum.*
51,62	1,5600	1,5219	1,5584	+ 16	
54,48	1,5653	1,5225	1,5660	— 7	
55,56	1,5672	1,5236	1,5685	— 13	
56,67	1,5667	1,5201	1,5691	— 24	
57,45	1,5711	1,5232*	1,5713	— 2	* *maximum.*
58,38	1,5679	1,5183	1,5720	— 41	

Dans la table précédente, H est la valeur de l'intensité horizontale dans l'unité absolue de Gauss pour les différentes années t; elle est calculée, d'après les valeurs de T données dans ma dernière lettre, à l'aide de la formule pour le log. C. (*Astron. Nachr.*, n° 1012, page 73). Ces valeurs m'ont donné :

$$(A) \ldots H = 1{,}5219{,}3 + 7{,}902\,(t - 1820{,}0) + 0{,}1307\,(t - 1820{,}0)^2.$$

En ajoutant les valeurs des deux derniers termes pris en signe contraire aux valeurs *observées* de H, j'ai trouvé les valeurs H′ réduites à l'époque 1820,0. On remarque entre elles un *maximum* en 1823,5; 1835,0; 1845,4; et 1857,5; ce qui semble faire soupçonner une variation périodique de 11 ans avec une fraction en plus. Comme j'ai trouvé une variation périodique dans mes observations sur l'inclinaison depuis 1828, dont les *maxima* coïncident assez bien avec les *minima* des taches du soleil, déterminés par le professeur R. Wolf, j'ai adopté la période de 11 $\frac{1}{9}$ ans. Il faut donc encore ajouter à la formule (A) un terme de la forme :

$$(B). \; . \; . \; \alpha . \sin [\gamma + \beta (t - t_0)],$$

où α, γ et β sont des constantes qu'il faut déterminer. Mais en adoptant la période de 11 $\frac{1}{9}$ ans, la valeur de β est $= \frac{9}{100} . 360° = 32°4$. De cette manière, j'ai obtenu :

$$(C). \; . \; . \; 19{,}88 \sin [2° \, 21' + 32°, 4 \, (t - 1820{,}0)], \; (1)$$

Par la combinaison des deux formules (A) et (B), j'ai trouvé les valeurs H″.

On voit que le *maximum* observé dans la première période entre 1823 et 1835, est plus grand et le *minimum* plus petit que ceux calculés; dans les deux dernières périodes, les *minima* observés dépassent un peu les *minima* calculés, ce qui montre que la valeur de α (B) a été plus grande dans cette période que dans les suivantes. Il est vrai que ce résultat peut être en partie produit par un petit changement dans le moment magnétique du cylindre; mais je ferai remarquer que, dans mes calculs des variations périodiques de l'inclinaison à Christiania, j'ai trouvé la différence entre le *maximum* en 1828,3 et le *minimum* en 1832,5 = 7′,2; entre ce *minimum* et le *maximum* en 1840 = 6′,5; entre ce *maximum* et le *minimum* en 1845,5 = 6′,1; entre ce *minimum* et le *maximum* en 1850,7 = 5′,5; entre ce *maximum* et le *minimum* en 1856,5 = 2′,4 seulement. Il semble donc que la variation, dans les différentes périodes, est variable et qu'elle a diminué de 1828 jusqu'à 1858. Il serait intéressant de rechercher s'il y a eu une différence analogue dans le nombre des taches du soleil pendant les mêmes périodes.

---

(1) La plus grande variation est, par conséquent = 39,76.

Le terme (B) donne un *maximum* positif, quand la valeur entre parenthèses devient $= (n + \frac{1}{2})\pi$, et un *maximum* négatif quand elle est $= (n - \frac{1}{2})\pi$ pour toutes les valeurs paires de $n = 0, 2, 4$, etc. Pour $n = 0$, par exemple, on a :

$$t - 1820{,}0 = \frac{87^\circ{,}35}{32^\circ{,}4} = 2{,}7, \qquad t = 1822{,}7;$$

et, par conséquent, dans la période $11 \frac{1}{9}$ ans :

Pour l'intensité	*maxima*	1822,7;	1833,8;	1844,9;	1856,0;	
Les taches du ☉	*minima*	1822,2;	1833,3;	1844,5;	1855,6;	(R. Wolf.)
L'inclinaison	*minima*	1823,3;	1834,5;	1845,6;	1856,7.	

Il est assez remarquable que ces deux séries d'observations magnétiques, parfaitement indépendantes l'une de l'autre, aient donné des époques si peu différentes et si bien en harmonie avec celles des taches du soleil.

Quoiqu'on puisse avoir quelque doute sur la *grandeur* des ondulations de l'intensité horizontale, l'étendue de la période est exacte. Comme le *maximum* de l'inclinaison et le *minimum* de l'intensité arrivent chaque jour à 10 heures du matin environ, et que le *minimum* de l'inclinaison et le *maximum* de l'intensité se présentent une heure environ avant le coucher du soleil, on voit que la même règle existe pour les différentes années, c'est-à-dire qu'un *maximum* d'intensité est toujours combiné avec un *minimum* d'inclinaison, et *vice versa*. Cela est très-naturel. Si R désigne l'intensité totale dans la direction de l'aiguille d'inclinaison, H et V ses composantes horizontale et verticale, i l'inclinaison, on a :

$$H = R. \cos i, \qquad V = R. \sin i, \qquad \frac{V}{H} = \text{tang}\, i.$$

Si la variation de V est petite par rapport à celle de H, l'inclinaison doit croître quand H décroît, et *vice versa*.

Christiania, le 4 avril 1859.

Je reviens encore une fois à l'intensité horizontale à Bruxelles. Dans une lettre insérée au *Bulletin*, 2^{me} série, tome V, n° 11, j'ai éliminé vos deux premières déterminations en 1828 et 1829, parce qu'elles s'éloignaient trop de la régularité supposée. Mais, après avoir trouvé une ondulation périodique de 11 $\frac{1}{9}$ ans dans mes observations faites à Christiania de 1820 jusqu'en 1858, qui donnent un *minimum* en 1828, et voyant que les observations des environs de Londres indiquent aussi un *minimum* dans la même année, j'ai de nouveau recommencé le calcul, afin de vérifier si les 15 valeurs de l'intensité horizontale H, à Bruxelles, pourraient aussi indiquer une ondulation périodique de 11 $\frac{1}{9}$ ans.

Dans le *Magasin des sciences naturelles de Christiania* pour 1847, j'ai trouvé deux observations du feu professeur Langberg, à qui j'avais fourni un de mes appareils avec des tables nécessaires pour toutes les réductions. Pour pouvoir réduire les observations de ce savant à l'unité absolue de Gauss, on a observé le temps T de 300 oscillations du cylindre avant et après son voyage de Christiania, combiné avec une détermination par le magnétomètre. Comme HT^2 est une constante = C, lorsque le moment magnétique du cylindre est invariable, on a trouvé la valeur de log. C, laquelle avait changé si peu, qu'on pouvait avec sûreté l'interpoler dans les observations intermédiaires.

Pour les observations de M. Forbes (*Transact. of the roy. Soc. of Edinburgh*, vol. XIV, part. I, et vol. XV, part. I), j'ai trouvé la valeur de log. C pour 100 oscillations de son cylindre n° 1, en 1833 juin 11 = 5,04431, en 1835 juin 13 = 5,04481 par ses observations à Paris; et en 1837 juillet 1 = 5,04687 par ses observations à Gœttingue. J'ai aussi inséré une intensité à Bruxelles pour 1845,0; ce qui forme une valeur moyenne entre les observations de MM. Lamont et Ångström.

Dans la table suivante, H est l'intensité observée, pour laquelle j'ai trouvé la formule

$$\text{I.}\;.\;.\;H = 1{,}7105{,}9 + 51{,}221\,(t - 1828{,}0) - 0{,}80492\,(t - 1828{,}0)^2,$$

qui donne les différences Δ (observation-calcul). En ajoutant les deux derniers termes de la formule, pris en signe contraire aux intensités *observées* H, on obtient leur réduction à l'époque 1828,0 indiquée dans la colonne H′. Les valeurs semblent donner un *minimum* en 1828, un *maximum* entre 1832 et 1833, un *minimum* en 1839 et un *maximum* en 1856. Dans l'hypothèse d'une période de 11 $\frac{1}{9}$ ans, j'ai trouvé qu'il faut ajouter le terme

$$\text{II.}\;.\;.\;42{,}885\,\sin\,[32^\circ{,}4\,(t - 1828{,}0) - 43^\circ\;38']$$

à la formule I, pour mieux représenter les valeurs de H par H'' dans la dernière colonne. Δ' est $= H' - H''$.

NUMÉROS.	OBSERVATEURS.	t	H	Δ	H'	H''	Δ'
1	S. (*).	1828,50	1,7007	—101	1,7005	1,7087	— 82
2	A. Q.	1829,50	1,7165	— 16	1,7090	1,7110	— 20
3	A. Q.	1830,50	1,7403	+174	1,7280	1,7132	+148
4	N. et A. Q. . .	1831,50	1,7284	+ 9	1,7115	1,7146	— 31
5	R.	1832,22	1,7477	+169	1,7275	1,7149	+126
6	F.	1832,52	1,7324	+ 3	1,7109	1,7148	— 39
7	A. Q.	1833,50	1,7455	+ 92	1,7198	1,7136	+ 62
8	F.	1837,36	1,7432	— 82	1,7023	1,7064	— 41
9	B.	1838,50	1,7604	+ 49	1,7155	1,7068	+ 87
10	A. Q.	1839,45	1,7463	—124	1,6982	1,7083	—101
11	Lb.	1843,75	1,7667	— 50	1,7055	1,7147	— 92
12	Lb.	1844,41	1,7716	— 20	1,7086	1,7140	— 54
13	Lm. et Å. . . .	1845,00	1,7663	— 81	1,7025	1,7129	—104
14	M.	1854,19	1,7771	—124	1,6982	1,7149	—167
15	E. Q.	1856,67	1,8037	+124	1,7230	1,7117	+113

(*) S., Sabine; A. Q., Adolphe Quetelet; N., Nicollet; R., Rudberg; F., Forbes; B., Bache; Lb., Langberg; Lm., Lamont; Å., Ångström; M., Mahmoud; E. Q., Ernest Quetelet.

Le terme II donne un

Minimum pour $t = 1826,57$, 1837,68, 1848,79, 1859,80.
Maximum pour $t = 1821,01$, 1832,12, 1843,23, 1854,35.

Pour comparer les époques déduites des observations sur l'intensité horizontale et sur l'inclinaison, il faut comparer aussi les époques des *maxima* de l'intensité avec le *minimum* de l'inclinaison :

Maximum intensité . .	1822,7,	1833,8,	1844,9,	1856,0	Christiania.
Minimum inclinaison .	1823,3,	1834,5,	1845,6,	1856,7	
Maximum intensité . .	1821,0,	1832,1,	1843,2,	1854,3	Bruxelles.
Minimum taches du ☉	1822,2,	1833,3,	1844,5,	1855,6	R. Wolf.

Comme on le voit dans le tableau précédent, la marche des intensités H ou H′ est assez irrégulière; cela provient de ce que les observations sont faites par diverses personnes et avec des appareils différents, dont le moment magnétique des aiguilles peut avoir varié, principalement si elles ont été magnétisées peu avant le commencement du voyage. Le nombre des oscillations observées a beaucoup différé, et la précision des réductions pour la température et pour l'arc est généralement inconnue. M. Langberg a commencé avec un arc initial de 30°, et donne le temps T de 300 oscillations, mais il a continué jusqu'à la 390^{me}; ses réductions sont correctes. M. Forbes a commencé avec une élongation de 10°, et donne le temps T de 100 oscillations : ses réductions sont également correctes, et la petite variation du moment de son cylindre a été contrôlée. La réduction à l'unité de Gauss est fondée sur l'intensité de trois différents lieux, Christiania, Paris et Gœttingue, que je regardais comme connues en fonction du temps écoulé depuis une époque donnée. Le jour et l'heure de plusieurs observations sont inconnues, et l'intensité relative à Paris est donnée en trois décimales seulement.

Néanmoins les *maxima* de l'intensité, que j'ai obtenus, se rapprochent des époques déduites de mes observations à Christiania, et donnent, ce me semble, un certain poids à l'existence d'une ondulation périodique.

Magnétisme terrestre à Bruxelles.

M. Ernest Quetelet présente le résultat des observations magnétiques faites cette année dans le jardin de l'Observatoire. Ces observations se font annuellement vers l'équinoxe du printemps; elles embrassent déjà une période de 31 années.

Le nombre de déterminations cette fois est un peu plus considérable que précédemment. On va établir, à peu de distance du lieu d'observation, une machine à vapeur, et il importe de s'assurer si ce voisinage n'aura pas quelque influence sur la direction de l'aiguille.

Cinq observations de la déclinaison magnétique, faites le 1er et le 4 avril et réduites au 21 mars à midi, ont donné les valeurs :

	19°	29′	39″
	19	30	46
	19	31	19
	19	29	27
	19	33	6
MOYENNE. . . .	19	30	50

Quatre observations, faites le 21 et le 25 mars, ainsi que le 5 avril, donnent pour valeur de l'inclinaison :

	67°	31′,4′
	67	32,9
	67	30,7
	67	32,6
MOYENNE. . . .	67	31,9

Si on calcule l'inclinaison par la formule de M. Hansteen (voir *Bulletins de l'Académie*, année 1857, 2me série, p. 115), on trouve 67°31′,17.

Par conséquent, les observations de cette année donnent + $0',73$ pour correction à la valeur déduite de la formule.

Note sur deux oiseaux observés en Belgique; par M. de Selys Longchamps, membre de l'Académie.

Je me propose de présenter à l'Académie une notice détaillée, avec planches, pour faire connaître deux variétés bien singulières d'oiseaux, observées en Belgique, l'une à l'état sauvage, l'autre en domesticité.

Aujourd'hui je me borne à en fournir un court signalement.

1° BUTEO VARIEGATUS var.? *plumipes* (De Selys).

Cet oiseau, qui fait partie de ma collection, a été tué aux environs de Liége, en novembre 1858. C'est M. Miedel, conservateur du cabinet de l'université et naturaliste zélé, qui a remarqué le premier son caractère distinctif.

L'ensemble de l'exemplaire que j'ai sous les yeux est celui d'une Buse commune adulte; mais on voit avec surprise, que *toute la partie externe des tarses jusqu'au niveau du doigt postérieur, est revêtue de plumes fines*, analogues à ce qui existe chez la Buse.pattue (*Butes lagopus*); seulement, chez cette dernière, le devant des tarses est également emplumé.

Est-ce un hybride des deux espèces, est-ce une espèce étrangère égarée en Belgique, une race, ou bien une simple variété accidentelle? C'est ce que je me propose d'examiner dans la notice que j'annonce.

2° COLUMBA LIVIA (DOMESTICA) var. *didina* (De Selys.)

Le nom de *Pigeon dronte* convient parfaitement à cette aberration, d'autant mieux que l'opinion de Strickland, qui considère le Dronte comme une sorte de pigeon gigantesque brévipenne, me paraît la plus plausible.

Notre pigeon est né dans un colombier des environs de Waremme, qui ne renferme que des pigeons de champs de race ordinaire.

Il en diffère en ce que *les rémiges et les rectrices sont rudimentaires, presque nulles*, et que l'absence de queue, en rompant l'équilibre, lui fait prendre une station beaucoup plus droite qu'aux pigeons ordinaires. Les plumes du corps sont aussi plus courtes et en partie décomposées.

Depuis cinq ou six ans, il est né plusieurs exemplaires semblables dans le même pigeonnier. J'en ai observé cinq, dont quatre mâles.

Si l'on adopte les idées de Strickland sur la classification du *Didus*, notre pigeon imite le Dronte en miniature. Lorsque je le décrirai plus amplement, j'aurai occasion de revoir ce qui a été écrit sur le Dronte, depuis le travail capital du regrettable naturaliste anglais.

Description d'une monstruosité humaine amorphe; par MM. Gluge, membre, et d'Udekem, correspondant de l'Académie.

L'occasion d'observer chez l'homme la monstruosité que M. Isidore Geoffroy-Saint-Hilaire a désignée sous le nom de *monstres anidiens* et M. Gurlt sous celui d'*amorphus*, est assez rare, et la description en est restée incomplète.

Nous avons donc cru utile de communiquer à l'Académie un cas remarquable de monstruosité amorphe.

Dans cette forme, tout caractère de l'espèce disparaît; mais les détails que nous donnerons prouveront qu'on aurait tort de la comparer, comme un illustre savant, aux animaux inférieurs (1).

En effet, un organe reste et il est parfaitement développé : c'est la peau ! Tous les autres organes manquent ou sont restés à l'état rudimentaire. Ce qui est encore très-extraordinaire dans ce cas, c'est l'existence d'un cœur dans cette masse amorphe, pendant que son défaut a été constaté dans tant de cas d'acéphalie, et le cœur a la forme primitive qui n'a pas encore été, peut-être, observée chez le fœtus humain (2).

Le fœtus se présente (voy. *fig.* 1) sous forme d'une poche recourbée, divisée par l'ombilic, en deux portions inégales. Sa longueur est de 10 centimètres; sa circonférence varie de 20 à 22 centimètres. D'une ouverture ombilicale sort le cordon ombilical, C.O, beaucoup moins large qu'à l'état normal, mais renfermant deux artères et une veine; à côté de lui, on distingue encore des fragments membraneux qui se laissent diviser en deux couches (*amnios*) composées d'un grand nombre de cellules sphériques. Ces lambeaux sont fortement adhérents au pourtour de l'ouverture ombilicale.

La portion de la poche qui se trouve au-dessus du cordon ombilical *a*, et qui doit être considérée comme représentant la tête rudimentaire, présente de chaque côté des sillons transversaux où la peau fait défaut et est remplacée par du tissu cellulaire (traces des fentes branchiales?). Du reste, on ne voit à l'extérieur aucun vestige d'un organe de sens ou d'une partie de la face : deux petites dépressions seulement de la grosseur d'une tête d'épingle, qui se trouvent en arrière, pourraient rappeler la première apparition des vésicules pour les oreilles ; car, en effet, au-dessous de la plus grande se trouve une vésicule remplie de sérum ; elle est formée de tissu cellulaire. Comme l'insertion du cordon ombilical permet de distinguer une surface postérieure et antérieure, et une partie supérieure et inférieure, nous dirons que la partie supérieure de la poche est couverte en arrière de cheveux bien développés. La moitié inférieure abdominale du fœtus se recourbe et se rapproche de la partie supérieure.

---

(1) Cette monstruosité a été donnée à l'un de nous par M^me^ Moritz, accoucheuse. Après la naissance d'un enfant bien conformé, une seconde poche se présenta dont la rupture donna issue à la monstruosité. Il y avait deux placentas réunis ensemble.

(2) Voy. M. Bischoff, *Traité du développement de l'homme.*

On ne sentait dans cette dernière, avec les doigts, qu'une petite masse osseuse; il s'en trouve également une en bas dans la partie abdominale : sans le cordon ombilical, on aurait pris le tout pour une tumeur enkystée.

En procédant à la dissection, en incisant d'arrière en avant, on trouve d'abord la peau avec du tissu cellulaire graisseux sousjacent, variable d'épaisseur, puis une membrane assez épaisse d'apparence fibreuse et parcourue par de nombreux vaisseaux sanguins. On découvre ensuite une double cavité communiquant largement par un anneau osseux. La première, la plus petite, que nous appelons *céphalique*, renferme, dans une membrane peu vasculaire, un liquide jaunâtre albumineux, et à la partie la plus saillante se trouve une plaque membraneuse arrondie de la grandeur d'une pièce d'un franc environ, rappelant la couleur du tapetum, et dans laquelle on trouve une petite quantité de cellules renfermant du pigment noir : c'est évidemment une trace de l'œil sous forme de choroïde rudimentaire.

La pièce osseuse consiste en un anneau qui regarde la grande cavité (abdominale), pendant que les appendices osseux qui en partent se dirigent en haut : c'est un rudiment de l'occipital. Il représente un anneau de 1 $^1/_2$ millimètre environ de hauteur, avec un os excavé à dentelures; l'écaille occipitale incomplétement développée. (*Fig*. 2).

La grande cavité abdominale est tapissée d'une membrane transparente très-rouge parcourue par un grand nombre de vaisseaux capillaires très-allongés parallèles, donnant peu d'anastomoses, et semblables en ceci aux vaisseaux récemment formés des fausses membranes.

A l'extrémité de cette cavité, on distingue un corps blanchâtre, cylindrique, recourbé et élargi à sa base, qui renferme un liquide laiteux composé de cellules blanches arrondies de la grandeur de globules sanguins (intestin et foie?) et qui est couvert de vaisseaux qui forment des stries parallèles et régulières à sa surface. Il est renfermé en partie dans une cavité osseuse, bassin rudimentaire. Sur la limite des deux divisions de la poche, entre la membrane fibreuse et la membrane vasculaire, se trouve le seul muscle qui existe dans le fœtus. (*Fig*. 4.) Il présente un canal cylindrique droit, dirigé d'arrière en avant, de 23 millim. de longueur environ; il est légèrement recourbé. En arrière on y poursuit la veine ombilicale et quelques autres branches veineuses, pendant qu'en avant naissent deux divisions artérielles, dont l'une donne naissance aux artères ombilicales, l'autre aux branches artérielles qui se répandent dans les membranes et la peau. Il nous a été impossible de découvrir une cloison dans le cœur qui renfermait encore un peu de liquide sanguin dont les globules ne présentaient rien de particulier. L'examen microscopique nous a démontré dans le cœur les faisceaux musculaires à stries transversales bien distinctes; mais la largeur des faisceaux était bien inférieure à celle des muscles de l'adulte.

L'os de la cavité inférieure abdominale, que nous désignons sous le nom de *bassin rudimentaire* et qui a à peine un centimètre de largeur, est composé d'un sacrum, d'un coccyx et des os coxals. Ce sont ces derniers qui sont les moins reconnaissables (*fig.* 3).

On ne découvre rien qui ressemble à une cavité cotyloïde, mais les os des iles sont distincts; quelques fragments d'os dont la signification nous a échappé, sont encore attachés au bassin.

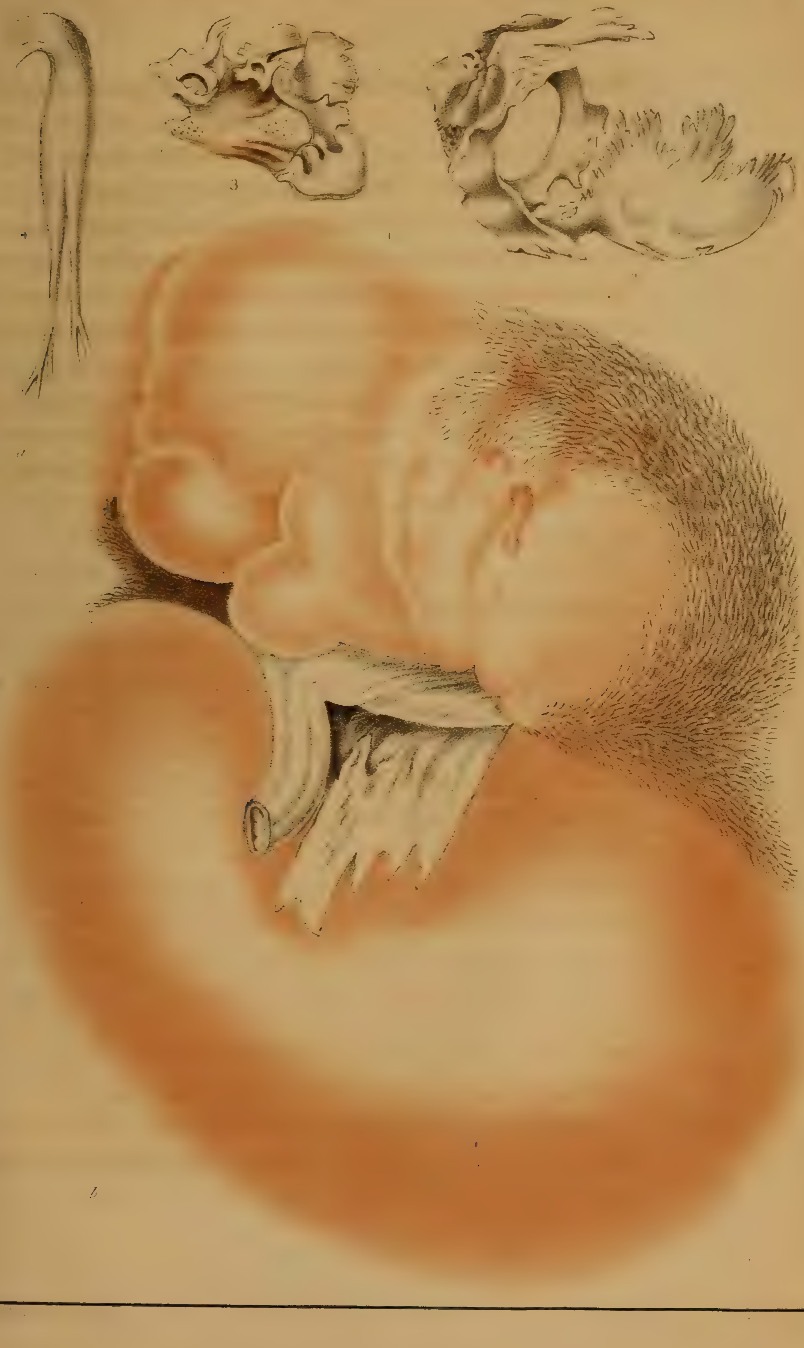
EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. Fœtus amorphe, vu du côté de la face qui correspond au cordon ombilical.
  - *a.* partie céphalique.
  - *b.* partie inférieure.
  - *c.* scission qui sépare les deux cavités et dans laquelle est inséré le cordon ombilical C.O.
  - *a.* amnios.

2. Pièces osseuses de la partie céphalique.
3. Pièces osseuses du bassin.
  - *i. i.* os iliaque.
  - *c.* coccyx.
4. Cœur.

Note sur une maladie des plantes crucifères agricoles et horticoles; par M. Phocas Lejeune, directeur de l'école d'agriculture de Thourout.

Les plantes cultivées de la famille des crucifères et particulièrement le navet, le rutabaga, le colza et les choux


3
a
e
b

des jardins, sont attaqués par une larve d'insecte qui cause de grands dégâts dans les plantations. La région sablonneuse de notre pays paraît être plus éprouvée par le fléau que les autres régions appartenant au limon ou au détritus des schistes et du calcaire.

La maladie qui provient de la présence de cette larve est connue en Flandre sous le nom de *klater ziekte?* Voici en quoi elle consiste : Lorsque la jeune plante, peu importe l'époque du semis, présente ses premières feuilles et qu'on l'enlève du sol, on aperçoit sur la racine un petit renflement; si, au moyen de l'ongle ou de la lame d'un canif, on ouvre cette petite excroissance, on découvre à l'intérieur de petites larves blanches qui s'agitent et sortent de leur retraite. Si au lieu d'arracher la plante, on la laisse en place, l'excroissance se développe en même temps que les larves grandissent et que les racines cessent de s'allonger; de sorte que bientôt la partie souterraine ne présente plus qu'une *galle composée*, dont le tissu finit par se décomposer de manière à ne plus offrir qu'une masse tuberculeuse en pourriture, lorsque les insectes sont près d'atteindre à leur dernière métamorphose.

Au printemps de 1857, je communiquai des plants de rutabaga, pourvus de petites galles, à mon ami, M. Fr. Defays, professeur à l'école de médecine vétérinaire de Cureghem, qui, les ayant fait végéter dans des conditions à pouvoir recueillir les insectes parfaits, m'écrivit, le 18 septembre de la même année, qu'il venait d'obtenir l'*Anthomyia brassicæ,* Boucher. Si je suis bien informé, c'est à M. Wesmael, membre de la classe des sciences, qu'il dut la détermination de l'espèce.

Cette maladie est connue depuis longtemps, mais on n'en connaissait pas la cause; les auteurs ne font que la mentionner, et Huzard fait pressentir qu'elle pourrait être due à la piqûre d'un insecte. Si les savants s'en sont peu occupés, ce n'est pas que les dégâts de l'anthomyie du chou soient peu préjudiciables à l'agriculture, on peut affirmer au contraire qu'ils donnent lieu, pour ne parler que de la Belgique, à des pertes immenses chaque année. Il est facile d'en juger. Les deux Flandres à elles seules occupent annuellement 64,000 hectares pour la culture des navets, tandis que la Belgique entière cultive cette plante sur 111,999 hectares; or, en employant les moyens les plus parfaits de culture, il m'a été impossible d'arriver à une production s'élevant au delà de 22,000 kilogrammes de racines par hectare, tandis que dans les localités où l'anthomyie n'exerce pas ses ravages, on aurait pu obtenir, dans des conditions analogues, 50 à 60,000 kilogrammes. Cette différence est due, à n'en pas douter, à la piqûre de l'insecte qui nous occupe; car, sous l'influence de la chaleur solaire, nous voyions les fanes se flétrir et finir par tomber en décomposition : toute plante flétrie avait les racines couvertes de galles. Ajoutons que plus la terre est ameublie et soulevée par les engrais, plus ces galles sont abondantes.

La production moyenne par hectare en Belgique est de 10,976 kil. de navets obtenus en culture dérobée. Il est presque certain que cette production pourrait être doublée, si ce fléau n'existait pas ou si on savait en préserver les récoltes. Dans ce dernier but, je me suis livré, depuis deux ans, à différents essais, mais les résultats ne sont pas assez concluants pour que je puisse les présenter maintenant. Je dois dire toutefois que ces essais ont plutôt en vue l'obtention d'une variété exempte de la maladie qu'un remède ou un préservatif du mal. Pour ces derniers, des données nous manquent, les habitudes de l'insecte nous sont inconnues. Son histoire devrait être préalablement étudiée minutieusement. Cette question regarde les entomologistes : nous déclinons notre compétence; il y a là une application de la science à l'agriculture qui honorerait son auteur, et il s'agirait de faire pour l'anthomyie ce que MM. Doyère et Davaine ont fait pour l'alucite et l'anguillule du blé.

Dans les provinces flamandes, on cultive une variété de navet long à collet violet que les agriculteurs désignent sous le nom de *navet betterave*. Cette variété paraît moins sensible que toutes les autres aux attaques de l'anthomyie. Elle est obtenue, paraît-il, par le semis de graines de navet dans le parenchyme d'une betterave dont le collet a été enlevé, le corps de la racine légèrement creusé et rempli de terre. C'est dans cette terre qu'on place les graines qui germent et donnent naissance à des plantes qui se nourrissent des détritus de la betterave en décomposition. Ce sont les navets ainsi obtenus qui seraient la souche d'une variété préconisée par les cultivateurs flamands. Bientôt nous saurons s'il y a quelque chose de fondé dans cette opinion; mais, disons-le, ce moyen fût-il certain pour préserver les crucifères, ou tout au moins quelques variétés, des atteintes de l'anthomyie, qu'il serait encore utile de bien connaître cet insecte, car aucune variété n'en est complétement exempte.

CLASSE DES LETTRES.

Séance du 4 avril 1859.

M. le baron **de Gerlache**, directeur.
M. Ad. **Quetelet**, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Grandgagnage, de Ram, Roulez, Gachard, Borgnet, le baron J. de Saint-Genois, David, P. Devaux, De Decker, Snellaert, Haus, Bormans, Leclercq, Baguet, Arendt, Faider, *membres;* Nolet de Brauwere Van Steeland, *associé;* Serrure, Mathieu, Kervyn de Lettenhove, Chalon, Th. Juste, *correspondants.*

MM. Sauveur, Alvin et Éd. Fétis, *membres de la classe des sciences et de celle des beaux-arts*, assistent à la séance.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'intérieur fait connaître que, sur la liste en double qui lui a été adressée par la classe des lettres, S. M. le Roi a désigné, pour décerner le prix de littérature dramatique flamande, pendant la première période triennale, MM. Dautzenberg, Mertens, Snellaert, Stroobant et Van Duyze.

M. le Ministre de l'intérieur adresse encore deux autres lettres relatives à la comptabilité de l'Académie, et fait connaître qu'il a approuvé les comptes de 1858.

L'auteur d'un des mémoires du concours transmet, dans un billet cacheté, son nom qui avait été réclamé aux termes du programme.

— M. Hippolyte Rousselle fait hommage de la fin de la bibliographie montoise, dont il avait adressé la première partie au mois de juin 1855. — Remercîments.

CONCOURS DE POÉSIE.

Un donateur anonyme a institué, sous le patronage de l'Académie, un prix de deux mille francs destinés aux deux meilleures pièces de vers, française et flamande, composées à l'occasion du 25me anniversaire de la loi du 1er mai 1834, décrétant l'établissement des chemins de fer belges. Le terme fatal pour ce concours étant fixé au 31 mars, la classe des lettres a reçu, avant cette époque, vingt pièces de poésie française et dix-sept de poésie flamande, dont voici l'énumération :

Poëmes français.

N° 1. Pas de devise; billet cacheté portant ces mots : *Sur l'établissement des chemins de fer.* — Épigraphe :

> Les progrès incessants de la télégraphie,
> De la vapeur, partout iront rendre à la vie
> L'aisance et le bonheur, les arts et le savoir :
> Déjà nous subissons de ces faits le pouvoir.

2. Devise : *Et ventis et fulminis ocior alis.* (Sans billet cacheté.)

N° 3. Devise : *Les murs des nations s'écroulent en poussière.*
(Lamartine.)

4. Devise : *....Et dulces moriens reminiscitur Argos.*
(Virg.)

5. Devise : *Salve, magna parens frugum, Saturnia tellus*
Magna virum.
(Virg., *Georg.*, liv. II.)

6. Devise : *Progrès, civilisation.*

7. Devise : *Ce peuple industrieux est né pour les combats.*

8. Devise : *On ne tourmente pas les arbres stériles et desséchés; ceux-là seulement sont battus de pierres dont le front est couronné de fruits d'or.* (Aben Hamed.)

9. Devise : *Stridentis machinae vapor ducit onerosam molem.*

10. Devise : *Il n'est plus de distance.*

11. Devise : *Le rapprochement des distances amènera les lumières sur la terre et en chassera l'obscurité.*

12. Devise : *Il est divers chemins qui mènent à la gloire.*
(Corneille.)

13. Devise : *Aperiunt terram gentibus.*

14. Devise : *Ni plus, ni moins.*

15. Devise : *Mens agitat molem.*

16. Devise : *Time is money.*

17. Devise : *Novus... nascitur ordo.*
(Virg., *Églog.*, liv. IV.)

18. Devise : *Toute œuvre utile à l'homme a des droits sur ma lyre.*

19. Devise : *En avant ! en avant !*

20. Devise : *Nihil mortalibus arduum.*
(Horat.)

Poëmes flamands.

N° 1. Devise : *Liberté et progrès.*

N° 2. Devise : *Replete terram et subjicite eam.*
(*Genesis,* I, 28.)

3. Devise : *FerreT ecCe proDIgIUM saeCLI.*

4. Devise : *Vlaenderen !*

5. Devise : *Wysheid en doorzichte.*

6. Devise : *Keizer Faustinus.*

7. Devise : *Den dampkring en het helderlicht ontwikkeld leven; door de bestanddeelen der aerde verkrygt men voedsel en alles door het werk.*

8. Devise : *Stoom is licht.*

9. Devise : *Die het aanschouwden, hebben God geloofd, die zulk eene magt aan menschen heeft gegeven.*
(MATTHEUS.)

10. Devise : *Mann dir wird eng die unendiche Welt.*
(SCHILLER.)

11. Devise : *Er zal in koningryk spoorbaen gemaekt worden,* etc.

12. Devise : *Vooruitgang !*

13 Devise :

O Hemel ! wat ontzettend wonder !
Zyn menschen maeksels van uw hand,
Ze ontwiessen u en uwen donder
En staan uw schepping in hunn'band.
(BILDERDYCK.)

14. Devise : *Heil !*

15. Devise : *Magnus ab integro sæclorum nascitur ordo.*

16. Devise : *Audax omnia.*

17. Pièce sans billet cacheté; devise inscrite sur le poëme :

Quaem't
Ick naem't.
(CATS.)

RAPPORTS.

MM. les commissaires nommés pour examiner le travail de M. Schwartz, sur la philosophie grecque, expriment le regret de n'avoir pas trouvé, dans le mémoire, l'indication des sources sur la partie critique, et de n'avoir pu vérifier l'originalité des idées de l'auteur. La classe, en conséquence, décide que l'impression de ce travail n'aura pas lieu et que des remercîments seront adressés à l'auteur pour sa communication.

COMMUNICATIONS ET LECTURES.

Biographie nationale; proposition déposée par M. le baron Jules de Saint-Genois.

Par arrêté royal du 1er décembre 1845, Sa Majesté a chargé l'Académie de publier une biographie nationale.

Dans la séance générale du 12 juin 1846, M. le secrétaire perpétuel fit un rapport sommaire sur les moyens d'exécuter cet arrêté, et proposa en même temps de nommer une commission, composée d'académiciens des trois classes, qui serait chargée de présenter un plan et d'indiquer les voies pour mettre ce plan à exécution.

Dans la séance du 8 janvier 1848, la commission fut constituée comme suit : MM. le président de l'Académie, Quetelet, secrétaire perpétuel, Morren, Kickx, le baron de Gerlache, le baron de Reiffenberg, Fétis et Van Hasselt; mais depuis lors, deux de ses membres, MM. Morren et de Reiffenberg, sont décédés.

A la séance du 1er décembre 1851, la classe des lettres décida que cette commission se réunirait le plus tôt possible, afin de satisfaire au désir de M. le Ministre de l'intérieur, qui était venu lui rappeler l'exécution de l'arrêté en question.

Ce fut la dernière fois, si nos souvenirs sont fidèles, que la classe s'est occupée de cet utile et important projet. Sept ans se sont écoulés depuis, et nous ne croyons pas que la commission spéciale se soit réunie une seule fois afin de s'acquitter de la mission qu'elle avait acceptée.

Loin de nous cependant la pensée de supposer qu'il y ait eu de sa part, insouciance ou aveu implicite de l'impossibilité d'accomplir cette tâche; nous savons, au contraire, qu'elle est persuadée que cette èntreprise, bien conduite, constituerait un véritable monument national. Mais les travaux spéciaux dont s'occupent individuellement les membres de la commission, ne leur permettront sans doute jamais de remplir le but de l'arrêté royal du 1er décembre. Précisons la cause du mal : le nombre des commissaires est insuffisant. On n'aboutira pas à un résultat si l'on persiste à limiter au personnel académique désigné le nombre de personnes qu'il convient de charger d'une aussi grande entreprise.

Il y a dans le pays une foule d'écrivains français et flamands, hommes instruits, laborieux et de bonne volonté qui mériteraient d'être associés à ce travail, quoiqu'ils soient étrangers à notre Compagnie.

Certes, l'Académie devra conserver la haute main sur la rédaction de la biographie nationale, par l'intermédiaire de la commission spéciale. Celle-ci formulerait, à cet effet, un plan dans le plus bref délai possible, et, ce plan adopté, l'Académie ferait un appel à tous les littérateurs de la Belgique. Elle dresserait une liste sommaire de tous les noms dignes de figurer dans une galerie d'hommes célèbres ou utiles. Cette liste serait imprimée et envoyée à toutes les personnes que l'Académie jugerait aptes à concourir à cette grande œuvre, avec invitation de désigner, dans un délai voulu, les biographies dont chaque écrivain croirait pouvoir se charger.

La commission serait appelée à recueillir tous les matériaux biographiques isolés; elle les examinerait, elle les coordonnerait pour y établir l'unité désirable, et surveillerait la publication définitive de la biographie nationale.

Je vous propose donc, Messieurs, d'inviter le bureau à convoquer sans retard la commission, à lui soumettre les observations qui précèdent et à la prier de préparer, pour la prochaine réunion des trois classes, qui aura lieu au mois de mai, un plan d'exécution qui puisse ensuite être discuté dans chaque classe.

Dois-je ajouter que je ne suis mû, dans cette circonstance, que par le désir bien vif de voir commencer une entreprise qui est de nature à honorer le premier corps savant du pays et à grandir notre vieille renommée nationale?

Note sur la petite ville de Braine-le-Comte et les villages de Braine-l'Alleud, Braine-le-Château et Wauthier-Braine;

par M. J.-J. De Smet, membre de l'Académie.

Corrige sodes
Hoc ajebat, et hoc.
(Hor.)

Dans la note peu étendue que nous avons eu l'honneur de présenter à la classe sur les noms thiois et français de nos villes ou communes historiques, nous avions mentionné un double but; mais il eût été peut-être utile d'ajouter que, pour bien des lieux, il n'en existait plus qu'un seul, celui de reconnaître parmi nos communes modernes celles que nos vieux chroniqueurs appelaient d'un tout autre nom que celui qui leur est demeuré. Dans ce cas se trouvent les endroits qui se nomment sur les cartes d'aujourd'hui *Braine,* avec diverses épithètes, et que nous croyons devoir indiquer depuis longtemps par la seule dénomination française, quel que soit l'idiome qu'on emploie. Déjà, pendant le XV^{me} siècle, on ne se faisait pas scrupule de s'exprimer indistinctement en flamand ou en français, témoin le continuateur de la chronique rimée de De Klerk, qui écrit tantôt (1) :

« Dit accordt dat was ghedaen
Te *Breyn-Aleus* (2), als men sach staen
Ons Heeren jaer, dat es waerhede,
XIII^{c} — LXXIIII mede. »

---

(1) *Brab. Yeest,* VI^{e} b., v. 6918.
(2) Braine-l'Alleud.

et tantôt (1) :

> « . . . .
> Met haren goeden, ende met al
> Harer gheselscap, groot ende smal,
> Dwers doer theer, si u verclert,
> Den wech te *Wouters Bracchen* wert, etc. »

L'annaliste anonyme ne cite que ces deux localités du nom de *Braine* ou *Braken*, et nous avons cru, par ce motif, qu'il ne fallait pas en porter d'autres sur notre liste. Jusque-là, pensons-nous, tout était dans l'ordre; mais, ce qui ne l'était pas, nous avons avancé dans une note que *Wauthier-Braine* s'appelait aujourd'hui *Braine-le-Comte.* Un savant du pays, qui pense avec raison que rien ne doit être plus cher à l'historien que l'exactitude, a bien voulu nous faire observer que nous avions confondu deux endroits très-différents : nous le remercions bien vivement du soin qu'il a pris de nous signaler une erreur qu'une distraction singulière a pu seule nous faire commettre.

Mais la note qui nous a été communiquée ne se borne pas à rectifier cette méprise, elle renferme quelques détails utiles dont on nous permettra sans doute de faire usage avec un peu de développement.

Il existait au XII^{me} siècle, dans nos provinces, quatre communes appelées *Braine:* une en Hainaut, *Braine-la-Willote*, et trois en Brabant : *Braine-l'Alleud*, *Braine-le-Château* et *Wauthier-Braine*, qui se trouvent toutes sur le même cours d'eau (2), à la lisière du Brabant flamand.

Braine-la-Willote ou *Villote* (3) a été construite sur un ruisseau qui, d'après elle apparemment, est appelé la *Brainette;* elle est éloignée de quatre à cinq lieues des trois communes du Brabant. Comme elle touchait, pour ainsi dire, à la frontière brabançonne, le comte Baudouin IV, dit le *Bâtisseur,* l'acheta du chapitre de Sainte-Waudru, dont elle était la propriété, l'entoura de murailles et de fortifications, et fit substituer à son ancien nom celui de *Braine-le-Comte,* qu'elle conserve encore. En latin du moyen âge, on l'appelait *Braina* ou *Braina comitis,* et en flamand *Braken* tout court; mais ce dernier nom est totalement oublié aujourd'hui. Le peuple dit cependant par ellipse *Braen-le-Comte.*

---

(1) *Brab. Yeest.*, VI^{e} b., 9318.

(2) *Le Hain*, affluent de la Somme.

(3) *Villote* en langue romane est un village ou une petite ville.

Parmi les autres communes ainsi appelées, la principale est assurément *Braine-l'Alleud,* ou, comme parlent les Wallons, *Braen-l'Allu,* dont l'équivalent flamand est entièrement inconnu de nos jours dans le pays (1). Elle eût mérité autant et plus que Waterloo de donner son nom à la sanglante bataille qui fut si décisive pour la destinée de Napoléon le Grand; car on y trouve et la ferme de la Belle-Alliance, dont le nom désigna d'abord la victoire des souverains coalisés, et le lion monumental qu'ils érigèrent pour en perpétuer le souvenir. Waterloo sonnait mieux sans doute à des oreilles anglaises.

Wauthier-Braine, la moins importante de ces communes, a gardé son ancienne dénomination dans les deux idiomes; le surnom qui la distingue lui vient probablement d'un Wauthier ou Gauthier, son fondateur ou premier propriétaire.

---

(1) *Eygen,* dans *Braken-Eygen,* reproduit exactement le mot *Alleud,* comme aussi *Eyghem* et *Neygem.* Ainsi la petite commune de Neygem, près de Ninove, s'appelle dans les chartes *Allodium.* (Voy. Van Gestel, *Hist. archiep. Mechl.,* voce NEYGHEM.)

Plus à l'est, *Braine-le-Château* garde aussi son nom flamand de *Braen-Casteel :* une tradition locale y fait naître le comte de Hornes, si célèbre par sa fin tragique sous Philippe II, et l'on y montre même un arbre que les habitants croient avoir été planté au jour de naissance du dernier seigneur de cette maison.

Dans ses *Études étymologiques* sur les villes et communes du Hainaut, M. Chotin avance (1) que ces villages ont été nommés aussi en latin *Bronia* et *Bronium;* mais il ne cite pas ses garants, et nous avons quelque peine à l'admettre, parce que Gislebert, chancelier du comte Baudouin le Courageux, et digne ainsi de toute confiance, écrit d'ordinaire *Braina* (2). Autre chose est de *Brenna*, que le même étymologiste donne comme synonyme de *Braina.* Il est vrai qu'il n'en apporte encore aucune preuve; mais cette fois-ci, il aurait pu en appeler à une autorité assez imposante. Dans son grand ouvrage sur la diplomatique, le savant Mabillon a consacré un chapitre étendu et curieux aux résidences royales, d'où les monarques français ont daté leurs diplômes, et désigne particulièrement dans le nombre celle de *Braine*, dans le district de Soissons (Aisne), qu'il appelle en latin *Braina* et *Brennacum* (3), évidemment identique avec *Brenna.* L'illustre bénédictin n'a pas cherché l'étymologie du mot; mais M. Chotin croit qu'il dérive de *Brenna*, qui en bas latin, dit-il, signifie un endroit où il croît une grande quantité d'arbustes et d'arbrisseaux sauvages. Mais est-il bien rationnel de recourir à la basse latinité pour expliquer le nom d'une commune de Brabant ou de Hainaut ? Sans prétendre le moins du monde que ce soit là l'étymologie véritable, nous aimerions mieux déduire le mot *Braina* de *Bray*, qui veut dire en langue romane une terre grasse, humide et fertile; d'autant plus que M. Chotin lui-même, à la fin de son intéressant ouvrage, a rangé *Braine* parmi les noms celtiques ou romans (1). Le nom flamand pourrait plus aisément s'expliquer.

---

(1) Page 46.

(2) *Hal et Braine-Castello et Braina-Wilhotica*, p. 21, etc.

(3) *De Re diplomatica*, p. 253. On a soutenu, mais sans assez de preuves, que cet endroit est situé sur l'emplacement de *Bibrax* des Commentaires de César.

On voudra bien nous pardonner ces détails, qui ne paraissent pas dépourvus de quelque intérêt : ils ont du moins un mérite qu'on apprécie assez généralement, celui de la brièveté.

— La classe s'occupe ensuite, en comité secret, des préparatifs pour la séance publique du mois de mai, et des diverses mesures à prendre à cet effet.

---

(1) M. Chotin explique le nom du hameau de *Schaubecq* par *ruisseau noir; ruisseau ombragé* serait plus juste. *Schauw* est une contraction commune de *schaduw*, ombre.

CLASSE DES BEAUX-ARTS.

Séance du 7 avril 1859.

M. **Baron**, vice-directeur, occupe le fauteuil.
M. **Ad. Quetelet**, secrétaire perpétuel.

Sont présents : MM. Alvin, Braemt, De Keyser, G. Geefs, Navez, Roelandt, Suys, Van Hasselt, Jos. Geefs, Érin Corr, Snel, Fraikin, Partoes, Ed. Fétis, Edm. De Busscher, *membres ;* Calamatta, *associé.*

CORRESPONDANCE.

Il est donné lecture de plusieurs lettres de M. le Ministre de l'intérieur, relatives aux affaires intérieures de l'Académie.

Une autre lettre du même haut fonctionnaire, concernant les encouragements à accorder à la gravure, est renvoyée à une commission, composée de MM. Calamatta, Érin Corr, Navez, De Keyzer et Alvin.

M. le Ministre demande à la classe de lui désigner, le plus tôt possible, les trois membres qui devront, en conformité des termes de l'arrêté royal du 5 mars 1849, composer la section permanente du jury chargé de juger le concours de composition musicale qui doit s'ouvrir le 4 juin prochain. Il sera répondu que cette section sera composée, comme précédemment, de MM. Fétis, Snel et Hanssens.

— M. Alvin présente un exemplaire de son rapport général sur la situation de la Bibliothèque royale; M. Siret fait parvenir les premiers exemplaires du *Journal des beaux-arts*, dont il est le rédacteur en chef. — Remercîments.

CONCOURS DE COMPOSITION MUSICALE.

Poëmes envoyés au concours de 1859, ouvert par le Gouvernement, et qui sont destinés à être mis en musique.

1. Antigone.

   (Billet cacheté; pas de devise.)

2. Jeanne d'Arc.

   Devise : *Toujours, pour les martyrs, les cieux se sont ouverts.*

3. Israël à Balylone.

   Devise : *Mané, Thecel, Pharès.*

4. La Prise de Missolonghi, en 1827.

   Devise : *Dulce et decorum pro patria mori.*

   (Horace.)

5. Mort de Lucrèce.

   Devise : *Je chante et je bénis l'honneur et la vertu.*

6. L'Arche d'alliance.

Devise : *La critique est aisée et l'art est difficile.*

7. Saül.

Devise : *Spiritus autem Domini recessit a Saule et exagitabat eum spiritus nequam a Domino.*

8. David et Goliath.

Devise : *Domine exercituum, beatus homo qui sperat in te.* (PSALM.)

9. Saül et la Pythonisse.

Devise : *Va, mets en Dieu ta confiance et ne sonde pas l'avenir.*

10. Les trois Héros.

Devise : *L.*

11. Grétry à Rome.

Devise : *Art et patrie.*

12. San Salvador.

(Billet cacheté sans devise.)

13. Hosanna in excelsis.

Devise : *Il y a, dans le ciel et sur la terre, plus de choses que votre scolastique ne se l'imagine, Horatio.* (HAMLET.)

14. Les Israélites après le passage de la mer Rouge.

Devise : *Cantemus Domino : gloriose enim magnificatus est.*

15. Jean-Paul Choppart.

Devise : *Nom du jeune poëte.*

16. La Fille de Jephté.

Devise : *J'ai ouvert ma bouche à l'Éternel et je n'en pourrai rétracter.* (*Juges*, ch. XI.)

17. La Croisade.

Devise : *Dat ik kan.*

18. La dernière Veille du comte d'Egmont.

Devise : *Dieu toujours est propice à qui meurt en martyr.*

19. L'Exaltation de la Croix, oratorio.

(Billet cacheté sans devise.)

20. Apparition de Marie-Thérèse.

Devise : *Moriamur pro rege nostro.*

21. Richard Cœur-de-Lion devant Ptolémaïs.

(Billet cacheté sans devise.)

22. La Gaule mourante.

(Billet cacheté sans devise.)

23. Le Dernier des Abencérages.

Devise : *Et le fils des bannis répondait en soupirant : Grenade!* (Chateaubriand.)

24. La Mort de Goliath.

Devise : *Dieu et patrie.*

25. Judith et Holopherne.

Devise : *Ecce caput Holophernis qui...*

26. Le Sacrifice d'Abraham.

Devise : *Benedicam tibi et multiplicabo semen tuum sicut cœli stellas.*

27. La Gerbeaude, pastorale.

(Billet cacheté sans devise.)

28. Le 31 Octobre 1793.

(Billet cacheté sans devise.)

29. Derniers Moments d'André Chénier.

(Billet cacheté portant pour marque un *trèfle.*)

30. Les Gueux.

Devise : *Les grandes pages abondent dans l'histoire de la patrie.*

31. La Fille de Jephté.

Devise : *La musique est un moyen puissant de civilisation.*

32. Le Juif errant.

Devise : *Marche! marche!*

33. Marie-Thérèse.

Devise : *Moriamur pro rege nostro Maria-Theresia.*

34. Le Réveil du Captif.

Devise : *Au saule des chagrins j'ai suspendu ma lyre*, etc.

35. Même cantate modifiée.

Devise : *Celui qui n'a pas souffert que sait-il ?*

Les commissaires chargés de l'examen des poëmes sont MM. F. Fétis, Snel et Hanssens, Alvin et Van Hasselt.

COMMUNICATIONS.

A la suite des explications qui lui sont demandées, M. le secrétaire perpétuel donne quelques renseignements relatifs à la publication d'une biographie nationale dont l'exécution a été confiée à l'Académie par un des arrêtés royaux, portés au moment de sa réorganisation en 1845. Il fait connaître les différents projets qui ont été présentés depuis cette époque, ainsi que la proposition faite, en dernier lieu, par M. J. de Saint-Genois, dans la classe des lettres.

Une discussion s'engage à cet effet : MM. Baron, Alvin, Ed. Fétis, Van Hasselt, et plusieurs membres y prennent successivement part. On est d'accord, du reste, pour reconnaître que ce sujet, traité dans toute sa généralité, ne peut aboutir à une décision définitive que dans l'assemblée prochaine des trois classes de l'Académie.

OUVRAGES PRÉSENTÉS.

Documents statistiques publiés par le département de l'intérieur avec le concours de la Commission centrale de statistique. Tome III. Bruxelles, 1859; in-4°.

Comptes rendus de la Commission royale d'histoire ou recueil de ses bulletins. Deuxième série. Tome XII, 1er bulletin. Bruxelles, 1859; 1 broch. n-8°.

Compte rendu des travaux du Conseil de salubrité publique de la province de Liége pendant l'année 1858 ; par M. A. Spring. Liége; 1859; 1 broch. in-8°.

Recherches sur les Commentaires de Charles-Quint ; par M. Arendt. Bruxelles, 1859; 1 broch. in-8°.

Rapport général sur la situation de la Bibliothèque royale pendant les années 1856-1857 et 1857-1858, présenté à M. Ch. Rogier, Ministre de l'intérieur ; par M. Alvin. Bruxelles, 1859; 1 broch. in-8°.

Histoire du règne de Charles-Quint en Belgique; par Alexandre Henne. Tome V. Bruxelles, 1859; 1 vol. in-8°.

Godefroid de Bouillon et les rois latins de Jérusalem; par le baron de Hody. Deuxième édition. Tournai, 1859; 1 vol. in-8°.

De l'influence de la civilisation sur la poésie ou Histoire de la poésie chez tous les peuples, mise en rapport avec la civilisation; par Ferdinand Loise. — Monde oriental. — Monde classique. Bruxelles, 1859; 1 vol. in-8°.

Fastes des calamités publiques survenues depuis les temps les plus reculés jusqu'à nos jours ; par Louis Torfs. Tournai, 1859; 1 vol. in-8°.

Annales des travaux publics de Belgique. Tome XVI, 2e et 3e cahiers. Bruxelles, 1858; in-8°.

Bulletin de l'Institut archéologique liégeois. Tome III, 2^me^ livr. Liége, 1858; 1 broch. in-8°.

Annuaire de la Société libre d'Émulation de Liége pour l'année 1859. Liége, 1859; 1 vol. in-12.

Causeries de salons. Récits, anecdotes, souvenirs, etc.; par Alb. d'Otreppe de Bouvette. 3me vol., mars 1859. Liége; in-12.

Journal des beaux-arts et de la littérature en Belgique. Ire année, nos 1 à 8. Anvers, 1859; 8 feuilles in-4°.

Het vlaemsch Tooneel, deszelfs oorsprong, wat het vroeger was, wat het thans dient te wezen; voordragt door S.-C.-A. Willems. Bruxelles, 1859; 1 broch. in-8°.

De vlaemsche School. Vme année, livr. 1 à 8. Anvers, 1859; in-4°.

Académie royale de médecine de Belgique : — Mémoires des concours et des savants étrangers. Tome III, 4me fasc.; —*Bulletin.* Deuxième série. Tome II, nos 4 et 5. Bruxelles, 1859; 1 cahier, in-4° et 2 broch. in-8°.

Archives belges de médecine militaire. Tome XXIII, 1er à 3me cahiers. Bruxelles, 1859; 3 broch. in-8°.

Annales et bulletin de la Société de médecine de Gand. XXVme année. Janvier à mars. Gand, 1859; 2 broch. in-8°.

Le Scalpel. XIme année. Nos 20-27. Liége, 1859; 7 feuilles in-4°.

Bulletin du conseil supérieur d'agriculture du royaume de Belgique. Tome XI, 2me partie. Bruxelles, 1859; in-4°.

L'agriculture dans la Campine; par MM. P. Joigneaux et L. Delobel. Bruxelles, 1859; 1 vol. in-12.

La Belgique horticole. IXme année, nos 1 à 7. (Manque n° 3). Liége, 1858-1859; 6 broch. in-8°.

Publications de la Société pour la recherche et la conservation des monuments historiques dans le grand-duché de Luxembourg. XIIIme année, 1857. Luxembourg; 1858, in-4°.

Werken van het historisch genootschap Gevestigd te Utrecht : — Kronijk. 1858. Blad. 14-24; — *Codex diplomaticus.* 2de serie, Vde deel. Blad. 21-40. Utrecht, 1859; 2 vol. in-8°.

Geschiedenis der Joden in Nederland; door. M. H.-J. Koenen. Utrecht, 1843; 1 vol. in-8°.

Lijkrede op D.-J. Van Lennep; door M. H.-J. Koenen. Amsterdam, 1853; 1 broch. in-8°.

Geschiedenis van de vestiging en den invloed der fransche vluchtelingen in Nederland; door M. H.-J. Koenen. Leide, 1846; 1 vol. in-8°.

Bulletin de la Société des sciences naturelles de Neuchâtel. Tome Ier (manque pp. 1 à 33); tome IV, 3me cahier. Neuchâtel, 1843-1858; in-8°.

Mémoire sur les terrains liasique et keupérien de la Savoie; par Alphonse Favre. Genève, 1859; in-4°.

Revue et magasin de zoologie pure et appliquée; par M. F.-E. Guérin-Méneville. 2me série, tome XI, nos 1 à 3. Paris, 1859; 3 broch. in-8°.

Appréciation critique d'un rapport médico-légal ayant pour titre : Mémoire consultatif à l'occasion d'un fait d'infanticide; par le Dr Télèphe P. Desmartis. Paris, 1859; 1 broch. in-8°.

Mémoire sur les surfaces dont les rayons de courbure, en chaque point, sont égaux et de signes contraires; par M. E. Catalan. Paris; 1859; in-4°.

Essai historique sur la porte Montrescu et le Logis-du-Roi d'Amiens; par M. H. Dusevel. Amiens, 1858; 1 broch. in-8°.

Quelques extraits du roman d'Abladane; publiés par le même. Amiens, 1858; 1 broch. in-8°.

Mémoires de la Société académique de Maine-et-Loire. IIIme et IVme parties. Angers, 1858; 1 vol. in-4°.

Bulletin historique de la Société des antiquaires de la Morinie. VIIIme année, 29me livr. Saint-Omer, 1859; 1 broch. in-8°.

Siebenter Bericht der oberhessischen Gesellschaft für Natur-und Heilkunde. Giessen, 1859; 1 vol. in-8°.

Mittheilungen aus Justus Perthes' geographischer Anstalt. 1858, n° XIII. Gotha; 1859, in-4°.

Neues Jahrbuch für Pharmacie und verwandte Fächer. Band.

XI, Heft 1-4. Janvier à avril. Heidelberg, 1859; 3 broch. in-8°.

Heidelberger Jahrbucher der Literatur, unter mitwirkung der vier Facultäten. LII Jahrgang, 1-3 Heftes. Janvier à mars. Heidelberg, 1859; 3 broch. in-8°.

Fünfter Jahresbericht des germanischen Nationalmuseums zu Nürenberg, 1858; Nuremberg, 1859; in-4°.

Jahrbuch der kaiserlich-königlichen geologischen Reichsanstalt. IX Jahrgang, n^os^ 1-3. Vienne, 1858; 3 cahiers in-8°.

Mittheilungen der kaiserlich-königlichen geographischen Geselchaft. II Jahrgang, Heft 2-3. Vienne, 1858; 2 cahiers in-8°.

Anhang, als Berichtigung der application des Gesetzes. Vienne, 1859; in-8°.

De quadratura circuli secundum legem intersectionis dupli, et de polygonis regularibus; auctore Josepho Balogh. Pesth, 1858; 1 vol. in-8°.

Notices scientifiques, publiées par l'Université impériale de Kasan. Année 1858. Kasan; 4 broch. in-8° (en langue russe).

I.-R. Istituto lombardo di scienze, lettere ed arti : — *Atti*. Vol. I^er^, fasc. 1 à 10; — *Memorie*. Vol. VII, fasc. 1 à 6; — *Giornale*. Fasc. 51 à 54; — *Atti della distribuzione de' premj all' industria agricola e manifatturiera per l'anno 1857*. Milan, 1858; in-4°.

Atti della fondazione scientifica cagnola nel 1858. Vol. II, parte 2. Milan, 1858; 1 broch. in-8°.

Sul caglio vitellino; memorie de Davide Nava e del prof. Gio. Francesco Selmi. Milan, 1858; 1 broch. in-8°.

Sulle inondazioni avvenute nella Francia in questi ultimi tempi, e sui provedinienti proposti per apportarvi rimedio; memoria dell' ingegnere Elia Lombardini. Milan, 1858; in-4°.

Di un graffito sull' avorio; descritto ed illustrato da Diego Bonghi. Naples, 1859; in-4°.

Intorno alle majoliche di Castelli; lettera di Diego Bonghi. Naples, 1856; in-4°.

Atti dell' Accademia pontificia de' Nuovi Lincei, compilati dal segretario. Anno XI, sessione 2, anno XII, sessione 1. Rome, 1858-1859; 2 cahiers in-4°.

Atti dell' imp. reg. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. Serie terza, tome IV^{to}, disp. 5^{a}. Venise, 1859; 1 broch. in-8°.

Experimental Relations of gold (and other metals) to light; by Michael Faraday. Londres, 1857; in-4°.

Siluria. The history of the oldest fossiliferous rocks and their foundations; by sir Roderick Impey Murchison. Third edition. Londres, 1859; 1 vol. in-8°.

Researches into the phenomena of respiration; by Edward Smith. Londres, 1859; in-4°.

FIN DU TOME VI DE LA 2^{me} SÉRIE.

BULLETINS DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE.

TABLES ALPHABÉTIQUES

DU TOME SIXIÈME DE LA DEUXIÈME SÉRIE.

1859.

TABLE DES AUTEURS.

A.

Académie royale d'Anvers. — Annonce de l'ouverture du grand concours de sculpture, 377.

Académie royale de Munich. — Célébration du centième anniversaire de sa fondation, 3.

Alvin. — Commissaire pour l'examen de l'œuvre de Rubens, publiée par M. Muquardt, 119; les grandes armoiries du duc Charles de Bourgogne; gravées vers 1467, 122; commissaire pour les encouragements à accorder à la gravure, 492; hommage d'un ouvrage, 492; commissaire pour les cantates du concours de composition musicale, 496.

Arendt. — Recherches sur les commentaires de Charles-Quint, 118, 216; commissaire pour un mémoire de concours, 215.

Association britannique pour l'avancement des sciences. — Annonce de sa vingt-neuvième réunion, 400.

B.

Baeckelmans (*Louis*). — Lauréat du grand concours d'architecture, octroi de sa pension, 315.

Baguet. — Commissaire pour un mémoire de M. Schwartz, 374.

Baron. — Élu directeur pour 1860, 144; lecture d'une pièce de vers, 318.

Beaufaux (*Polydore*). — Lauréat du grand concours de peinture, octroi de sa pension, 120.

Bède. — Rapports de MM. Plateau, Duprez et Lamarle sur son mémoire intitulé : *Recherches sur la capillarité*, 405, 411.

Bellynck (*Aug.*). — Dépôt des observations botaniques faites à Namur en 1858, 4.

Benoît. — Lauréat du concours de composition musicale, envoi d'un rapport trimestriel, 119.

Bernardin. — Dépôt des observations botaniques faites à Melle en 1858, 4, 400.

Bock. — Hommage d'un ouvrage, 316.

Borgnet (*Ad.*). — Commissaire pour une sixième lettre du général Renard relative à l'identité de race des Gaulois et des Germains, 90; rapport sur cette lettre, 205; commissaire pour deux mémoires de concours, 214, 215; remplacé comme commissaire pour un mémoire de concours, 374.

Bormans. — Commissaire pour un mémoire de M. Schwartz, 374.

Braemt. — Situation administrative de la caisse centrale des artistes belges, 121.

Buchinger. — Dépôt des observations botaniques faites à Venise en 1858, 150.

C.

Calamatta. — Commissaire pour l'examen de l'œuvre de Rubens publiée par M. Muquardt, 119.

Candèze. — Remercîments pour son élection de correspondant, 2.

Chalon. — Hommage d'ouvrages, 90; rapports de MM. Schayes et Serrure sur son mémoire : Recherches sur les monnaies des comtes de Namur, 206, 207.

Chapuis. — Remercîments pour son élection de correspondant, 2.

Congrès des délégués des sociétés savantes de France. — Envoi du programme de la session de 1859, 150.

Congrès scientifique de France. — Programme de sa 26^{me} session, 327.

Corps d'état-major des ingénieurs des mines en Russie. — Hommage d'un ouvrage, 327.

Corr (*Erin*). Commissaire pour l'examen de l'œuvre de Rubens, publiée par M. Muquardt, 119; commissaire pour les encouragements à accorder à la gravure, 492.

Crépin (*J.*). — Présentation d'une note sur quelques plantes rares ou critiques de la Belgique, 402.

D.

Dautzenberg. — Membre du jury chargé de décerner le prix triennal de littérature dramatique flamande, 480.

David. — Commissaire pour deux mémoires de concours, 214.

De Busscher. — Hommage d'un ouvrage, 121.

De Decker. — Membre de la commission pour la présentation des candidats aux places vacantes dans la classe des lettres, 215; commissaire pour un mémoire de M. Thonissen, 374.

Defacqz. — Notice sur l'ancienne vénalité des offices civils en Belgique, 96.

De Gerlache (*le baron*). — Remercîments au directeur sortant, 118.

De Keyser. — Commissaire pour l'examen de l'œuvre de Rubens, publiée par M. Muquardt, 119; commissaire pour les encouragements à accorder à la gravure, 492.

De Koninck. — Délégué de l'Académie à la fête séculaire de la fondation de l'Académie de Munich, 3; membre du jury pour le prix quinquennal des sciences mathématiques et physiques, 327; commissaire pour un mémoire de M. L. Henry, 328.

Delacroix (*Eugène*). — Élu associé de la classe des beaux-arts, 144; remercîments pour son élection, 325; remercîments pour l'envoi des publications, 377.

De Ligne (*le prince*). — Remercîments du sénat pour l'envoi des publications académiques, 3, 373.

D'Omalius d'Halloy. — Discours adressé à Sa Majesté le premier jour de l'an, 8; hommage d'un ouvrage, 401.

De Ram. — Hommage d'ouvrages, 90, 374; commissaire pour un mémoire de concours, 214; membre de la commission chargée de la présentation des candidats aux places vacantes dans la classe des lettres, 215.

De Saint-Genois (*le baron*). — Commissaire pour un mémoire de concours, 214; proposition relative à une biographie nationale, 484.

De Schedever (*le baron*). — Présentation d'une note sur les migrations des oiseaux aux environs de Voznesensk (Russie), 400.

De Selys-Longchamps. — Représentant de l'Académie aux funérailles de M. Lejeune, 2; dépôt des observations botaniques faites à Waremme en 1858, 327, 400; note sur deux oiseaux observés en Belgique, 471.

De Smet. — Comment doivent s'écrire les noms des villes qui figurent dans l'histoire de Belgique, 92; note sur la petite ville de Braine-le-Comte et les villages de Braine-Lalleud, Braine-le-Château et Wauthier-Braine, 487.

De Vaux (*Ad.*). — Membre de la commission spéciale des finances de la classe des sciences pour 1859, 88; membre de la commission chargée de la révision des statuts de la caisse centrale des artistes belges, 317.

Dewalque. — Dépôt des observations météorologiques et botaniques faites à Stavelot et à Liége en 1858, 4, 400; sur la hauteur du baromètre à Stavelot le 9 janvier 1859, 158; hommage d'un ouvrage, 401.

Du Bus (*le vicomte*). — Membre de la commission spéciale des finances de la classe des sciences pour 1859, 88.

Ducpetiaux. — Membre de la commission chargée de la révision des statuts de la caisse centrale des artistes belges, 317.

D'Udekem. — Description d'une monstruosité humaine amorphe, 472.

Dumont (*Ch.*). — Hommage d'ouvrages, 202.

Duprez. — Sur les observations météorologiques faites à Gand, en 1858, 68; sur la hauteur du baromètre à Gand le 9 janvier 1859, 158; rapport sur un mémoire de M. Bède, 411.

E.

Elewaut (*Th.*). — Dépôt d'un billet cacheté, 4.

Everett (*Ed.*). — Annonce l'ouverture de la bibliothèque du docteur Bodwitch à Boston, et demande l'échange de publications, 327.

F.

Faider. — Membre de la commission chargée de la révision des statuts de la caisse centrale des artistes belges, 317; commissaire pour un mémoire de M. Thonissen, 374.

Fétis (*Ed.*). — Compte rendu de la caisse centrale des artistes belges pour 1858, 121, 316; notice sur Lucas et Martin Van Valckenborcht, 378.

Fétis (*Fr.*). — Nommé président de l'Académie pour 1859, 2, 120; commissaire pour les cantates du concours de composition musicale, 496.

Fierlants. — Soumet des épreuves photographiques à l'appréciation de l'Académie, 316.

Foster. — Annonce l'ouverture d'une exposition à Londres en 1861, 120.

G.

Gachard. — Hommage d'un ouvrage, 90; élu directeur pour 1860, 118; dépôt à la bibliothèque de l'Académie d'ouvrages offerts à la commission royale d'histoire, 374; commissaire pour un mémoire de concours en remplacement de M. Borgnet, 374; lecture d'un fragment de son Histoire de don Carlos, 375.

Ghaye. — Dépôt des observations botaniques faites à Waremme en 1858, 327, 400.

Gluge — Description d'une monstruosité humaine amorphe, 472.

H.

Haidinger (*W.*). — Remercîments pour son élection d'associé, 2.

Hallam (*Henry*). — Annonce de sa mort, 202.

Hanssens. — Commissaire pour les cantates du concours de composition musicale, 496.

Hansteen. — Lettres à M. Adolphe Quetelet sur le magnétisme terrestre à Bruxelles, 348, 462; sur les aurores boréales de 1858 et 1859, 365.

Heis. — Dépôt des observations botaniques faites à Munster en 1858, 150.

Henry (*Louis*). — Présentation d'un mémoire sur la berbérine et ses sels, 328.

J.

James (*Henri*). — Hommage d'un ouvrage, 2.

K.

Kickx. — Annonce d'une notice sur la vie et les travaux de M. Lejeune, 3; commissaire pour une note de M. Phocas Lejeune, 328; rapport sur cette note, 402; commissaire pour une note de M. Westendorp et pour une note de M. Crépin, 402.

Kervyn de Lettenhove. — Représentant de l'Académie aux funérailles de M. Schayes, 89; commissaire pour un mémoire de concours, 152.

L.

Lacordaire. — Mention du discours prononcé au nom de l'Académie et de l'université de Liége aux funérailles de M. Morren, 2.

Lamarle. — Théorie géométrique des rayons et centres de courbure, 11; théorie géométrique des centres et axes instantanés de rotation, 23; suite, 412; rapport sur un mémoire de M. Steichen concernant les cinq polyèdres réguliers, 154; commissaire pour un mémoire de M. Bède, 328; note sur une classe particulière de surfaces à aire minima, 329; rapport sur un mémoire de M. Bède, intitulé : *Recherches sur la capillarité,* 411.

Landsweert. — Dépôt des observations botaniques faites à Ostende, en 1858, 4.

Leclercq (*D.*). — Dépôt des observations météorologiques faites à Liége, en 1858, 4.

Leclercq (*M.-N.-J.*). — Membre de la commission chargée de la présentation des candidats aux places vacantes dans la classe des lettres, 215; commissaire pour un mémoire de M. Thonissen, 374.

Le Glay. — Hommage d'un ouvrage, 374.

Lejeune (*A.-L.-S.*). — Annonce de sa mort, 2.

Lejeune (*Phocas*). — Sur une maladie des plantes crucifères agricoles et horticoles, 328, 476; rapport de M. Kickx sur cette note, 402.

Levy. — Accuse réception de sa médaille d'or, 121.

Liagre. — Membre du jury chargé de décerner le prix quinquennal des sciences mathématiques et physiques, 327; présentation d'un mémoire sur les pensions militaires, 371.

M.

Maas. — Dépôt des observations météorologiques faite à Namur, en 1858, 400; sur la hauteur du baromètre à Namur, le 9 janvier 1859, 401.

Mailly. — Hommage d'ouvrages, 8.

Martens. — Membre du jury chargé de décerner le prix quinquennal des sciences mathématiques et physiques, 327; commissaire pour un mémoire de M. L. Henry, 328; commissaire pour une note de M. Westendorp et pour une note de M. Crépin, 402.

Melsens. — Remercîments au directeur sortant, 88; communication d'épreuves photographiques de MM. Bertsch et Harnatch, 316; dépôt d'un billet cacheté, 328.

Mertens. — Membre du jury chargé de décerner le prix triennal de littérature dramatique flamande, 480.

Ministre de l'Intérieur. — Arrêté royal nommant M. F. Fétis président de l'Académie pour 1859, 2; envoi d'ouvrages, 2, 203; annonce de l'érection d'une statue symbolique à Wavre, et demande d'inscription, 90; inscription de cette statue, par M. Roulez, 204; envoi d'un rapport trimestriel de M. Benoît, 119; demande l'appréciation de l'Académie sur l'œuvre de Rubens, publiée par M. Muquardt, 119; lettre relative à la pension de M. Beaufaux, 120; envoi d'un ouvrage de la Société philosophique de Philadelphie, 150; demande relative au concours ouvert sur l'histoire de la littérature française en Belgique, 202; lettre relative à la pension de M. Baeckelmans, 315; arrêté royal modifiant les prix quinquennaux, 326; liste des membres chargés de décerner le prix quinquennal des sciences physiques et mathématiques pour 1859, 327; arrêté royal pour le concours triennal de littérature dramatique flamande, 373; lettre relative aux pensions des lauréats des grands concours de composition musicale, 376;

annonce d'une somme allouée par le Roi à la caisse centrale des artistes belges, 377; liste des membres du jury chargé de décerner le prix triennal de littérature dramatique flamande, 480; approbation de la comptabilité académique de 1858, 481; lettre relative aux affaires intérieures et aux encouragements destinés à l'art de la gravure, 492; lettre relative au jury permanent du grand concours de composition musicale, 492.

Montigny. — Influence du son des cloches sur la hauteur du baromètre, 88, 159; note sur une disposition destinée à faciliter l'emploi du chalumeau à gaz hydrogène et oxygène, 367.

Morren (*M^me^*). — Annonce la mort de son époux, 2.

N.

Navez. — Commissaire pour l'examen de l'œuvre de Rubens, publiée par M. Muquardt, 119; commissaire pour les encouragements à accorder à la gravure, 492.

Nerenburger. — Membre de la commission spéciale des finances de la classe des sciences pour 1859, 88; rapport sur un mémoire de M. Steichen concernant les cinq polyèdres réguliers; 154; membre du jury chargé de décerner le prix quinquennal des sciences mathématiques et physiques, 327.

P.

Parmentier (*H.*). — Dépôt d'un billet cacheté, 4.

Plateau. — Rapport sur un mémoire de M. Bède, intitulé : *Recherches sur la capillarité,* 405.

Q.

Quetelet (*Ad.*). — Dépôt des observations météorologiques et botaniques faites à Bruxelles en 1858, 4, 150, 400; hommage d'un ouvrage, 8; comparaison de la quantité d'eau tombée à Bruxelles et à Gand, en 1857 et 1858, 70; sur la hauteur du baromètre à Bruxelles, le 9 janvier 1859, 158; aperçus sur la théorie des proportions du corps humain, 317; table de mortalité pour le Brabant, d'après les documents du recensement de 1856, 345; renseignements relatifs à la composition d'une biographie nationale, 496.

Quetelet (*Ern.*). — Magnétisme terrestre à Bruxelles, en 1859, 470.

R.

Renard (*le général*). — Sixième lettre sur l'identité de race des Gaulois et des Germains, 90, 259; rapports de MM. Roulez et Borgnet sur cette lettre, 204, 205.

Rigouts-Verbert. — Dépôt des observations botaniques faites à Anvers, en 1858, 150.

Rodigas. — Dépôt des observations botaniques faites à Lierre, en 1858, 400.

Roelandt. — Hommage d'un ouvrage, 121.

Roulez. — Chargé de rédiger une inscription pour une statue symbolique, 90; projet d'inscription pour cette statue, 204; commissaire pour une sixième lettre du général Renard, relative à l'identité de race des Gaulois et des Germains, 90; rapport sur cette lettre, 204; commissaire pour un mémoire de M. Schwartz, 374.

Rousselle (H.). — Hommage d'un ouvrage, 481.

S.

Scarpellini (M^me^). — Dépôt des observations météorologiques faites à Rome, en 1858, 150, 327; hommage d'un ouvrage, 324.

Schaar. — Sur la théorie analytique des coniques, 42; sur les variations des éléments des orbites planétaires, 171.

Schayes. — Annonce de sa mort, 89; rapport sur un mémoire de M. Chalon relatif aux monnaies des comtes de Namur, 206.

Schwartz. — Présentation d'un mémoire sur la philosophie grecque depuis Thalès jusqu'à Aristote, 374; rapports des commissaires sur ce travail, 484.

Serrure. — Rapport sur un mémoire de M. Chalon relatif aux monnaies des comtes de Namur, 207.

Sharswood (William). — Annonce d'une exploration scientifique dans les régions arctiques, 3.

Siret. — Hommage d'un ouvrage, 493.

Smallwood (Charles). — Dessins des formes de la neige au Canada pendant les temps d'électricité positive et négative, 157.

Snel. — Commissaire pour les cantates du concours de composition musicale, 496.

Snellaert. — Commissaire pour un mémoire de concours, 214; membre du jury chargé de décerner le prix triennal de littérature dramatique flamande, 480.

Société philosophique de Philadelphie. — Envoi d'un ouvrage, 150.

Spring. — Représentant de l'Académie aux funérailles de M. Morren, 2; délégué de l'Académie à la fête séculaire de la fondation de l'Académie de Munich, 3; commissaire pour une note de M. Westendorp et pour une note de M. Crépin, 402.

Stas. — Délégué de l'Académie à la fête séculaire de la fondation de l'Académie de Munich, 3; membre du jury chargé de décerner le prix quinquennal des sciences mathématiques et physiques, 327; commissaire pour un mémoire de M. L. Henry, 328.

Steichen. — Rapports de MM. Timmermans, Lamarle et Nerenburger sur son mémoire concernant les cinq polyèdres réguliers, 152, 154.

Stroobant. — Membre du jury chargé de décerner le prix triennal de littérature dramatique flamande, 480.

T.

Thiefry. — Remercîments de la Chambre des Représentants pour l'envoi des publications académiques, 3.

Thonissen. — Présentation d'un mémoire sur la théorie du progrès indéfini, 374.

Timmerhans. — Membre du jury chargé de décerner le prix quinquennal des sciences mathématiques et physiques, 327.

Timmermans. — Rapport sur un mémoire de M. Steichen concernant les cinq polyèdres réguliers, 152; membre du jury chargé de décerner le prix quinquennal des sciences mathématiques et physiques, 327.

V.

Van Beneden. — La tortue franche (*Chelonia midas*) dans la mer du Nord, ses commensaux et ses parasites, 71; élu directeur pour 1860, 88; membre de la commission spéciale des sciences de la classe des sciences pour 1859, 88; extrait d'une lettre de M. Leuckaert sur l'*Histriobdella*, 365.

Van Duyse. — Membre du jury chargé de décerner le prix triennal de littérature dramatique flamande, 480.

Van Ewyck. — Annonce de sa mort, 90; envoi de documents historiques sur sa vie, 373.

Van Hasselt. — Commissaire pour les cantates du concours de composition musicale, 496.

Vattemare. — Envoi de publications américaines, 374.

Vincent (*J.-B. et fils*). — Dépôt des observations ornithologiques faites à Bruxelles en 1858, 150.

W.

Wartmann (*père*). — Lettre sur la comète de Donati, 4.

Wesmael (*C.*) — Membre de la commission spéciale des finances de la classe des sciences pour 1859, 88; commissaire pour une notice de M. Phocas Lejeune, 328.

Wesmael (*Alfred*). — Dépôt des observations botaniques faites à Vilvorde en 1858, 150.

Westendorp. — Sixième notice sur quelques cryptogames inédites ou nouvelles pour la flore belge, 402.

Z.

Zeising. — Hommage d'un ouvrage sur les proportions du corps humain, 317.

TABLE DES MATIÈRES.

A.

Archéologie. — Les grandes armoiries du duc Charles de Bourgogne, gravées vers 1467, notice par M. Alvin, 122.

Arrêtés royaux. — Nommant M. F. Fétis président de l'Académie pour 1859, 2, 120; modifiant les règlements des prix quinquennaux, 326; contenant les dispositions réglementaires pour le concours triennal de littérature dramatique flamande, 372.

Astronomie. — Lettre de M. Wartmann, père, sur la comète de Donati, 4; sur les variations des éléments des orbites planétaires, par M. Schaar, 171.

B.

Billets cachetés. — Dépôt par MM. H. Parmentier et Th. Elewaut, 4; par M. Melsens, 328.

Biographie. — Lucas et Martin Van Valckenborcht, notice par M. Ed. Fétis, 378; proposition de M. le baron de Saint-Genois relative à une biographie nationale, 484.

Botanique. — Note sur une maladie des plantes crucifères agricoles et horticoles, par M. Phocas Lejeune, 476; rapport de M. Kickx sur cette note, 402.

C.

Caisse centrale des artistes belges. — Compte rendu de la situation en 1858, par MM. Ed. Fétis et Braemt, 121; somme allouée par le Roi, 377.

Commissions. — Commission pour l'œuvre de Rubens, publiée par M. Muquardt, 129; commission chargée de la présentation des candidats aux places vacantes dans la classe des lettres, 215; commission chargée de la révision des statuts de la caisse centrale des artistes belges, 317; commission chargée de décerner le prix triennal de littérature dramatique flamande, 480; commission pour les encouragements à accorder à l'art de la gravure 492; section permanente du jury chargé de décerner le prix du concours de composition musicale, 492; commission pour les cantates du concours de composition musicale, 496.

Concours de composition musicale (*Grands*). — Envoi d'un rapport trimestriel de M. Benoît, 119; lettre du Ministre de l'intérieur relative aux pensions des lauréats, 376; section permanente du jury, 492; liste des poëmes reçus pour le concours de 1859, 493.

Concours de la classe des lettres. — Résultats du concours ouvert en 1854 sur une histoire de la littérature française en Belgique, 202; résultats du concours annuel de 1859 et nomination des commissaires, 214.

Concours de la classe des sciences. — Programme pour 1859, 9; programme pour 1860, 150.

Concours de poésie sur l'établissement des chemins de fer en Belgique. — Programme, 91; poëmes reçus, 374, 481.

D.

Discours. — Adressé au Roi le premier jour de l'an, par M. d'Omalius d'Halloy, 8.

Dons. — Ouvrage par M. Henri James, 2; ouvrage par M. Ad. Quetelet, 8; ouvrages par M. Mailly, 8; ouvrages par M. de Ram, 90, 374; ouvrages par M. Gachard, 90, 374; ouvrages par M. Chalon, 90; ouvrage par MM. Roelandt et De Busscher, 121; ouvrage par la Société philosophique de Philadelphie, 150; ouvrage par M. le Ministre de l'intérieur, 202; ouvrages par M. Dumont, 203; ouvrage par M. Zeising, 317; ouvrage par M^{me} Scarpellini, 327; ouvrage par le corps des ingénieurs des mines en Russie, 327; ouvrage par l'Institut génevois, 374; ouvrage par M. Le Glay, 374; somme accordée par le Roi à la caisse des artistes, 377; ouvrage par M. d'Omalius d'Halloy, 401; ouvrage par M. Dewalque, 401; ouvrage par M. Alvin, 492; ouvrage par M. Siret, 493.

E.

Élections et nominations. — M. F. Fétis nommé président pour 1859, 2, 120; élection de la commission spéciale des finances de la classe des sciences pour 1859, 88; M. Van Beneden élu directeur pour 1860, 88; M. Gachard, élu directeur pour 1860, 118; M. Delacroix, élu associé, et M. Baron, élu directeur de la classe des beaux-arts pour 1860, 144; élection du jury chargé de décerner le prix triennal de littérature dramatique flamande, 375, 480.

Embryogénie. — Description d'une monstruosité humaine amorphe, par MM. Gluge et d'Udekem, 472.

Epigraphie. — Projet d'une inscription pour une statue symbolique qui sera érigée par la ville de Wavre, 204.

G.

Géographie. — Voir *Histoire.*

H.

Histoire. — Comment doivent s'écrire les noms des villes qui figurent dans l'histoire de Belgique, par M. De Smet, 99; recherches sur les commentaires de Charles-Quint, par M. Arendt, 215; sixième et dernière lettre sur l'identité de race des Gaulois et des Germains, par le général Renard, 259; rapport de MM. Roulez et Borgnet sur cette lettre, 204, 205; note sur la petite ville de Braine-le-Comte et les villages de Braine-Lalleud, Braine-le-Château et Wauthier-Braine, par M. De Smet, 487; notice sur l'ancienne vénalité des offices civils en Belgique, par M. Defacqz, 96.

M.

Mathématiques pures et appliquées. — Théorie géométrique des rayons et centres de courbure par M. Lamarle, 11; théorie géométrique des centres et axes instantanés de rotation, par le même, 23, suite 412; sur la théorie analytique des coniques, par M. Schaar, 42; rapport de MM. Timmermans, Lamarle et Nerenburger sur un mémoire de M. Steichen concernant les cinq polyèdres réguliers, 152, 154; sur les variations des éléments des orbites planétaires, par M. Schaar, 171; note sur une classe particulière de surfaces à aire *minima*, par M. Lamarle, 329.

Météorologie et physique du globe. — Sur les observations météorologiques faites à Gand, en 1858, par M. Duprez, 68; sur la comparaison de la quantité de pluie tombée à Bruxelles et à Gand en 1857 et 1858, par M. Ad. Quetelet, 70; sur la forme de la neige au Canada par M. Smalwood, 157; sur la hauteur du baromètre à Stavelot, à Bruxelles et à Gand, le 9 janvier 1859, 158; lettres adressées à M. Ad. Quetelet sur le magnétisme terrestre à Bruxelles, par M. Hansteen, 348, 462; sur les aurores boréales de 1858 et 1859, par le même, 365; sur la hauteur du baromètre à Namur le 9 janvier 1859, 401; sur le magnétisme terrestre à Bruxelles en 1859, par M. Ern. Quetelet; 470.

N.

Nécrologie. — Annonce de la mort de MM. Morren et Lejeune, 2; annonce de la mort de MM. Schayes et Van Ewyck, 89; annonce de la mort de M. Hallam, 202.

Numismatique. — Rapports de MM. Schayes et Serrure sur le mémoire de M. Chalon : Recherches sur les monnaies des comtes de Namur, 206, 207.

O.

Ornithologie. — Voir *Zoologie.*

Ouvrages présentés. — 144, 318, 393, 497.

P.

Phénomènes périodiques. — Dépôt des observations faites en 1858, 4, 150, 400.

Physique. — Influence du son des cloches sur la hauteur du baromètre, par M. Montigny; 159; note sur une disposition destinée à faciliter l'emploi du chalumeau à gaz hydrogène et oxygène, par le même, 367; rapports de MM. Plateau, Duprez et Lamarle, sur un mémoire de M. Bède, intitulé : *Recherches sur la capillarité*, 405, 411.

Prix quinquennaux. — Arrêté royal modifiant les règlements, 326; liste du jury chargé de décerner le prix quinquennal des sciences mathématiques et physiques, 327.

S.

Statistique. — Table de mortalité pour le Brabant, d'après les documents du recensement de 1856, par M. Ad. Quetelet, 345.

Z.

Zoologie. — La tortue franche (*Chelonia midas*) dans la mer du Nord, ses commensaux et ses parasites, par M. Van Beneden, 71; extrait d'une lettre de M. Leuckaert à M. Van Beneden sur l'*Histriobdella*, 365; note sur deux oiseaux observés en Belgique, par M. de Selys-Longchamps, 471.

ERRATA.

Page 374, ligne 20, au lieu de : *au progrès*, lisez : *du progrès*.
— 426, — 2, — : *successions*, lisez : *successives*.

BULLETINS

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS

DE BELGIQUE.

28me ANNÉE, 2me SÉR., T. VI.

1859.

BRUXELLES,
M. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE.

M.DCCCLIX.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE.

Annuaire de l'Académie, 1re à 25me année. 1835-59; in-18.

Bulletins de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Bruxelles, tome I à XII; in-8°.

Bulletins de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, tome XIII à XXIII. — 2me série, tome I à VI; 1859; in-8°.

Annexe aux *Bulletins* de 1854, 1 vol. in-8° — Prix : 4 francs.

Nouveaux Mémoires de l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Bruxelles, tome I à XIX; in-4°.

Mémoires de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, tome XX à XXXI; in-4°. — Prix : 8 francs par volume, à partir du tome X.

Mémoires couronnés par l'Académie royale des sciences et belles-lettres de Bruxelles, tome I à XV; in-4°.

Mémoires couronnés et Mémoires des savants étrangers, tome XVI à XVIII; in-4°.

Mémoires couronnés et Mémoires des savants étrangers, publiés par l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, tome XIX à XXIX; in-4°. — Prix : 8 francs par volume, à partir du tome XII.

Mémoires couronnés et autres Mémoires, *collection in-8°*, tome I à VIII. — Prix 4 francs par volume.

Bibliographie académique, ou liste des ouvrages publiés par les membres, correspondants et associés résidents. 1854; 1 volume in-18°.

Tables des Mémoires des membres, des Mémoires couronnés et des savants étrangers (1816-1857). 1 vol. in-18; 1858.

Tables générales et analytiques du recueil des Bulletins de l'Académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique, tome I à XXIII (1832 à 1856). 1858; 1 vol. in-8°.

Commission pour la publication des monuments de la littérature flamande.

Der Naturen Bloeme van Jacob Van Maerlant, publié par M. Bormans, tome Ier, 1857; 1 vol. in-8°.

Rymbybel van Jacob Van Maerlant, publié par M. J. David, tomes I et II, 1858-1859; 2 vol. in-8°.

Commission royale d'histoire.

Collection de Chroniques belges inédites, publiée par ordre du Gouvernement; 19 volumes in-4°.

Compte rendu des séances de la Commission royale d'histoire, ou Recueil de ses Bulletins, 16 vol. in-8° (1837-1849). — Nouvelle série, tome I à XI, in-8° (1858).

Annexes aux *Bulletins,* 5 volumes in-8°. — Table générale des Bulletins de la 1re série, par E. Gachet, 1 vol. in-8° (1852).

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES

3 9088 01300 2142